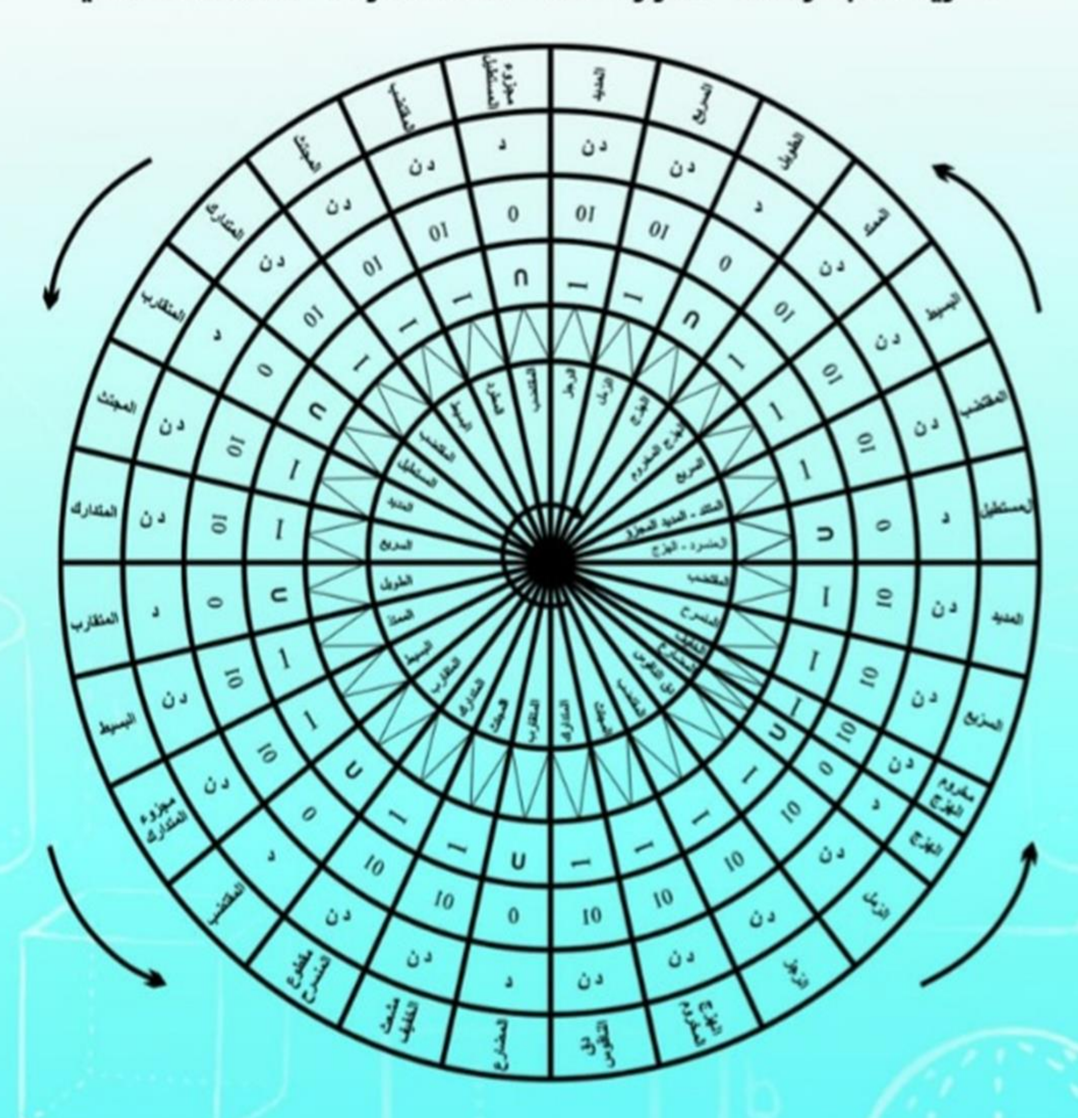
عبد الصاحب المختار



نظرية المجموعات - اسرار العدد - لغة الاشارات - المثلث العددي



قدمه وحققه

الدكتور صائب عبد الصاحب المختار

هوية الكتاب

العنوان: البنية الرياضية ـ نظرية المجموعات ـ أسرار العدد
لغة الإشارات ـ المثلث العددي

المؤلف: عبد الصاحب المختار

التاريخ: 1980

تحقيق: الدكتور صائب عبد الصاحب المختار

البريد الإلكتروني: saib.almukhtar@gmail.com

الناشر: دار النبلاء / العراق – بغداد

رقم الإيداع في دار الكتب والوثائق ببغداد: 787 لسنة 2022

الرقم الدولي (ردمك): 9–174–21–9922–978 ISBN

تاريخ النشر: 1443 هـ – 2022 م

صورة الغلاف: الرمز يمثل شعار دائرة الوحدة، الدائرة
الأم، التي هي أساس البنية اللغوية
والبنية الرياضية



{سَنُرِيهِمْ آيَاتِنَا فِي الآفاقِ وَفِي أنْفُسِهِمْ حَتّى يَتَبَيّنَ لَهُمْ أَنَّهُ الحَقُّ}

(سورة فصلت)

الرياضيات البحتة

الجزء الاول

البنية الرياضية

نظرية المجموعات - اسرار العدد

لغة الإشارات - المثلث العددي

1980

اكتشاف

عبد الصاحب المختار

مكتشف ومخترع دائرة الوحدة

والبنية الرياضية

مقدمة المحقق

"رسالة إلى الوالد"

لم تتحقق أمنية الوالد (عبد الصاحب المختار، توفي عام 2007) في أن يرى مؤلَّفه هذا النور خلال حياته، ولعلمي بأهمية هذا الكتاب عنده، ورغبته الجامحة بنشر نتائج أبحاثه ليستفيد منها كل العلماء والباحثين والمختصين في كل المجالات، آليتُ على نفسي أن أعملَ جاهداً لنشر هذا الكتاب. ولما حَصَلْت على المخطوطات الأصلية عَمِلت جاهداً على نشر هذا الكتاب تخليداً لذكرى الوالد رحمه الله.

إنّ هذا الكتاب يمثل مسيرة عمل مثابرٍ، دؤوب ومستمر، من البحث والدراسة المستفيضة، اجتهد بها مؤلف الكتاب لأكثر من أربعة عقود من الزمان اكتشف خلال مسيرته العلمية مجموعة مميزة من الاكتشافات العلمية التي لم يسبقه أحد باكتشافها عبر الزمان، والتي سيكون لها تأثيرات مهمة، محسوسة وملموسة في أسس العلوم والمعرفة.

تخرج عبد الصاحب المختار من كلية الحقوق، جامعة بغداد، عام 1947، ومارس وظيفته في سلك القضاء حيث عُيّن محققاً عدلياً، ثم كاتباً للعدل، بعدها عَمِل في التسجيل العقاري. درس أنظمة السجل العقاري وعِلْم الإدارة في الجامعة الامريكية بالولايات المتحدة الامريكية في عام 1962، عُيّن بعدها مدوناً قانونياً ثم مستشار مساعد في مجلس شورى الدولة. درس حقوق الإنسان وفقه القانون عام 1966 في الولايات المتحدة الامريكية.

لكن عبد الصاحب المختار كان يمتلك مواهب أخرى. كان يحب الأدب ويعشق الشعر، كتب الشعر في ريعان شبابه وأخرج ديوانه الشعري الأول (ألق الجوى)، وكان في ذلك صَدْمة له، حيث فوجئ

بانتقادات كثيرة وأليمة، أهَمَها أن شعرهَ غيرُ موزون ولا يتوافق مع بحور الشعر. في قرارة نفسه، كان يؤمن أن الشعر شعور وأحاسيس ولا ينبغي أن يقيّده قيد، ويذكر في مخطوطاته "أن السبب الأول لاكتشافه دائرة الوحدة هو قصائد الحب التي خرَجْت عن الأوزان الاعتيادية لأنها لم تكن بدافع النظم بل بدافع المشاعر العاطفية الناجمة عن الحب".

يُعَرِّف، الأستاذ المختار، الشعر بأنه "كل شعور إنتظمه إحساس وكان ذا معنى وموزوناً ومنسجماً بما في ذلك الشعر الحديث، فإن لم يكن ذا معنى كان لغواً، وإن لم يكن موزوناً كان نثراً، وإن لم يكن ذا مشاعر كان نظماً، وإن لم يكن منسجماً ثَقُلَ على السامعين"،

هذه الأحداث دفعته إلى دراسة علم العَروض وبحور الشعر وأوزانه، فدرَس دوائر الخليل الخمسة وبحَثَ فيها بحوثاً مستفيضة قادته إلى اكتشاف "دائرة الوحدة"، (وقد سَمّاها البعض دائرة المختار)، التي جمعت كل دوائر الشعر وبحوره بدائرة واحدة، كاملة شاملة. في ستينيات القرن الماضي كشف عبد الصاحب المختار عن الدائرة الموحدة لإوزان الشعر، ولكونها نظرية جديدة، غير معروفة وخارجة عن المألوف فقد جوبهت بنقد لاذع ورفض قاطع من الأدباء والمختصين، فالناس أعداء ما جَهَلوا.

كل من عَرَف عبد الصاحب المختار لاحظ فيه حِدّة الذكاء وسرعة البديهية. كان يتصف بالإصرار والمثابرة لإثبات آرائه وقناعاته، وهذا ما دفعه لقراءة الكتب والتوسع في البحث للدفاع عن نظريته. بعد نقاشات حادة، واجتماعات عديدة مع المطّلعين والمختصين استمرت لما يزيد على عشر سنوات استطاع فيها أن يصحح الكثير من أبحاثه ونتائجها لتطوير النظرية. وفي عام 1985 تبَنّت النظرية، المنظّمة العربية للتربية والثقافة والعلوم التابعة للجامعة العربية في تونس، وقامت بطباعة ونشر الكتاب بعد أن "كلّفت

محكمين مختصين في مادته، أشاروا بعد دراسته، بأن تشجيع الباحث بنشر كتابه ضروري لاستمرار العقل الحديث في محاولاته من أجل البناء والتجديد " .

يقول الأستاذ المختار "بدأت فكرة البنية اللغوية على أساس أن الشعر سبَق النثر . فحينما يولد الطفل يتعلم قول، بابا ماما دادا ، وقبل هذه الألفاظ كان الطفل منذ القديم يتعلم المقاطع الصوتية، وكذلك كان البشر يعبّرون عن فكرة ما . فجعَلتُ المقولة أربع مقاطع واستخرجت منها مقولات أخرى فتوصلت إلى أن الأسماء التي ألهمها الله إلى نبي البشر هي نظام تركيبي يقوم على الأصوات أو الدندنة كما قال رسول الله (ص) ، كلنا حولها ندندن، إجابةً على إعرابي قال له: أنا لا أحسن دندنتك ولا دندنة معاذ وإنما أقول اللهم أدخلني الجنة وأبعدني عن النار . وقد قالت العرب إن عدد حركات أعضاء الإنسان من منتهى الحلق إلى أسفل الصدر هي 29 حركة وعليها وضعت العرب لغتها" .

الانتقادات الكثيرة التي وجهت إلى دائرة الوحدة من حيث عدد النقرات، ومن حيث القول بأنها تمثل دائرة الوجود إلى غير ذلك، جعلته يقتني العديد من الكتب المتخصصة بأمثال هذه العلوم وكتب القدامى ونظريات أهل الفلسفة، أخذ يغوص في أعماقها وينهل من ينابيعها ، على الرغم من أنه غير متخصص بهذه العلوم .

كانت دائرة الوحدة، كما عبّر عنها الأستاذ المختار ، " هي (الدائرة الأم) الجامعة لأوزان الشعر والموسيقى والغناء واللغة، ومنها اكتشف البنية اللغوية . ولمّا كانت هذه البنية تمثل التصرفات البشرية كالرقص والموسيقى والشعر ، فإذن لا بد لهذه البنية أن تتحول إلى بنية تختص بالأشياء ، فتمنحنا القوانين العليا للفيزياء والرياضيات" . وبعد بحوث ودراسات ونقاشات أخذت ما زاد عن عشر سنين أخرى واجه فيها صعوبات علمية جمّة، توصل بعدها إلى اكتشاف البنية الرياضية . توصّل أولاً إلى اكتشاف نظرية المجموعات،

وجعل بحور الشعر متمَثّلة بأشكالٍ هندسية . وتمكن من اكتشاف سرّ الأعداد واكتشاف المثلث الكوني (سمّاه المثلث العددي) الذي يمثل مختلف المعلومات الكونية، وقانون النسبية المطلقة للزمان والمكان، ومقدار المسافات والمساحات، والجاذبية وإشارات السلب والإيجاب (لغة الإشارات)، والإحداثيات المتجاذبة والإحداثيات القاصرة (أي لا جاذبية فيها)، وغير ذلك من معلومات أخرى يطول شرحها . إن الفوائد الناجمة عن هذه المكتشفات ذات قيمة مادية ومعنوية تفيد البشرية جمعاء بالكشف عن حقيقة بعض القوانين وتصحيح بعض القواعد الفلسفية والرياضية والموسيقية والعروضية والمنطقية إلى آخر ذلك .

خلال سنين حياته العلمية البحثية، زار الكثير من دول العالم منها الولايات المتحدة الامريكية وفرنسا وسويسرا وهولندا، وبدعوة خاصة من جمعية الثقافة الهولندية العراقية في لاهاي أعلن اكتشافه للبنية الرياضية، ومن الدول العربية، زار القاهرة والسعودية وقطر والكويت والامارات. كذلك تواصل مع جامعات ومؤسسات علمية عالمية مرموقة، بحث وتواصل مع أعلام الاختصاص، حصل على تأييد وتقييمات وشهادات مختلفة تثني على اكتشافاته العلمية .

وختاماً، فإني أُقدّم هذا الكتاب وكلي أملٌ أن يكون فيما احتواه كما وصفه مؤلِفه، المرحوم عبد الصاحب المختار، بأنه سيغيّر أسس المعرفة والعلوم كافة ويفيد البشرية جمعاء، ذلك أن هناك نظام كوني تستخرجه الطبيعة لا يد للإنسان فيه. ولكون العلماء وأهل الاختصاص هم أقدر الناس على فهم الفحوى، فإني أتمنى أن يتسع قلبهم ويسمح وقتهم لقراءة الكتاب ودراسة مقاصده وصولاً للغاية المنشودة .

والله ولي التوفيق

الدكتور صائب عبد الصاحب المختار

شُكر وإمتنان

إنني إذ أتقدم بجزيل الشكر وبالغ الإمتنان للجهات العليا من جمهورية العراق وإلى جميع الوزارات ذات العلاقة، وإلى الهيئات والمؤسسات العلمية والإعلامية، وإلى الجهات المضيفة والشخصيات الفكرية على امتداد الوطن العربي ومختلف أنحاء العالم على رعايتها وحمايتها وتقييمها وتشجيعها لهذه المكتشفات، فإنني لأرجو أن تكون مناراً للإنسانية جمعاء هدية من أرض الرافدين سائلا المولى العلي القدير أن يجزي محبي العلم بعنايته ورعايته، وهو العلي القدير.

عبد الصاحب المختار
مكتشف ومخترع دائرة الوحدة
والبنية الرياضية

أهم المكتشفات

- المجاميع الرياضية (اكتشفت سنة 1979)
- البنية الرياضية (اكتشفت سنة 1980)
- لغة الإشارات
- أسرار العدد
- المثلث العددي

البنية الرياضية

وبحث فؤادي بالنظام القيّم نفس النظام لكل امر محكم

نغم الخلود ينّم عن تكوينها ومكوّن الأكوان أعظم ملهم

وكما بها عدت الغنّي زمانه لم تبتعد عنها قلوب النوّم

الله أكبر والحياة بكنهها مْيت إذن من عاش غير مسلّم

عبد الصاحب المختار

الفهرست

تمهيد

سبق أن بيّنا في نظرية دائرة الوحدة (والتي تم اكتشافها في عام 1974) أننا رمزنا للحركة بالحرف المتحرك **(د)** وإلى السكون بالحرف الساكن **(ن)**، ومن الجمع بين أربع حركات وأربع سكنات على التناوب **{دن دن دن دن}** اتخذنا معياراً أساساً لاستخراج كل المقولات وذلك كما يلي:

أولاً - بحذف النون الساكن الأول من المعيار أعلاه يكون:

(د دن دن دن) (مفاعيلن)

ثانياً - بحذف النون الساكن الثاني من المعيار أعلاه يكون:

(دن د دن دن) (فاعلاتن)

ثالثاً - بحذف النون الساكن الثالث يكون:

(دن دن د دن) (مستفعلن)

رابعاً - بحذف النون الساكن الرابع يكون:

(دن دن دن د) (مفعولات)

خامساً - بحذف **(دن)** من آخر المقولة الأولى نحصل على المقولة الثلاثية:

(د دن دن) (فعولنٌ)

سادساً - بحذف **(دن)** من آخر المقولة الثانية نحصل على المقولة الثلاثية:

(دن دن د) **(دن د دن)** (فاعلن)

سابعاً - بحذف **(دن)** من آخر المقولة الثالثة نحصل على المقولة الثلاثية:

(دن دن د) (مفعوله)

وبعبارة أخرى لو وضعنا المعيار الأساسي على شكل دائرة وحذفنا نوناً واحدة منه كما يلي:

1 د دن 4

2 دن دن 3

وقرأنا المعيار باتجاه عقرب الساعة كما يلي:

أولاً - من الرقم **(1)** يكون **(د دن دن دن)**

ثانياً - من الرقم **(2)** يكون **(دن دن دن د)**

ثالثاً - من الرقم **(3)** يكون **(دن دن د دن)**

رابعاً - من الرقم **(4)** يكون **(دن د دن دن)**

وبحذف **(دن)** واحدة من الدائرة ووضعها كما يلي:

1د

3دن

2دن

وقراءة الدائرة (باتجاه عقرب الساعة) كما يلي:

أولاً - من العدد **(1)** يكون **(د دن دن)**

ثانياً - من العدد **(2)** يكون **(دن دن د)**

ثالثاً - ومن العدد **(3)** يكون **(دن د دن)**

وعليه يكون حذف السكون من كل نقرة على وجه التناوب كما يلي:

دن دن دن دن

د دن دن دن

دن د دن دن

دن دن د دن

دن دن دن د

دن دن د

د دن دن

دن د دن

فتكون النتيجة سبع مقولات لا غير وهي ما تسمى (***الجذور اللغوية المشتركة***).

ومن نظرة إلى المجموعة الرباعية التالية:

د دن دن دن

دن د دن دن

دن دن د دن

دن دن دن د

نجد أن المقولة الأولى عكس الأخيرة وأن الثانية عكس الثالثة أفقياً وعمودياً، فلو نظّمنا كل مقولة مقابل التي عكسها ووضعنا كل مقولة تحت المقولة التي تنسجم معها من حيث طروء الحذف عليها وكما يلي:

1 د دن دن دن — دن دن دن د 3

2 دن د دن دن — دن دن د دن 4

لوجدنا بأننا لو حذفنا **(دن)** الأخيرة من المقولة الأولى أو حذفنا **(دن)** الأولى من المقولة الثانية نحصل على المقولة الثلاثية **(د دن دن)**. وإذا حذفنا **(دن)** الأخيرة من المقولة الثانية نحصل على **(دن د دن)**. وإذا حذفنا **(دن)** من أول المقولة الثالثة أو من آخر المقولة الرابعة نحصل على المقولة الثلاثية **(دن دن د)** وإذا حذفنا **(دن)** الأولى من المقولة الرابعة نحصل على **(دن د دن)**.

ولو وضعنا المولدات والمتولدات عنها بالشكل التالي

دن

د دن دن دن	**دن دن دن د**
د دن دن	**دن دن د**
دن د دن دن	**دن دن د دن**
دن د دن	**دن د دن**

ووضعنا نقرة الأساس **(دن)** التي تمخضت عنها كل المقولات في الأعلى ثم فككنا الفئة الأولى نقرة فنقرة وجعلناها على نصف دائرة إلى يمين النقرة الأساس، ثم

فككنا الفئة الثانية نقرة فنقرة وجعلناها إلى يسار النقرة الأساس على نصف دائرة فتصل بالنصف السابق، نكون قد حصلنا على دائرة الوحدة التي تجمع بين هذه المقولات وتمثل أوزان الشعر واللغات على عدد حروف المسند العربي (**29**) وكما يلي:

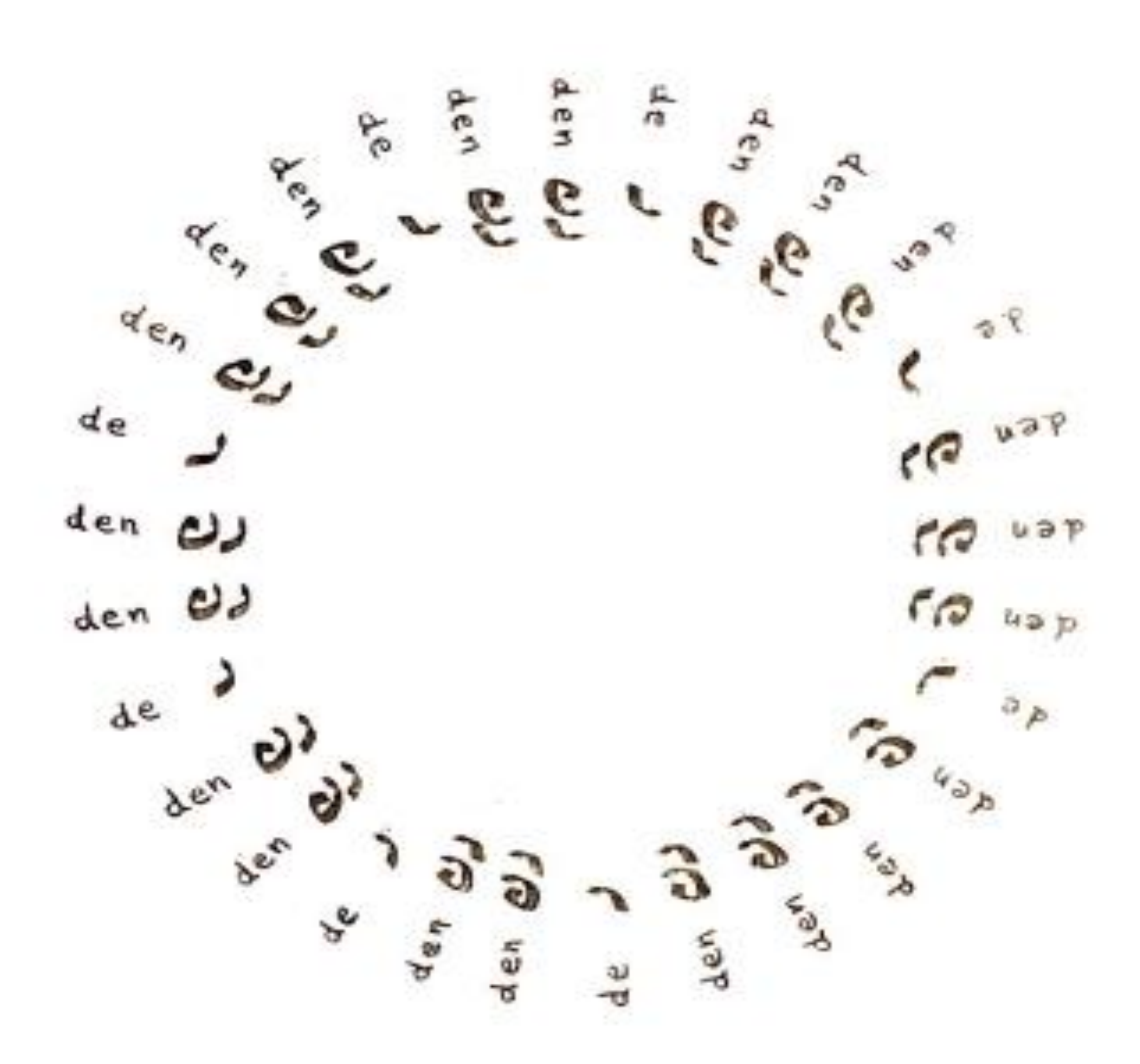
د دن دن د دن دن د دن دن دن دن د دن دن دن د دن دن دن د دن دن د دن دن دن د دن دن د



صورة دائرة الوحدة (البنية اللغوية الأم)

تاريخ الاكتشاف 1974




den de den den den de den den den de den den den den de den den de den den de den den de den den den de den

وحيث أن بعض الحركات في أوزان الشعر والطبيعة قد تسكن تارةً وتتحرك تارةً أخرى بفعل مؤثر طارئ عليها، كما في (متفاعلن) في بحر الكامل أو (فَعَلن) في بحر الخبب، فالحرف الثاني منهما يسكن تارةً ويتحرك تارةً أخرى أو كما في السيارة أو الحجارة والعربة...الخ حيث تتحرك دون إرادة منها وبفعل إرادة أو مؤثر خارجي عنها، لذا رمزنا للساكن المحّرك بعلامة التحرك وهي الفتحة على الحرف الساكن فكانت:

(دنَ دن) وأصلها **(دن دن)** نقرتان، بينما

(د د د دن) أصلها **(دن د دن)** ثلاث نقرات.

وهذه هي خلاصة ما توصلنا إليه في ضبط المقولات وهيئاتها وتكوين دائرة الوحدة الأم ، أمّا في هذا الجزء من النظرية المتعلق باكتشاف البنية الرياضية وما يتفرع عنها من مجاميع وبنى ومنظومات...الخ، فبما أن المعلومات التي يضمها هذا الجزء قد تمت مكتشفاتها على فترات زمنية متعاقبة وليست على وجه الاستمرارية في الترابط بين الموضوعات، فقد آثرنا الإبقاء على ما وردت عليه حرصا منّا للإسراع في نشرها أولاً ولجلب الانتباه إلى بعض أوجه الروابط بين فروع العلم المختلفة من خلال هذا المنهج ثانياً، ولفسح المجال أمام المتخصصين في توسيع الفكرة والمكتشفات على ضوء المنهج الموضوعي للمسيرة التي أدت إلى هذا المآل، علُها تكون أكثرَ دلالةً وأوفى ضَوءاً على مستقبلية الباحثين والله من وراء القصد.

استخراج الدوائر العروضية من الألحان الرباعية

سبق أن ذكرنا أن الألحان الثلاثية تتوالد من الألحان الرباعية النقرات وأن الألحان الرباعية عددها أربعة تجتمع في ست عشرة نقرة [1] فقد اتضح لنا أخيراً أن الجمع بين الألحان الرباعية على شكل مربع وفق الترتيب التالي تتولد عنه دائرة المتفق كما هي في محيط الشكل التالي:

دن دن د دن
د دن دن دن
دن دن دن د
دن د دن دن

فمن قراءة محيط هذا الشكل نحصل على المتقارب والمتدارك والمجتث الصحيح.

ومن نظرة إلى هذه الدائرة التي تجمع بين (مستفعلن، مفاعيلن، مفعولات، فاعلاتن) على التوالي نجد أنها تقسم نفسها أربعة أقسام متكافئة ومتفقة الأشكال وتحتفظ في داخلها بالمعيار الذي تولدت منه (**دن دن دن دن**).

ومن إعادة الترتيب بين الألحان الأربعة على الوجه التالي نجد دائرة المؤتلف في محيط الشكل:

دن دن د دن
دن د دن دن
د دن دن دن
دن دن دن د

---

[1] الأنغام عند اليونانيين ست عشرة نغمة كما جاء في رسالة التربيع والتدوير للجاحظ ص80 ولاحظ الاطروحة الفنطازية حول استعمال الخليل لرمزي الحركة والسكون

فمن قراءة محيط هذا الشكل نحصل على أوزان الرجز والهزج والرمل والسريع المقطوع والمديد المقطوع ...الخ.

وإذ ميزّنا بين الحركة الأصلية الكمية وبين الحركات الطارئة بالكيف طرؤاً وقتياً، فلو وضعنا علامة الفتحة على الحرف الساكن من الفقرة التي تَلي كل وتد من محيط الشكل السابق نحصل على دائرة المختلف كما يلي:

دنَ دن د دن

دن د دن دنَ

د دن دن دن

دن دنَ دن د

حيث نكون قد حصلنا على أوزان الكامل والوافر والمتوافر والكامل الاحّذ من محيط الشكل.

وبإعادة ترتيب الألحان الرباعية الأربعة على الشكل التالي نحصل على دائرة المشتبه:

دن دن د دن

د دن دن دن

دن د دن دن

دن دن دن د

فمن محيط هذا الشكل نقرأ أوزان المنسرح التام والمقطوع، والخفيف التام والمشّعث، والمضارع والمقتضب والمجتث عند الخليل، كما نقرأ السريع والمديد والبسيط المذال...الخ. ولو وضعنا في آخر الشكل اللحن الرباعي (**دن دن دن دن**) مرة أخرى كما يلي:

دن دن د دن

د دن دن دن

دن د دن دن

دن دن دن د

دن د دن دن

لحصلنا من محيط الشكل على دائرة المختلف حيث نقرأ منها الطويل والمديد والسريع والمستطيل، ووزن البسيط عند الخليل.

وحيث يمكن الحصول على دوائر عروضية أخرى بتغيير أشكال التوافق بين الألحان الرباعية زيادةً أو نقصاً فلا يمكن القول بالانغلاق على الدوائر العروضية المعروفة. وعلى سبيل المثال يمكن أن نحصل على دائرتي المتفق والمشتبه من الشكل التالي بإضافة اللحن الرباعي (**دن دن د دن**) إلى دائرة المتفق من جهة أو إلى دائرة المشتبه من الجهة الأخرى وكما يلي:

دن دن دن د دن

دن د دن دن دن

د دن دن دن د

دن دن د دن دن

حيث يكون محيط الشكل كالتالي

د دن دن دن دن د دن دن د دن دن د دن دن

ومنه نقرأ المنسرح التام والخفيف والمتقارب والمتدارك والمجتث ...الخ. مما يثبت أن دائرة الوحدة هي الأم التي نحصل منها على كل الاحتمالات التي نظمت عليها العرب أو لم تنظم من قطع وتشعيث وأوزان مستحدثة أو قديمة بالنسب الرياضية المتماثلة مع أصل الأصوات التي بنيت في الأصل على هجاء واحد متحرك فساكن محاكاةً لأصوات الطبيعة، ثمّ فئمتّ. (2)

وحيث نلاحظ على الشكل التالي:

3 دن دن د دن 2

1 د دن دن دن 4

4 دن دن دن د 1

2 دن د دن دن 3

3 دن دن د دن 2

1 د دن دن دن 4

4 دن دن دن د 1

---

[2] الخنساء لإسماعيل القاضي ص (417)

إمكانية قراءة كل الدوائر العروضية منها وفقا للنسب الرياضية وأشكالها الهندسية فسنجد أن أوزان الشعر موسيقى ورياضة جامعة تتأصل في المقولات التي تجمعها دائرة الوحدة بما تتفرع عنها من دوائر ومنظومات وبنى لا حصر لها.

تراكيب الألفاظ بين الوحدة والأساس

خلاصة ما مرّ بنا، نجد أن المقولات اللفظية المجردة، ثلاثية كانت أَم رباعية، تتركب فيما بينها بالأشكال التالية:

أولاً- بالجمع الثلاثي والثلاثي كما يلي:

د دن دن د دن دن

نحصل على التراكيب التالية:

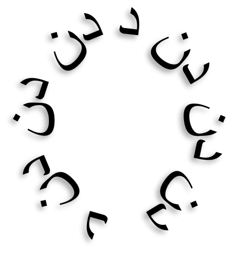
د دن دن د دن دن

دن د دن دن د دن

دن دن د دن دن د

والأولى على وزن فعولن فعولن، والثانية على وزن فاعلن فاعلن، والثالثة على وزن مفعول مفعول. كقولنا أماناً أماناً او قولنا هاتنا هاتنا او قولنا حياك حياك.

ثانياً- بالجمع بين الرباعي والرباعي كما يلي:



نحصل على التراكيب التالية:

د دن دن دن   د دن دن دن

مفاعيلن   مفاعيلن

دن دن دن د   دن دن دن د

مفعولات   مفعولات

دن دن د دن   دن دن د دن

مستفعلن   مستفعلن

دن د دن دن   دن د دن دن

فاعلاتن   فاعلاتن

ثالثاً- ثلاثية رباعية وكما يلي:

دن دن د دن دن دن د

نحصل على التراكيب التالية:

د دن دن دن د دن دن

دن د دن دن دن د دن

دن دن د دن دن دن د

د دن دن د دن دن دن

دن د دن دن د دن دن

دن دن د دن دن د دن

دن دن دن د دن دن د

كقولنا مفاعيلن فعولن أو فاعلاتن فاعلن أو مستفعلن مفعول ...الخ.

رابعاً- من الجمع بين رباعي ورباعي يليه حسب ترتيب استخراج الموازين التالية:

د دن دن دن

دن د دن دن

دن دن د دن

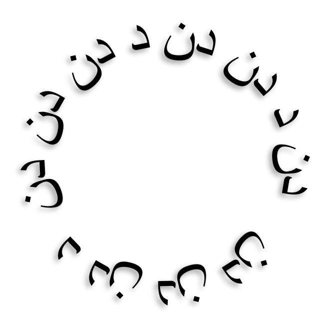
دن دن دن د

نحصل على دائرة تركيبها كما يلي:

ومنها تستخرج تراكيب عديدة منها على وزن مستفعلن مفعولات أو على وزن مفاعيلن فاعلاتن أو على وزن مستفعلن فاعلاتن...الخ. ويكون مجموع وحدات هذه التراكيب من الدوائر الأربع مساوياً لعدد وحدات دائرة الوحدة أي **(29)** نقرة، فإذا ما جمعنا هذه الدوائر الأربع على وجه الانسجام فيما بينها حصلنا على نفس دائرة الوحدة. كما لو بدأنا بفك الأولى على وزن **(دن دن د دن دن)** ثم نربطها بفك الثانية على وزن **(د دن دن دن د دن دن)** ثم نربطها بفك الثالثة على وزن **(د دن دن د دن دن)** ثم نربطها بفك الرابعة على وزن **(د دن دن دن د دن دن)** ثم نربط آخر الأخيرة بأول الأولى حيث تستكمل دائرة الوحدة دورتها. ولمّا كانت الدوائر الأربع المار ذكرها إنما تألفت من الثلاثي والرباعي فلابد أن يكون حاصل ضرب الثلاثة في الأربعة وهو **(12)** عدد الدوائر الأساس التي تمثل الجمع

بين الأفاعيل أو الألحان في تلك الدوائر كأساس أوّلي لدائرة الوحدة من حيث تمثيل تراكيبها.

ولإيضاح ذلك لو رسمنا دائرة المشتبه كما يلي:



لوجدنا أنها تمثل تراكيب كل من الدوائر الأربع السابقة التي تجمعها دائرة الوحدة الأم، وعلى هذه تكون دائرة المشتبه بعدد نقراتها الاثنتي عشر هي الأساس الأول لتلك التراكيب مما قد يصح معه تسمية البعض لها دائرة المجتلب [3] لأنها تمثل الكثرة المجتلبة من الدوائر الأربع، وهي دائرة كما سنرى على جانب من الأهمية في الهندسة والعدد والمنطق وتوليد الأشكال...الخ [4]

ومما مرّ ذكره في تراكيب الدوائر الأربع، يلاحظ عدم إمكانية التفريق بين دائرتي المؤتلف والمشتبه، وإمكانية ذلك بين دائرتي المختلف والمتفق، من حيث التقديم والتأخير كما مر بنا في نظرية أوزان الشعر، الأمر الذي نهج عليه الخليل ابن احمد رحمه الله.

---

[3] الكافي للتبريزي ص 128

[4] يقول المرحوم عبد السلام الناسي في مخطوطته في كولج دي فرانس على ما روته لي الدكتورة اوديت بتي ان أصل اللغة دائرة ذات أثني عشر حرفا.

التناهي اللامتناهي في المربع الدائر

نظرة متفحصة إلى التوافق والانسجام بين النقرة الصامتة في محيط دائرة المتفق من الشكل الرباعي التالي:

دن دن د دن

د دن دن دن

دن دن دن د

دن د دن دن

نجد تغيّر مواقعها على التناوب من الأشكال الأربعة التي ينقسم عليها الشكل ويحتفظ في وسطه بالفراغ الخالي من حذف السكون وهو **(دن دن دن دن)**، كما نجد أن هذا الشكل لا يقبل إضافة أي لحن آخر على محيطه وإلّا اختل التوافق والانسجام فيه من حيث تمثيله للمتناهية العددية في تعدد الأشكال وانغلاقها في خلية منسجمة. فهذا المربع المتناهي الدائر بتكرّر نفس تسلسل أعداد محيطه حوله بقراءتها على التوالي، هو المجموعة الوحيدة بين المجاميع الرياضية التي سيرد ذكرها من حيث دوران تسلسل الأعداد حوله على التناوب كما يلي:

3 1 4 2

2 دن دن د دن 3

4 د دن دن دن 1

1 دن دن دن د 4

3 دن د دن دن 2

2 4 1 3

والرقم كما لا يخفى يشير إلى موقع النقرة الصامتة فيه من الجهات الأربعة.

إنما يلاحظ على هذا المربع إمكانية تحويله إلى لامتناهي، إذا ما أحطنا محيطه على الترتيب بالمعيار الأساس وبالموازين الأربعة التي تتولد من هذا الأخير كما مرّ بنا كالتالي:

دن دن دن دن

د دن دن دن

دن د دن دن

دن دن د دن

دن دن دن د

فإذا ما قرأنا كل هذه الموازين أفقياً على التوالي وأحِطنا الشكل المتناهي الرُباعي بها كما يلي:

د دن دن دن دن د

دن | دن دن د دن | دن

دن | د دن دن دن | دن

دن | دن دن دن د | دن

دن | دن د دن دن | دن

د دن دن دن دن د

حيث يلاحظ أننا أحِطناه بالمعيار الأساس إضافة إلى الألحان الأخرى أعلاه على التسلسل.

وبذلك تحوّل الشكل إلى ما يقبل الإضافة على محيطه بحيث يكرر نفسه عند كل إضافة مماثلة إلى ما لا نهاية من المرات، ولو وضع هذا الشكل على محيط دائرة أو كرة لأصبحت هذه الدائرة أو الكرة لا حدود لتوسعها على وحدات ثابتة التشابه، ولو وضع هذا الشكل على وحدات حسابية كما يلي على سبيل المثال وبالقراءة الثابتة من جهاته:

4	**1**	**1**	**1**	**1**	**4**
1	**1**	**4**	**1**	**1**	**1**
1	**1**	**1**	**1**	**4**	**1**
1	**4**	**1**	**1**	**1**	**1**
1	**1**	**1**	**4**	**1**	**1**
4	**1**	**1**	**1**	**1**	**4**

لَمَا تميزت فيه مواقع كل الأعداد من حيث الترتيب المتسلسل أو المتعاكس...الخ مما سيرد بحثه في اكتشاف البنية الرياضية، لذلك اختلفت المجاميع الرياضية في أشكال تناوبات ألحانها الأربعة وفي أعداد وأوجه جهاتها.

البرهان الرياضي لوحدة النسب

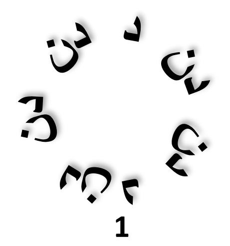
بما أنّ الموسيقى والحساب والهندسة والموازين والمقاييس...الخ ما هي إلّا نسبة بين الأعداد، ولمّا كانت الأعداد كثرة آحاد، فليست الأرقام الّا رموزاً لها. وحيث أنّ الكثرة إمّا كثرة فردية وإمّا كثرة زوجية، والأولى تتألف من فرد وزوج، والثانية تتألف من فردين أو زوجين، ولمّا كانت أقل كثرة فردية هي ثلاثة **(1+2)**، وأقل كثرة زوجية هي الأربعة **(1+3)** او **(2+2)**، لذا كان لابد أن تمثل نسب العلاقات بين هذه الآحاد، متمثلة في العدد سبعة، جميع النسب النظامية للعلاقات بين الأشياء من حيث الأصل والجوهر لا من حيث التعيّن والمظهر. وبما أنّ الأرقام ليست أعداد مستقلة بذاتها كما ذكرنا، بل رموزاً محدِّدة لها، لذا فلو قرأنا الآحاد الأربعة التالية:

1 1

1 1

على وجه التناوب، كان كل واحد منها يمكن أن يكون الأول أو الثاني أو الثالث أو الرابع. وبما أنّ الآحاد وحدات منفصلة وليست متصلة حالها حال الحركة والسكون أو الزمان والمكان... الخ لذا رمزنا لكل منها بالرمز **(دن)** بحركة الدال وسكون النون، وحيث أن ما يحّد أعدادها هو الرمز الكلي الذي يعقبها علي سبيل الاتصال جمعاً أو تفريقاً، فردياً كان أم زوجياً، وعلى سبيل التناوب حسب موقعه من تلك الكثرة لذلك رمزنا لكلٍ من حَديّ الأربعة أو الثلاثة بالرمز **(د)** دون رمز الفاصلة الساكنة **(ن)** فنكون قد حصلنا على الكثرات الرباعية متمثلة في النسب **(دن دن دن د)** و **(دن دن د دن)** و **(دن د دن دن)** و **(د دن دن دن)**

وبحذف وحدة من الآحاد **(دن)** نحصل على الكثرات الفردية الثلاثية متمثلة في النسب **(دن دن د)** و **(دن د دن)** و **(د دن دن)** فنحصل بذلك على سبع نسب فقط تولدت أصلاً من الوحدات **(دن دن دن دن)** بحذف النون الساكن منها على وجه التناوب، ولو جمعنا بين أي نسبة رباعية والنسبة الثلاثية المتولدة منها لحصلنا على المسبع الرمزي التالي:



فلو قرأنا نسب العلاقات بين هذه الوحدات باتجاه عقرب الساعة بدءاً بالنقرة **(1)** لحصلنا على المربع السباعي التالي:

د دن دن دن د دن دن

دن دن دن د دن دن د

دن دن د دن دن د دن

دن د دن دن د دن دن

د دن دن د دن دن دن

دن دن د دن دن دن د

دن د دن دن دن د دن

فلو أخذنا أربعة أعمدة من هذه النسب يمثل كل منها اجتماع النسبة الرباعية مع النسبة الثلاثية وعلى وجه الانسجام يكون مجموع الوحدات فيها **(28)** وحدة. وحيث

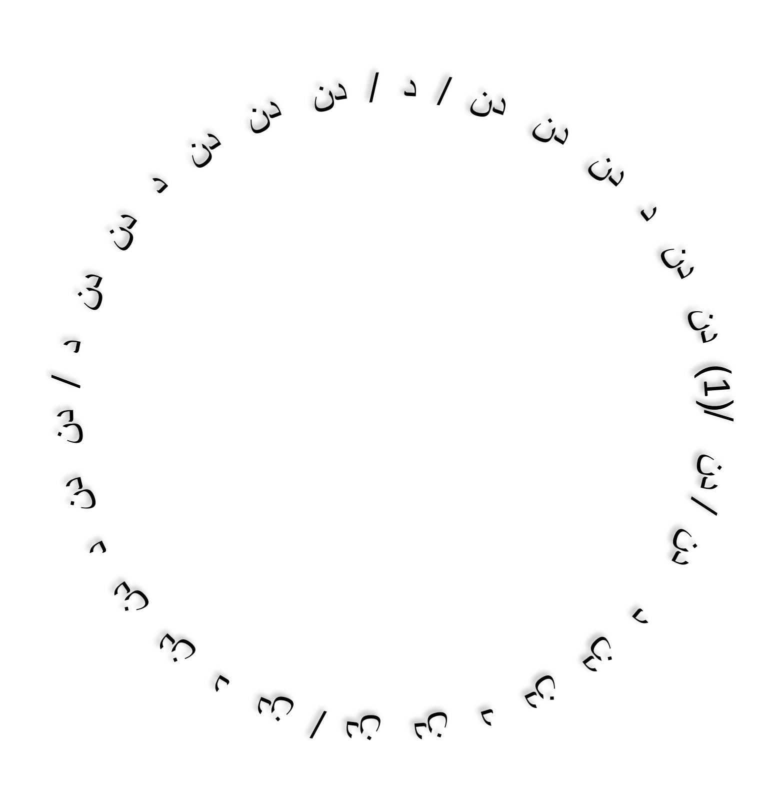
أن الأساس الذي تولدت منه جميع النسب الثلاثية والرباعية هو ***الميزان الأساس*** **(دن دن دن دن)** لذا كان تمثّله بين هذه النسب من الأمور الرياضية البديهية لكي نحصل على النسب الرباعية الزوجية المتولدة منه والمتمثلة في الشكل التالي حيث يضم النسب الزوجية المركبة **(4+2)** من النقرات الخفيفات

ددن دن دن د دن دن دن

وهي الدائرة الرابعة كما سنرى، التي يتمثل فيها زيادة النقرة **(دن)** على كل نسبة من النسب، الجمع بين الثلاثي والرباعي في دوائر النسب الثلاثة الأخرى، وعليه لو أخذنا الأعمدة الأربعة الأولى من المربع المار ذكره:

	د	**دن**	**دن**	**دن**
	دن	**دن**	**دن**	**د**
	دن	**دن**	**د**	**دن**
	دن	**د**	**دن**	**دن**
	د	**دن**	**دن**	**دن**
	دن	**دن**	**د**	**دن**
(1)	**دن**	**د**	**دن**	**دن**

وقرأنا العمود الأول من الأسفل إلى الأعلى ثم قرأنا العمود الثاني من الأعلى إلى الأسفل ثم الثالث كذلك، ثم قرأنا العمود الرابع من الأسفل إلى الأعلى، وربطنا على الأخير بأخير الأول بالنقرة الأساس **(دن)** لحصلنا على دائرة الوحدة كما يلي:



ولأجل توضيح العلاقة بين الأوزان من حيث النسب بينها في الدائرتين المصغّرتين فإننا نقرأ من الشكل الأول ما يلي:

1- مفعولات مفعول (مفعولن مفاعيل)

2- مستفعلن فاعلن (مفعول مستفعلن)

3- فاعلن فاعلاتن (فاعلاتن فعولن)

4- فعولن مفاعيلن (مفاعيل مفعولن)

5- مستفعلن مفعول (مفعول مفعولات)

6- فاعلاتن فاعلن (فاعلن مستفعلن)

7- مفاعيلن فعولن (فعولن فاعلاتن)

ونقرأ من الشكل الثاني ما يلي:

1- مستفعلن مفعولات

2- مفعولات مستفعلن

3- مفاعيلن فاعلاتن

4- فاعلاتن مفاعيلن

5- مستفعلن فاعلاتن

6- فاعلاتن مستفعلن

فمن التراكيب الوزنية الشاعرية تتولد أوزان اللغة والشعر والغناء والموسيقى والعدد ونبض الإنسان...الخ [(5)]

ومع الاعتداد بأوزان الأصل الذي استخرجت منه، وبالصيرورة التي تؤول إليها من حيث النسب بين الكم والكيف، وبالعلة والنقلة، وبمراعات التنغيم والترنيم من حيث الائتلاف والاختلاف بين الأصوات، وبمراعات التحركات والشّدات، وبتفكيك الدائرة إلى دوائر وبنى، يكون الناجم ما لا حصر له كما رأينا وسنرى.

---

[5] راجع رسائل اخوان الصفا ص 53 -54 و199 و227 – 228 و327 الجزء الأول والتذكرة للأنطاكي في النبض وفي الموسيقى وفي الأنغام...الخ

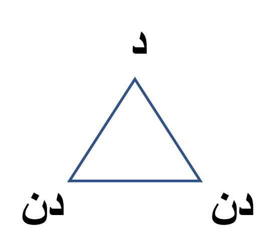
الفكر الهندسي

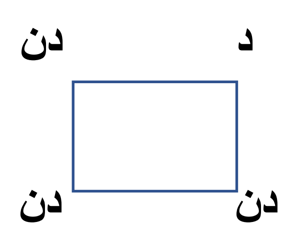
لما كانت اللانهائية في تعاقب الأشياء المتماثلة على وجه التكرار ودون تحديد، كتكرار الحركة والسكون أو العدد والفاصلة أو الزمان والمكان...الخ مما رمزنا إليه بالحرف المتحرك ثم الساكن (**دَنْ**) في دائرة لانهائية، من الأمور التي لا يمكن أن يستوعبها الفكر، لأن الفكر لا يدرك الأشياء إلّا بحدودها المتناهية، لذا كان لابد من تحديد نسب العلاقات بين الأشياء وفقا لقواعد رياضية ثابتة ومحددة، تمثل جميع تلك النسب من حيث الأصل الذي قامت عليه وعلى وجه التجريد، وهو من أهم أهداف الرياضيات المعاصرة.

ولما كانت الدائرة من أتم الأشكال الهندسية اللانهائية التي تنتهي بها حدود جميع المضّلعات التي تمس محيطها فيما لا نهاية له من المرات بنسب ثابتة، زوجية أو فردية حالها حال النسب بين الأعداد، لذا كان لابد من أجل الحصول على وحدة تلك النسب من تحديد محيط الدائرة بأقل ما تمثله تلك المضلعات الهندسية من نسب منطقية ثابتة.

وحيث أن أصغر مضلع فردي يتشكل بأوجه ثلاثة ويدور بها فيما لا نهاية له من المرات هو المثلث. وإن أصغر مضلع زوجي يتشكل بأوجه أربعة ويدور بها فيما لا نهاية له من المرات هو المضلع الرباعي، لذا كان لابد أن يمثل الجمع بين نسب وجوه المضلعين المذكورين جميع النسب العددية.

وعليه لو رمزنا لزاوية الحياد في كل مضلع فردي أو زوجي بالرمز (**د**) رمزاً للتحديد، ورمزنا لكل من الزوايا المتصلة بالرمز (**دن**) تمييزاً للأوجه التي يتشكل بنسبها كل مضلع وكما يلي:





فتكون نسبة الأوجه التي يتشكل بها المضلع الرباعي عند دورانه على التناوب كالتالي:

د دن دن دن

دن دن دن د

دن دن د دن

دن د دن دن

مجموع وحداتها **(16)** نقرة.

وبما أن المثلث بدورانه مع المربع أربع مرات لذا يكون مجموع نسب الأوجه التي يتشكل بها **(12)** وحدة هي كما يلي:

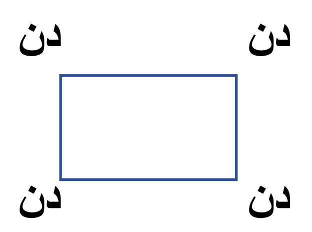
د دن دن

دن د دن

دن دن د

د دن دن

ولمّا كان الشكل الأساس الأول المجرد للرباعي يتألف من المضلع اللانهائي التحديد



لذا كان أمر تمثيل هذه النسبة بين النسب المار ذكرها أمراً لازماً لإكمال الوحدة فيما بينها كما سنرى فيما بعد.

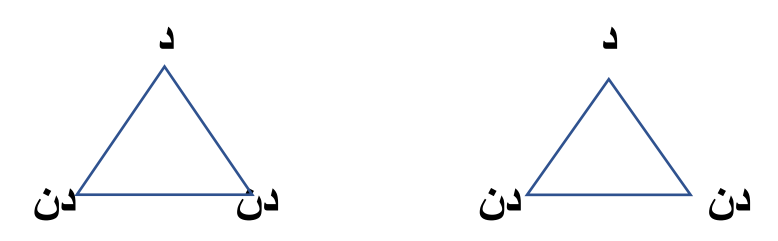
وبما إن إضافة (**دن**) واحدة كفيل بتحقيق ذلك، فيكون مجموع وحدات النسب الموحدة (**29**) نقرة وهو المجموع الفعلي لما تمثله النسب الناجمة عن الجمع بين أشكال المضلعين وبين شكلي كل منهما. ولتوضيح ذلك ينبغي أن يلاحظ على النسب:

أولاً- عدم جواز تعاقب حدين في النسب النظامية للعلاقات بين الأشياء دون وجود المحدود بينهما.

ثانياً- ألّا يكون المحدود بين الحدين أقل من وحدتين اثنتين حسب النظم الأساسية التي تولدت منها الحدود.

ولتبيان توليد هذه النسب نوضّح ما يلي:

أولاً- إذا تقاطعت أضلاع مثلثين على وجه الانسجام من حيث التوافق في النسب بين الحدود والوحدات



فيتولد شكل سداسي الزوايا يمثل نسب الوحدات بين الزوايا والأضلاع فيه النسبة الزوجية المتفقة في نسبة (2 إلى 2) من النقرات الخفيفات كما يلي:

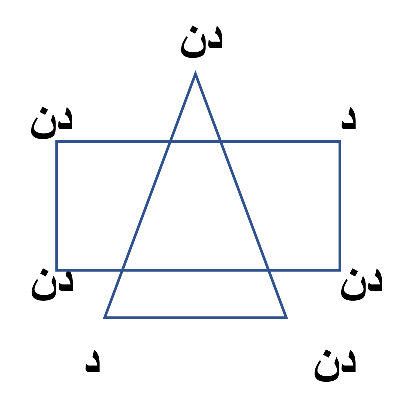
دن د

دن دن

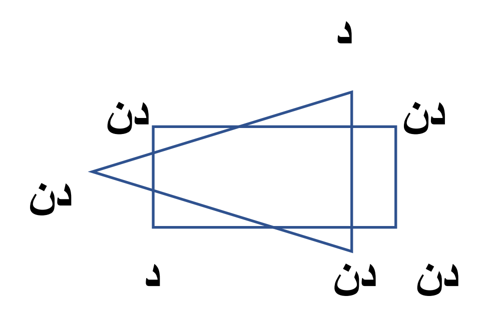
د دن

وفي هذه الدائرة نلاحظ أساس الجمع بين الموازين الثلاثية في دائرة المتفق لأوزان الشعر.

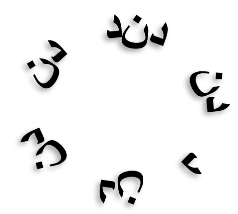
ثانياً- إذا تقاطعت أضلاع مضلع رباعي مع أضلاع المثلث على وجه الانسجام من حيث نسب المحدودات كما يلي:



أو كما يلي:

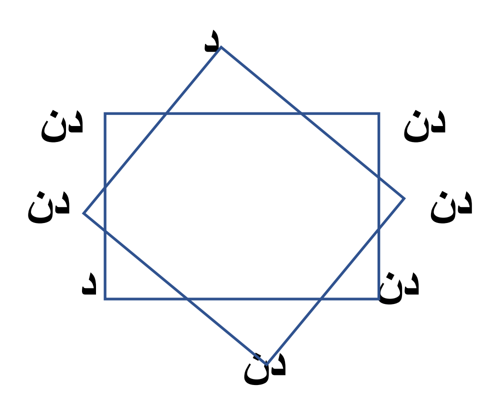


فيكون الشكل السباعي الزوايا ممثلاً للنسبة الفردية الزوجية (2 الى 3) من النقرات الخفيفة كما يلي:



ومن هذه الدائرة نلاحظ أساس الجمع بين الموازين الثلاثية والرباعية كما في دائرة المختلف.

ثالثاً- إذا تقاطعت أضلاع رباعيين متماثلين على الوجه التالي من حيث الانسجام



تكون النسب بين الحدود والوحدات نسبة زوجية تتمثل في نسبة (2 الى 3) من النقرات الخفيفات كما يلي:

ومن هذه الدائرة نلاحظ أساس الجمع بين الموازين الرباعية التي تضمها دائرة المشتبه وهي:

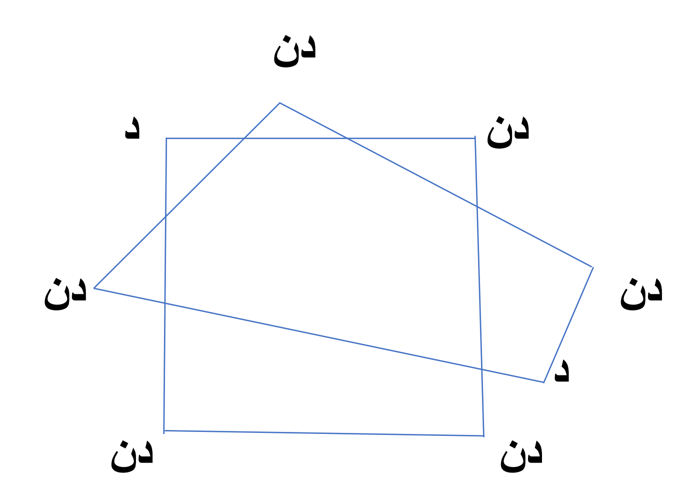
مستفعلن مفعولات

مستفعلن فاعلاتن

مفاعيلن فاعلاتن

أو بالعكس.

رابعاً- إذا تقاطعت أضلاع رباعيين مختلفي الشكل على الوجه التالي من الانسجام بين الحد والمحدود:



تمثلت النسبة الفردية في عدد (3 الى 3) من النقرات الخفيفات كما يلي:

ومن هذه الدائرة نلاحظ الجمع بين الموازين الرباعية المتماثلة كما في دائرة المؤتلف التي يمكن تحويلها إلى أوزان دائرة المجتلب عن طريق وضع الحركة الوقتية الطارئة كما مر بنا.

ومن ذلك نلاحظ اجتماع وحدات المعيار الأساس **(دن دن دن دن)** كما ورد في الشكل الثالث على وجه التعاقب وعليه تكون إضافة النقرة الأساس **(دن)** الى المقولات الموحدة في دائرة الوحدة أمراً لازماً.

ومما يلاحظ، إن الدائرة الأولى تساوي نصف دائرة المتفق العروضية، والثانية نصف دائرة المختلف العروضية، والرابعة نصف دائرة المؤتلف العروضية، والثالثة تساوي ثلثي دائرة المشتبه، ومجموع هذه الدوائر **(29)** وحدة تمثل الجمع بين الدوائر العروضية في دائرة الوحدة التي تستوفي جميع الأوزان والبحور باحتمالاتها العديدة التي تعتري أوزان الشعر، بينما نجد أن عدد وحدات الدوائر العروضية **(62)** وحدة دون أن تستوفي كل الأوزان والتراكيب التي قام عليها شعر العرب مما قيل إنها خارجة على وزن الشعر. السبب في عدم الوصول إلى هذه الدائرة على ما يظهر هو جمع الأوتاد وعدم تفريق الحركات، والفخر لازال يعود إلى مؤسس علم العروض في هذا الاكتشاف.

المجاميع الرياضية

حيث أن ترتيب الأرقام الرباعية الأربعة **1**، **2**، **3**، **4** على وجه التناوب تتولد عنه **(12)** نسبة تمثلها مجموعات ثلاث هي:

أولاً- 4321، 1432، 2143، 3214

ثانياً- 3421، 1342، 2134، 4213

ثالثاً- 3241، 1324، 4132، 2413

ولمّا كانت هذه النسب أو الأرقام منها رموزاً لأعداد كائنة من الأشياء، وليست أرقاماً مستقلة المعنى بحد ذاتها، فقد ثبت لنا رياضياً أن الأشكال التي تنجم عن ترتيب الألحان الرباعية الأربعة بأوضاع رباعية على وجه التناوب مما يؤمن تمثيل كل هذه النسب مكانياً وعلى سبيل الحصر في مربعات سبع وذلك وفقاً لمواقع قراءة النقرة الصامتة **(د)** وترتيبها العددي من كل موضع من هذه المربعات.

ففي مربع واحد من السبعة المذكورة تتمثل أربعة نسب من هذه الأعداد، وفي أربع مربعات أخرى أربعة نسب أخرى، حيث يمثل كل مربع منها نسبة واحدة. وفي مربعين آخرين تتمثل أربعة نسب أخرى حيث يمثل كل مربع منهما نسبتين وبذلك يتم العدد المطلوب.

ولتبيان ذلك فلو رتبنا الألحان الرباعية الأربعة وفقاً للشكل التالي تمثلت النسبة **(4321)** وفقاً لموقع كل نقرة صامتة من الجهة الأخرى التي ينظر اليها عند التعداد:

1 2 3 4

1 د دن دن دن 4

2 دن د دن دن 3

3 دن دن د دن 2

4 دن دن دن د 1

4 3 2 1

وبإعادة ترتيب هذه الألحان وفقا للشكل التالي تتمثل النسب (**3412**) من كل جهة:

2 1 4 3

2 دن د دن دن 3

1 د دن دن دن 4

4 دن دن دن د 1

3 دن دن د دن 2

3 4 1 2

وبإعادة الترتيب وفقاً للشكل التالي تتمثل النسب (**3142**) في كل وجه:

3 1 4 2

2 دن د دن دن 3

4 دن دن دن د 1

1 د دن دن دن 4

3 دن دن د دن 2

2 4 1 3

وبإعادة الترتيب وفقاً للشكل التالي تتمثل النسبة **(4231)** في كل وجه:

	4	2	3	1	
4	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**1**
2	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**3**
3	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**2**
1	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**4**
	1	**3**	**2**	**4**	

أمّا في حالة ترتيب الألحان بالشكل التالي فتتمثل النسب الأربعة **(3124، 2431، 3241، 2314)** على وجه التقابل بين كل نسبتين تكمل إحداهما الأخرى من حيث المجموع المتساوي (المتمثل بالعدد **5555)**.

	4	1	3	2	
2	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**3**
4	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**1**
3	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**2**
1	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**4**
	1	**4**	**2**	**3**	

أمّا إعادة ترتيب الألحان على الشكل التالي فتتمثل النسبتان **(3214، 2341)** على وجه التقابل بما تكمل إحداهما الأخرى:

1 4 3 2

4 دن دن دن د 1

1 د دن دن دن 4

2 دن د دن دن 3

3 دن دن د دن 2

4 1 2 3

واخيراً يكون الترتيب التالي الذي يمثل النسبتين (**3421، 2134**) على وجه التقابل والتكامل

3 4 2 1

1 د دن دن دن 4

2 دن د دن دن 3

4 دن دن دن د 1

3 دن دن د دن 2

2 1 3 4

ومن هذه المجاميع الثابتة المحددة بالمكان يمكن معرفة أصل نشؤ العدد، كما يمكن تمثيل نسب المجموعات المتسلسلة الثلاث بالأعداد الستة من الألحان التالية على وجه التقابل:

أولاً-

1	2	3	4	1	2
د	دن	دن	دن	د	دن
دن	د	دن	دن	دن	د
دن	دن	د	دن	دن	دن
دن	دن	دن	د	دن	دن
4	3	2	1	4	3

ثانياً-

3	1	4	2	3	1
دن	د	دن	دن	دن	د
دن	دن	دن	د	دن	دن
د	دن	دن	دن	د	دن
دن	دن	د	دن	دن	دن
2	4	1	3	2	4

ثالثاً- وفي هذه المتسلسلة التأليفية يمكن الاكتفاء بتمثيل أرقام نسبها بخمسة ألحان فقط كالتالي:

3 4 2 1 3

دن د دن دن دن

دن دن د دن دن

د دن دن دن د

دن دن دن د دن

2 1 3 4 2

ومن هذه المجاميع كما سنرى يلاحظ اختلاف ما ينجم عن تناوب التغييرات فيها من أشكال هندسية ومنطقية لا مجال لحصرها بما لها من أهمية بالغة المدى.

أمثلة المجاميع الأخر

المجموعة التالية (**28**) وحدة تمثل المتسلسلة **3214321**:

1 د دن دن دن 4

2 دن د دن دن 3

3 دن دن د دن 2

4 دن دن دن د 1

1 د دن دن دن 4

2 دن د دن دن 3

3 دن دن د دن 2

والمجموعة التالية (**28**) وحدة تمثل المتسلسلة **2413241**:

1 د دن دن دن 4

4 دن دن دن د 1

2 دن د دن دن 3

3 دن دن د دن 2

1 د دن دن دن 4

4 دن دن دن د 1

2 دن د دن دن 3

والمجموعة التالية (**28**) وحدة تمثل المتسلسلة **4213421**:

1 د دن دن دن 4

2 دن د دن دن 3

4 دن دن دن د 1

3 دن دن د دن 2

1 د دن دن دن 4

2 دن د دن دن 3

4 دن دن دن د 1

حيث يلاحظ من خلال كل منها تشابه أعمدتها المتناوبة في كل من هذه المجاميع كما هو الحال في تشابه المجموعات التالية.

فالمجموعة التي تمثل عدداً مركباً من المجاميع الثلاثة وهي من **(28)** وحدة أيضاً كما يلي:

2 دن د دن دن 3

3 دن دن د دن 2

4 دن دن دن د 1

1 د دن دن دن 4

3 دن دن د دن 2

2 دن د دن دن 3

4 دن دن دن د 1

وكذلك المجموعة المركبة التالية:

1 د دن دن دن 4

2 دن د دن دن 3

3 دن دن د دن 2

4 دن دن دن د 1

2 دن د دن دن 3

1 د دن دن دن 4

3 دن دن د دن 2

وكذلك المجموعة المركبة التالية:

4 دن دن دن د 1

1 د دن دن دن 4

2 دن د دن دن 3

3 دن دن د دن 2

1 د دن دن دن 4

4 دن دن دن د 1

2 دن د دن دن 3

وكذلك المجموعة المركبة التالية:

3 دن دن د دن 2

4 دن دن دن د 1

1 د دن دن دن 4

2 دن د دن دن 3

4 دن دن دن د 1

3 دن دن د دن 2

1 د دن دن دن 4

وحيث يلاحظ على أعمدة هذه المجموعات أن ثلاثة منها تكرر نفسها على وجه التناوب من كل جهة، فلو أخذنا أحد هذه المجموعات وربطنا أعمدتها على شكل دائرة مع ملاحظة التجانس والانسجام من حيث عدد النقرات الخفيفات والصامتات بالنسَبْ المار ذكرها في دائرة الوحدة، كان لابد لربط دورتها من إضافة الوحدة الصامتة **(د)** مرة واحدة اليها، وبنتيجة ذلك نحصل على دائرة الوحدة وتفصيل ذلك لو أخذنا المجموعة التالية على سبيل المثال:

2 دن د دن دن

3 دن دن د دن

4 دن دن دن د

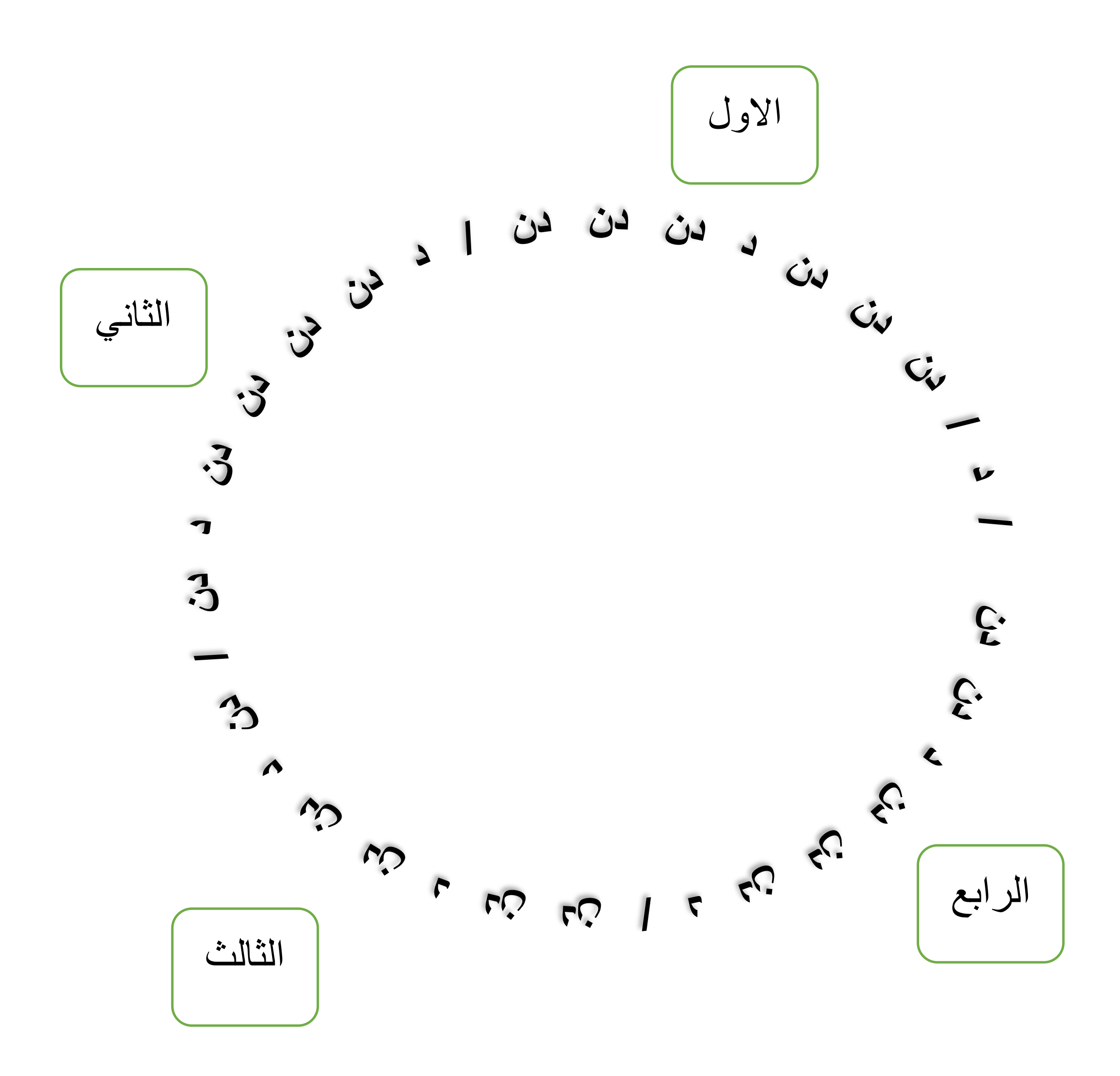
1 د دن دن دن

3 دن دن د دن

2 دن د دن دن

4 دن دن دن د

وربطنا بين العمود الأول والثاني والثالث نزولاً وصعوداً على التوالي، ثم ربطنا بين نهايتي العمودين الثالث والرابع من الأسفل، ثم ربطنا بين بدايتي العمودين الأول والرابع من الأعلى بالنقرة الصامتة **(د)** كي لا تجتمع خمس نقرات مما يخرج على النسب المار ذكرها، نكون قد حصلنا على دائرة كما يلي:



دائرة الوحدة

ولما كان الشعر ديوان العرب لذا كان لابد أن تتمثل فيه أوزان اللغة وأصول تراكيبها وهندسة أعدادها [6]، بالإضافة إلى ما سنجد في تراكيب موازينه من مجاميع رياضية وما يتفرع عنها من مبادئ منطقية جامعة وإنسانية عامة.

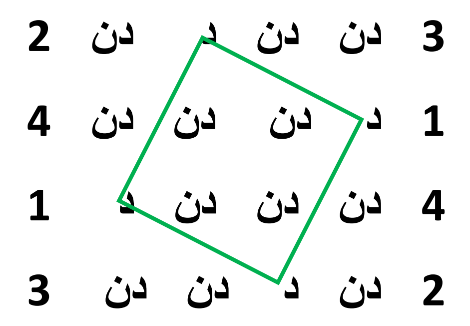
---

[6] قال عمر ابن الخطاب (رض) كان الشعر علم قوم لم يكن لهم علم أصح منه...الخ طبقات الشعراء ص 17.

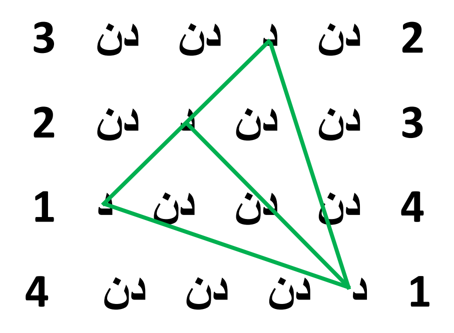
هندسة المجاميع الرياضية

بما أن الرياضيات من هندسة وأعداد موسيقى وتفعيلات عروضية...الخ تمثل التناسق بين المقادير، لذا فلو وصلنا المستقيمات التالية بين النقرات الصامتات **(د)** من المجموعات الرياضية السبع لحصلنا على الأشكال الهندسية السبعة وكما يلي:

من المجموعة التالية نحصل على المربع التالي:

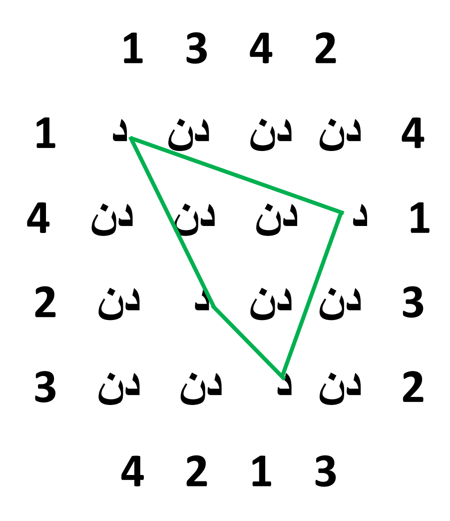


ومما يلاحظ أن ألحان هذه المجموعة المتضادة يتولّد عن الانسجام بينها متناهية عددية تتمثل في المتسلسلة (**4132413**)، كما أنها تمثل الموازين الثلاثية الأربعة التي تضمها دائرة المتفق العروضية. ومن المجموعة التالية نحصل على الشكل الثلاثي التالي:



كما يلاحظ على هذه المجموعة أنها تمثل الأعداد **(1432) (4123)**، كما أنها تمثل الموازين الرباعية الثلاثية لبحور الهزج والرجز والرمل.

ومن المجموعة التالية نحصل على الشكل الرباعي التالي:



ويلاحظ على محيط هذه المجموعة أنه يمثل الأعداد المختلفة **(3124) (4132) (1324) (3241)**، كما أنه يمثل أوزان دائرة المشتبه المختلفة الموازين.

ومن المجموعة التالية التي تمثل العدد **(3412)** نحصل على المستطيل التالي:

2 دن د دن دن 3

1 د دن دن دن 4

4 دن دن دن د 1

3 دن دن د دن 2

ومن المجموعة التالية التي تمثل العدد (**4231**) نحصل على شكل معين كما يلي:

4	**2**	**3**	**1**
دن	دن	دن	د
دن	د	دن	دن
دن	دن	د	دن
د	دن	دن	دن
1	**3**	**2**	**4**

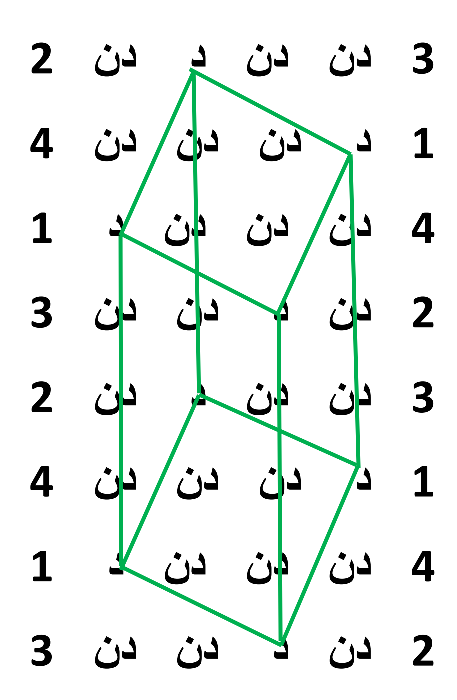
ومن المجموعة التالية التي تمثل العددين (**1243**) و (**4312**) نحصل على الشكل التالي:

2	دن	د	دن	دن	**3**
1	د	دن	دن	دن	**4**
3	دن	دن	د	دن	**2**
4	دن	دن	دن	د	**1**

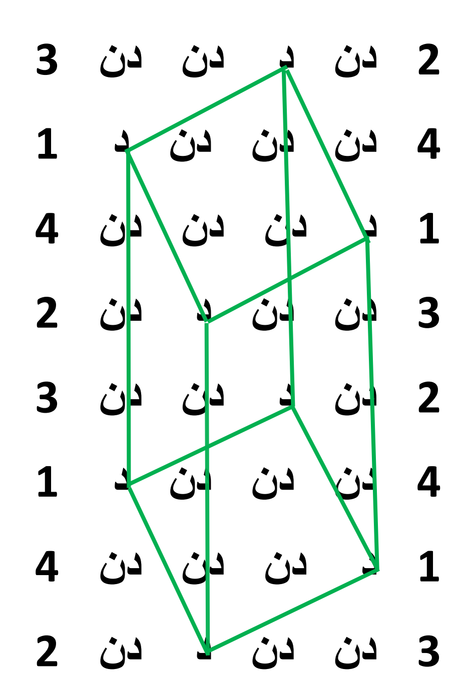
أمّا المجموعة السابعة التي تمثل العدد (**4321**) فيتولد عنها الخط المستقيم التالي:

4	دن	دن	دن	د	**1**
3	دن	دن	د	دن	**2**
2	دن	د	دن	دن	**3**
1	د	دن	دن	دن	**4**

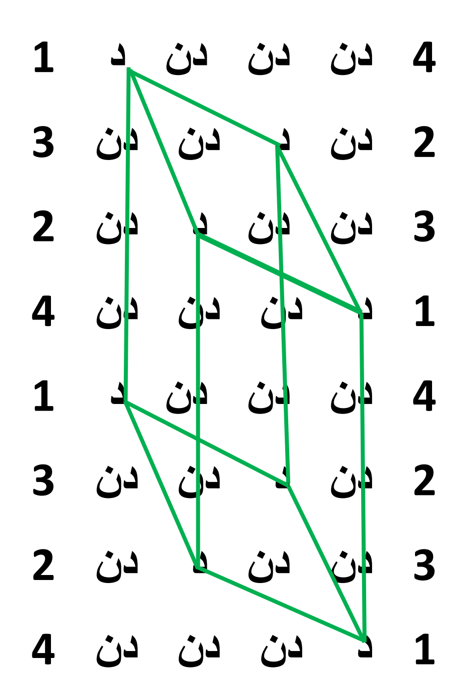
ومما يلاحظ أن التغيير في المجاميع يؤدي إلى الحصول على أشكال هندسية جديدة مستوية أو مجسّمة، فمن المجموعة التالية على سبيل المثال يتولد الشكل التالي:



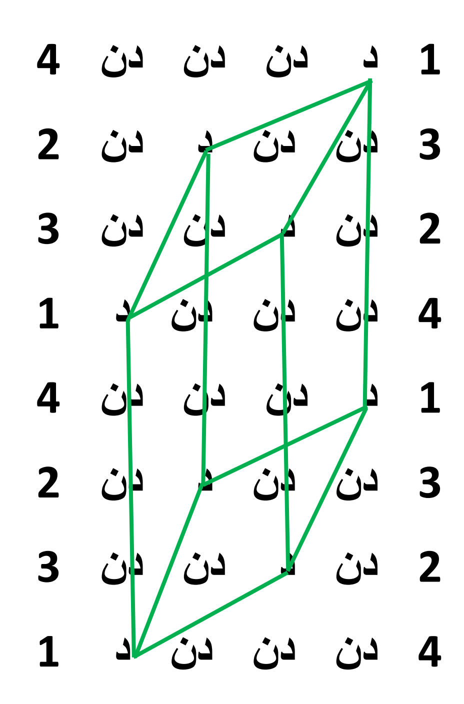
ويمكن تغيير أوجه هذا الشكل المتولد عن المربع أصلاً بمعكوسية قراءة أعداده وفقاً للجهات الأربع، فعلى سبيل المثال الشكل التالي:



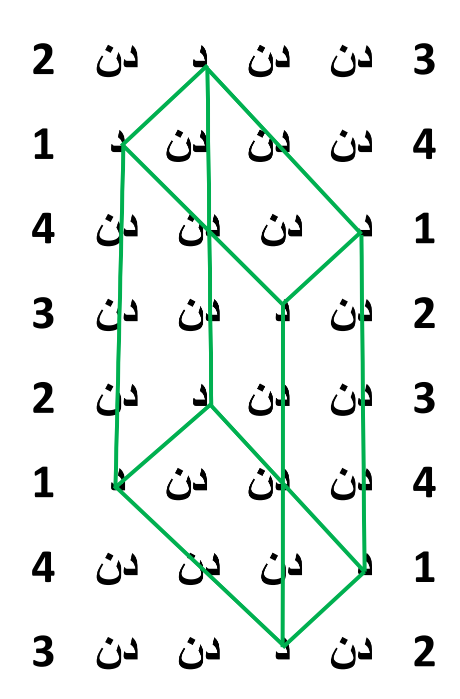
ومن المجموعة التالية يتولد الشكل التالي:



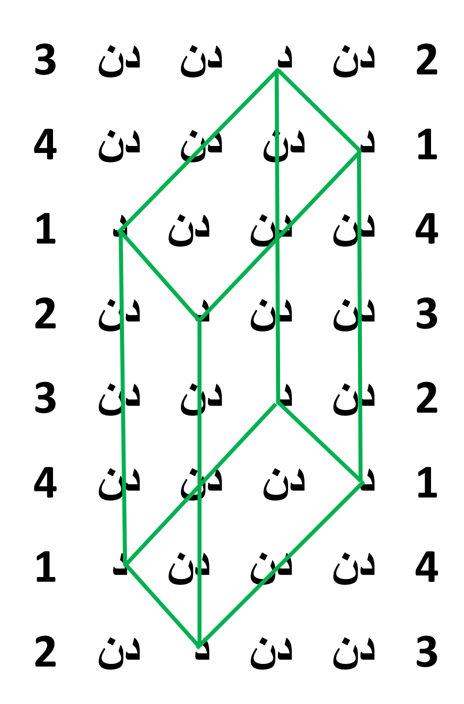
ويمكن تغيير هذا الشكل المتولد عن (المعيني) بتغيير جهة قراءة العدد أيضاً، وعلى سبيل المثال الشكل التالي:



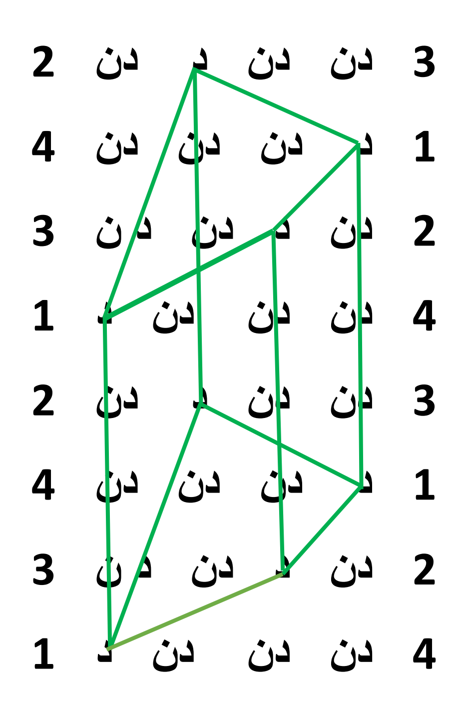
ومن المجموعة التالية يتولد الشكل التالي:



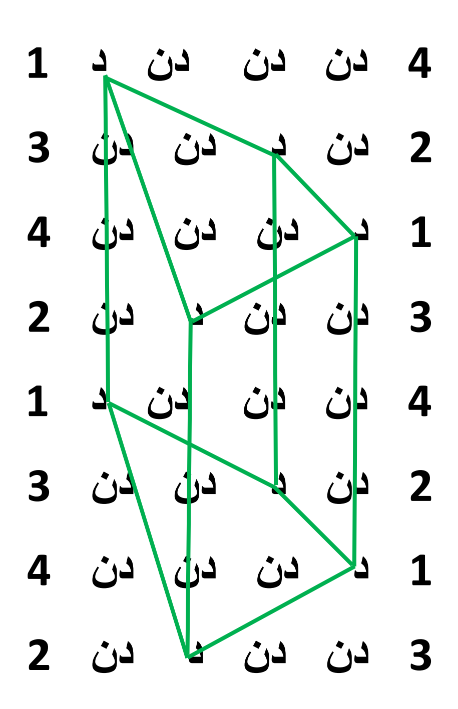
ويمكن تغيير أوجه هذا الشكل المتولد عن المستطيل أصلاً كما في الشكل التالي مثلاً:



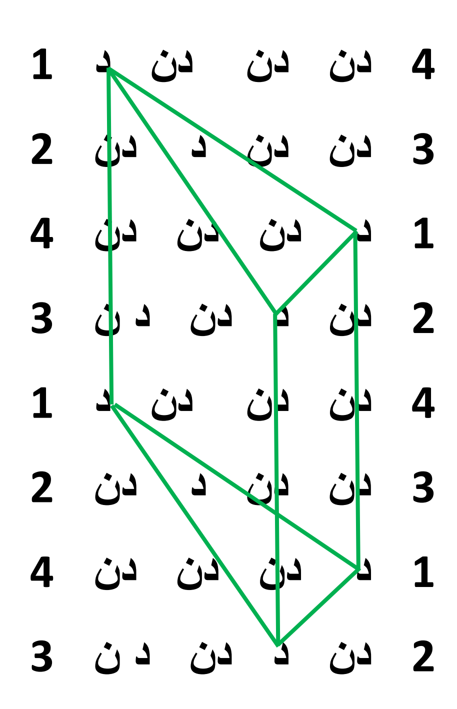
ومن المجموعة التالية نحصل على الشكل التالي:



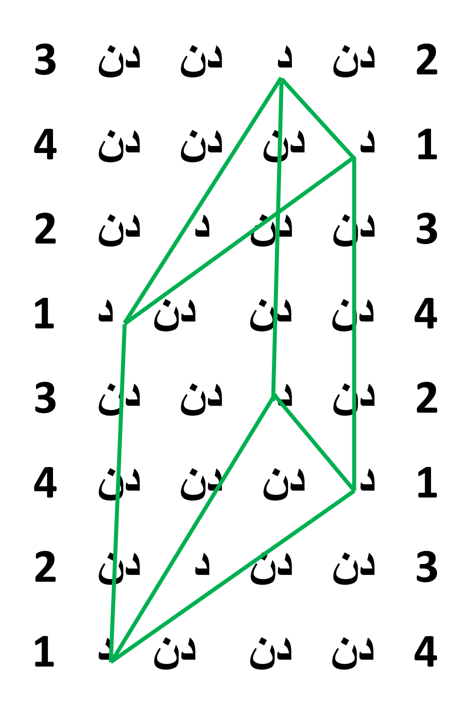
ويمكن تغيير أشكال هذا الوجه المتولد عن (الرباعي)، ومن ذلك المثال التالي:



ومن المجموعة التالية نحصل على الشكل التالي المتولّد عن المنشور:



ويمكن تغيير أشكاله وفقاً لإيصال المستقيمات الأخر بين النقرتين الصامتتين في وسط المثلثين، أو تغيير وجوهه ومن ذلك الأمثلة التالية:



4 دن دن دن د 1

3 ن د دن د دن 2

1 د دن دن دن 4

2 دن د دن دن 3

4 دن دن دن د 1

3 ن د دن د دن 2

1 د دن دن دن 4

2 دن د دن دن 3

2 دن د دن دن 3

1 د دن دن دن 4

3 دن دن د دن 2

4 دن دن دن د 1

2 دن د دن دن 3

1 د دن دن دن 4

3 دن دن د دن 2

4 دن دن دن د 1

ويمكن الحصول على أشكال عديدة من المجاميع الرياضية الأخرى متسلسلة أو مركبة عن طريق التصرف بالنقلات المتناوبة زيادةً او نقصاً من هذه الأشكال وما يتركب بينها من مجاميع.

دندنة الحروف والأرقام

إذا حولنا دندنة المجاميع الرياضية إلى الأرقام والحروف الهجائية المختلفة، لحصلنا على الأشكال الهندسية السابقة وكما يلي، فمن المجموعة التالية:

الحروف	الأرقام
ج ب أ د	4 1 2 3
أ د ب ج	3 2 4 1
ب ج د أ	1 4 3 2
د أ ج ب	2 3 1 4

نجد أن الرقم **(4)** أو الحرف **(د)** يمثل شكل (المعين)، وأن الأرقام والحروف **(2**، 3، ب، ج) تمثل المضلع الرباعي المختلف. ولو رسمنا الشكل كما يلي:

الحروف	الأرقام
أ ب ج د	4 3 2 1
د ج أ ب	2 1 3 4
ب أ د ج	3 4 1 2
ج د ب أ	1 2 4 3

نجد أن الرقم **(1)** أو الحرف **(أ)** يمثل شكل (المعين)، وأن الرقم **(2)** أو الحرف **(ب)** يمثل شكل (المربع) وأن الأرقام أو الحروف **(3، 4، ج، د)** تمثل المضلع الرباعي المختلف. وأمّا إذا رسمنا الشكل كما يلي:

د	ج	ب	أ	4	3	2	1
ب	أ	د	ج	2	1	4	3
ج	د	أ	ب	3	4	1	2
أ	ب	ج	د	1	2	3	4

نجد أن الأرقام والحروف **(1، 4،** أ، **د)** تمثل أشكال المعين. وأن الأرقام والحروف **(2، 3، ب، ج)** تمثل أشكال المربع، وهكذا تتغير الأرقام والحروف التي تمثل الاشكال الهندسية باختلاف تناوبها. أما إذا رسمنا الشكل كما يلي:

د	ج	ب	أ	4	3	2	1
ج	أ	د	ب	3	1	4	2
د	ب	أ	ج	2	4	1	3
أ	ب	ج	د	1	2	3	4

نجد أن الأرقام والحروف **(1، 4،** أ، **د)** تمثل أشكال المعين، أمّا الأرقام والحروف **(2، 3، ب، ج)** فتمثل أشكال المستطيل. ويمكن تغيير الأرقام والحروف التي تمثل هذه الأشكال كما في غيرها، بحيث يمثل المستطيل مثلاً الأرقام والحروف **(1، 3،** أ، ج) ويمثل المعين الأرقام والحروف **(2، 4، ب، د)** ...الخ.

أمّا إذا رسمنا الشكل التالي:

د	ج	ب	أ	4	3	2	1
ج	ب	أ	د	3	2	1	4
ب	أ	د	ج	2	1	4	3
أ	د	ج	ب	1	4	3	2

نجد أن الأرقام والحروف **(2، 4، ب، د)** تمثل أشكال المثلثات، وأن الرقم **(3)** أو الحرف **(ج)** يمثل شكل المستطيل، وأن الرقم **(1)** أو الحرف **(أ)** فيمثل خطاً مستقيماً، ولو رسمنا الشكل كما يلي:

د	**ج**	**ب**	**أ**	**4**	**3**	**2**	**1**
ج	**د**	**أ**	**ب**	**3**	**4**	**1**	**2**
ب	**أ**	**د**	**ج**	**2**	**1**	**4**	**3**
أ	**ب**	**ج**	**د**	**1**	**2**	**3**	**4**

نجد أن الأرقام والحروف **(1، 4،** أ، **د)** تمثل خطوطاً مستقيمة، وأن الحروف والأرقام **(2، 3، ب، ج)** تمثل أشكال المستطيل. ويمكن تغيير الحروف والأرقام التي تمثل هذه الأشكال كما في غيرها بحيث يمثل شكل المستطيل (مثلا) الحروف والأرقام **(1، 3،** أ، **ج)** ويمثل الخط المستقيم الحروف والأرقام **(2، 4، ب، د).**

أمّا إذا رسمنا الشكل كما يلي:

د	**ج**	**ب**	**أ**	**4**	**3**	**2**	**1**
ج	**ب**	**أ**	**د**	**3**	**2**	**1**	**4**
أ	**د**	**ج**	**ب**	**1**	**4**	**3**	**2**
ب	**أ**	**د**	**ج**	**2**	**1**	**4**	**3**

نجد أن الأرقام والحروف **(1، 3، أ، ج)** تمثل اشكالاً مثلثة، وأن الأرقام والحروف **(2، 4، ب، د)** تمثل المضلّع الرباعي المختلف.

وإذا ما وصلنا الخطوط المستقيمة بين الأشكال الناجمة فستظهر الصور والأشكال العديدة منها.

وللبحث تفاصيل تعتمد الخطوط والمثلثات أساساً لهذه الأشكال.

نسب المساحات

{من مساحة مربع معين وثابت يمكن رسم أحد لأشكال الهندسية المستوية المار ذكرها بنسبة ثابتة فيما بينها}

لو أخذنا المقولات الرباعية الأربع وأوصلنا بين النقرات المتغيرة الأربع في كل منها بتناوب اجتماعاتها، بعد وضعها على نسبة ثابتة المسافات بين جميع النقرات التي تتألف منها المجاميع، لوجدنا أن كل مجموعة منها تضم تسع مربعات داخلها، وعلى ذلك تكون المساحات الناجمة لكل شكل يمكن تعيينها بواسطة عدد المربعات التي تركها الشكل خارجه والمربعات التي ضمها اليه كلاً او جزءاً.

وكنتيجة لذلك تكون نسبة مساحة كل شكل إلى المساحة الثابتة التي رسم فيها هي كما يلي:

أولاً – المربع يساوي $\frac{5}{9}$

ثانياً – المثلث يساوي $\frac{4}{9}$

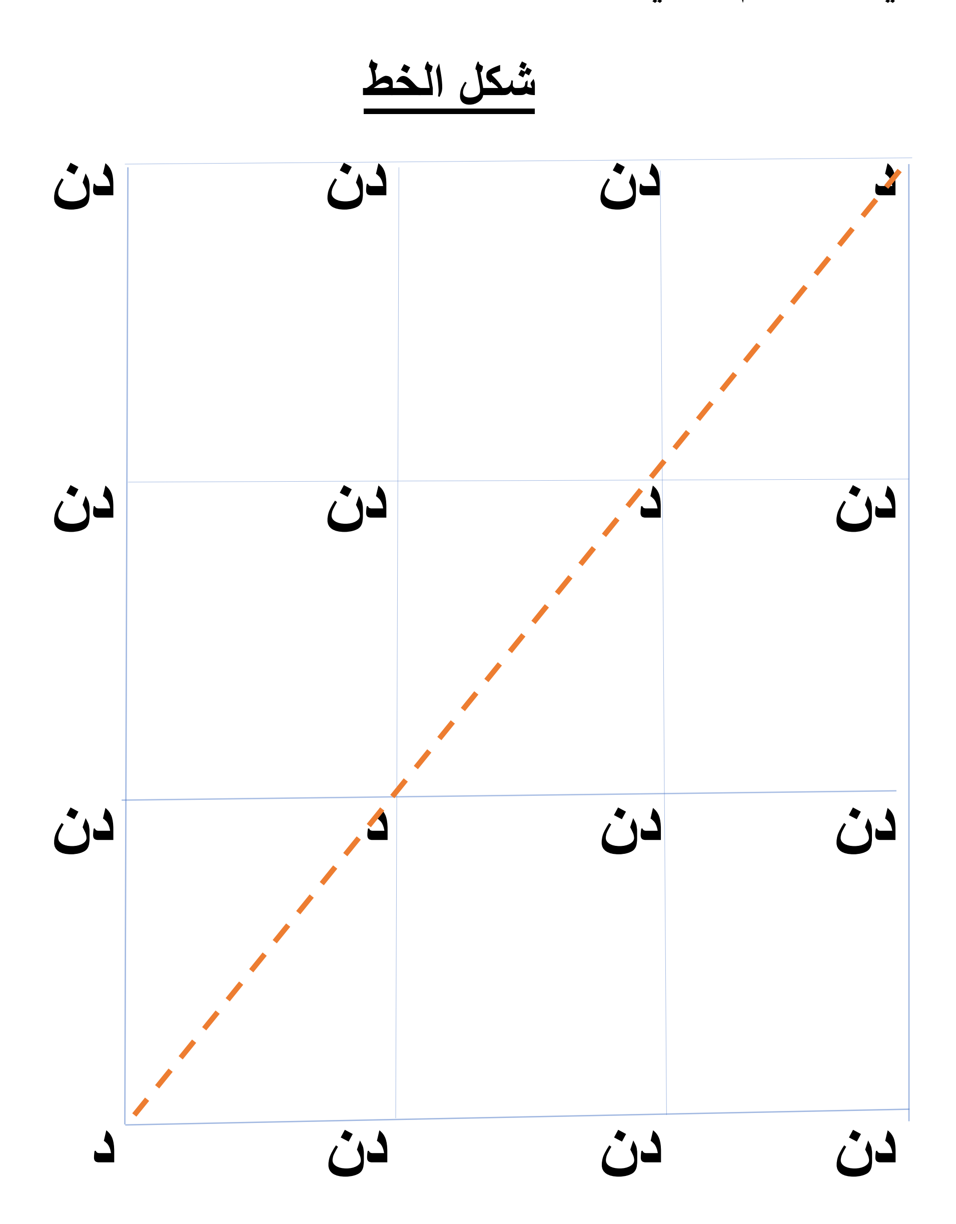
ثالثاً – المنحرف يساوي $\frac{4}{9}$

رابعاً – المستطيل يساوي $\frac{4}{9}$

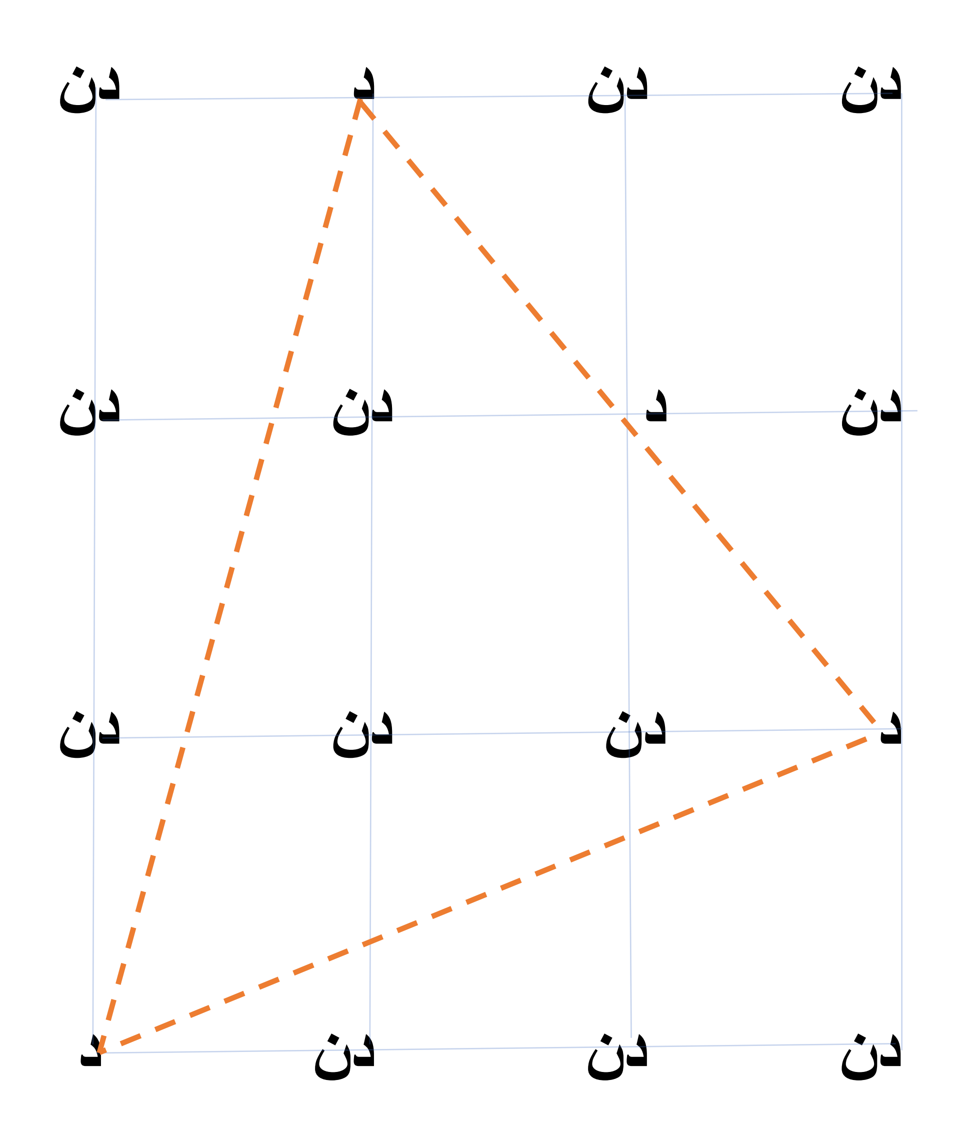
خامساً – المعين يساوي $\frac{3}{9}$

سادساً – المنشور يساوي $\frac{2.5}{9}$

ومن هذا يتضح تساوي مساحات المثلث والمنحرف والمستطيل بعضها لبعض وأنّ المنشور نصف المربع...الخ وهي ما تطابق المساحات الفعلية القياسية لكل شكل منها، كما في المرسوم التالي:

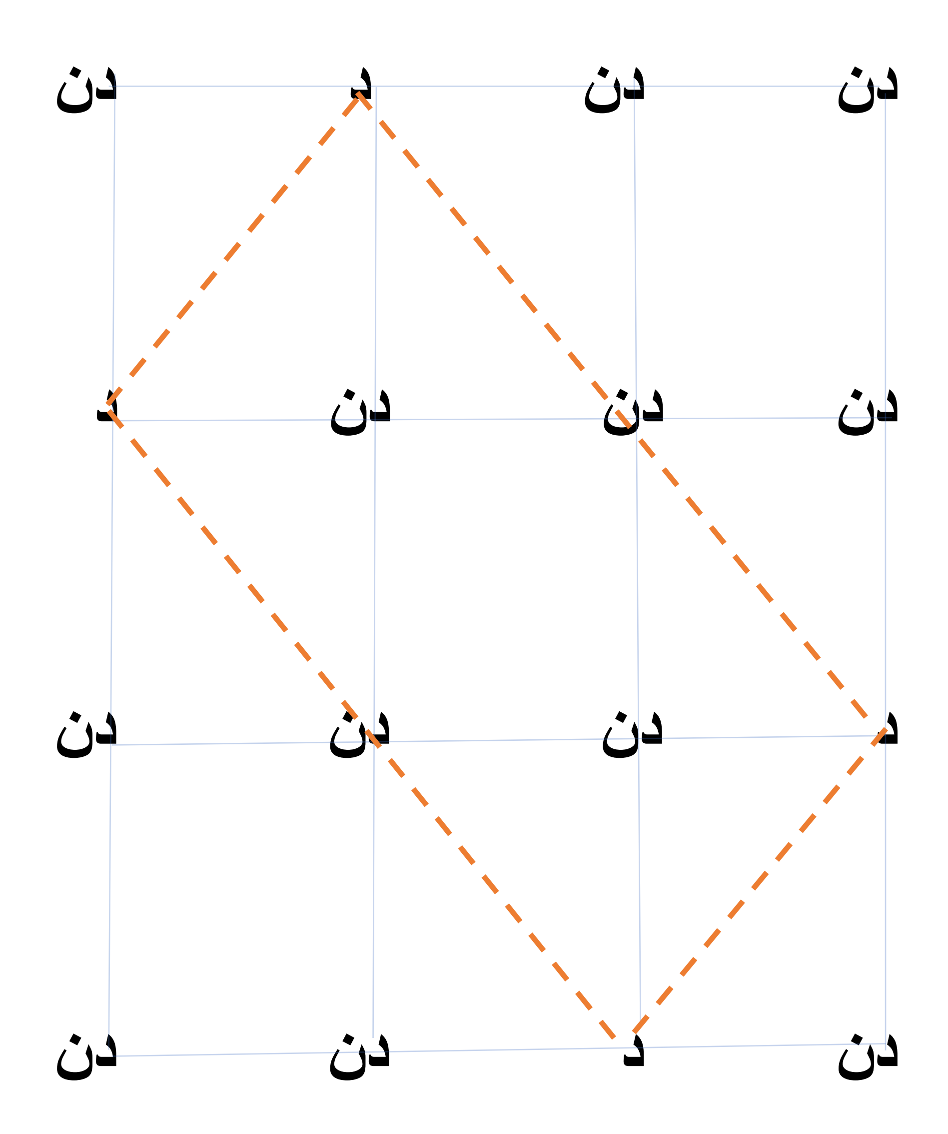


شكل المثلث



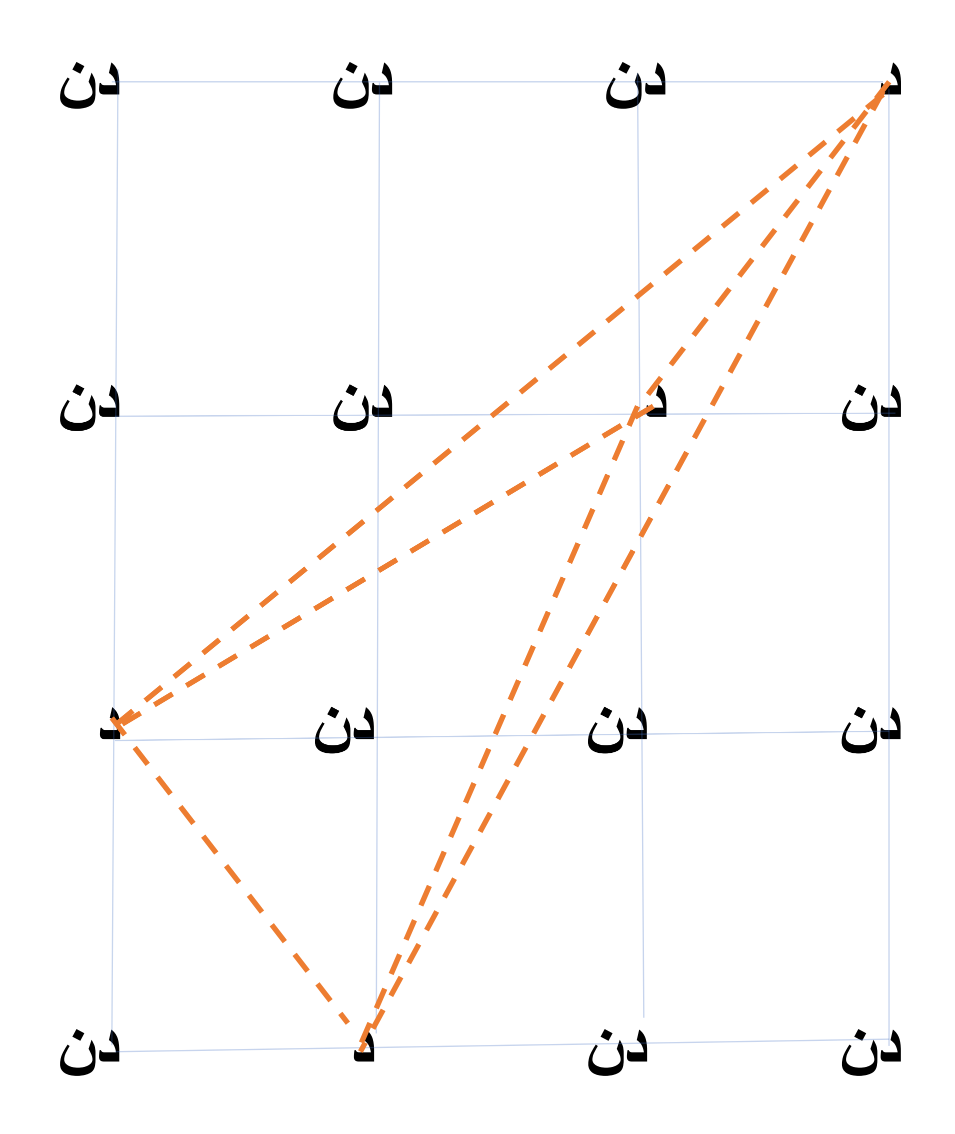
مساحة المثلث تساوي $\frac{4}{9}$

<u>**شكل المستطيل**</u>



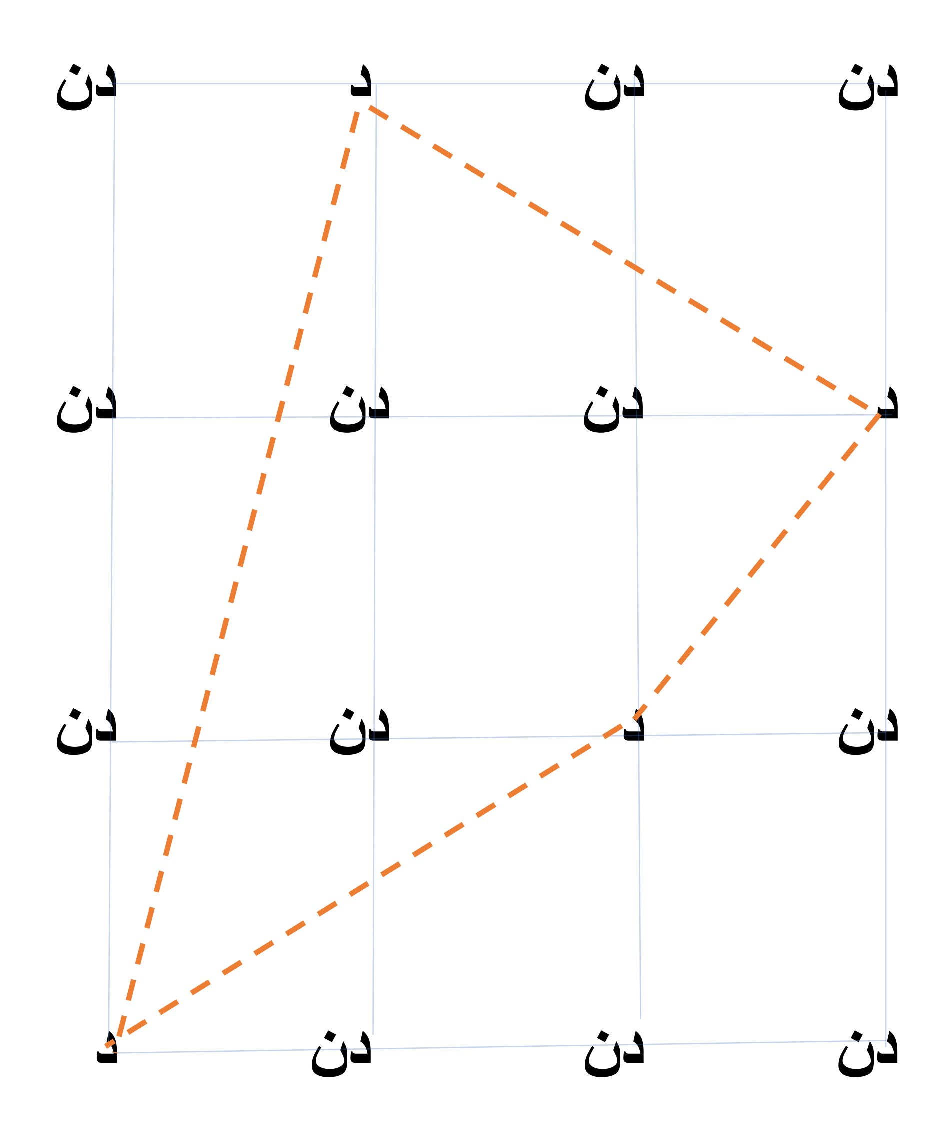
مساحة المستطيل تساوي $\frac{4}{9}$

شكل المنشور



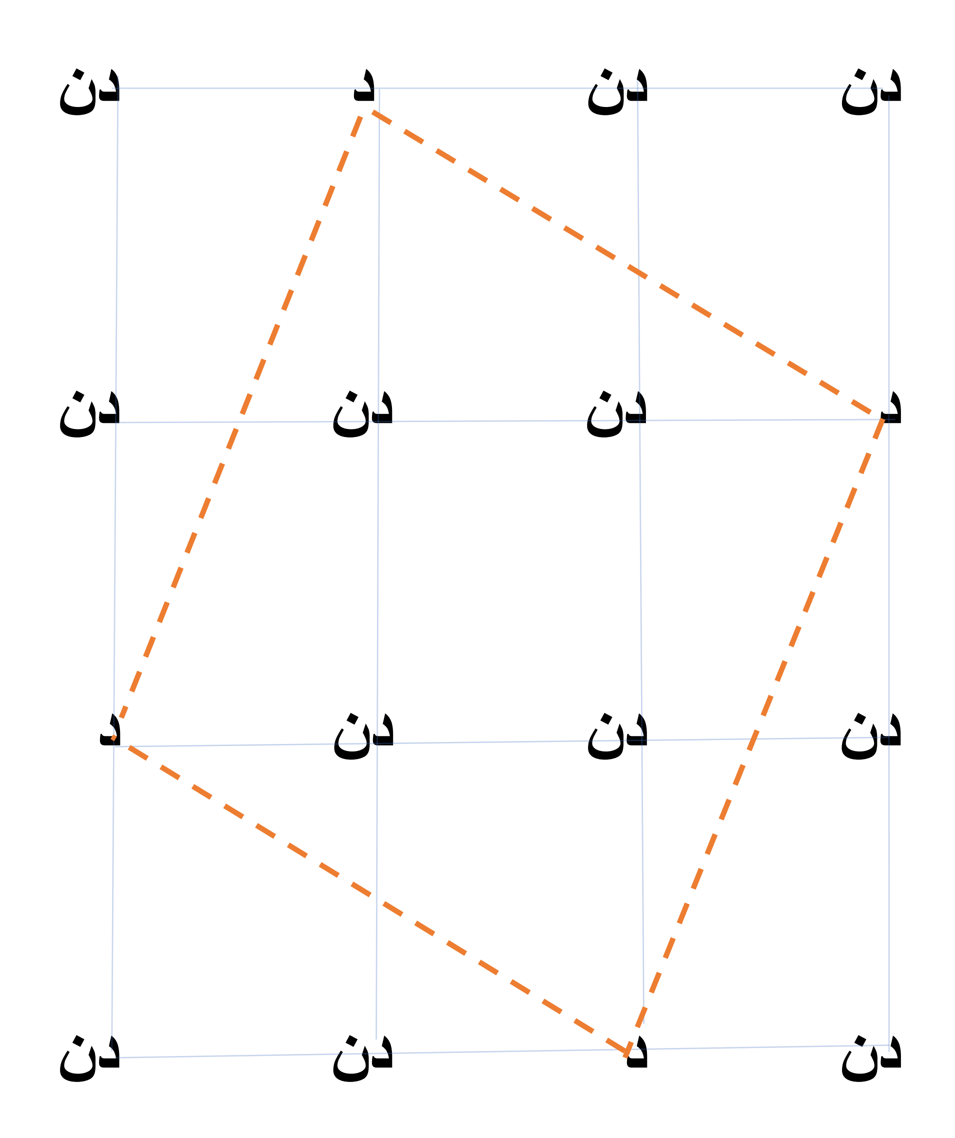
مساحة المنشور تساوي $\frac{2.5}{9}$

شكل المنحرف



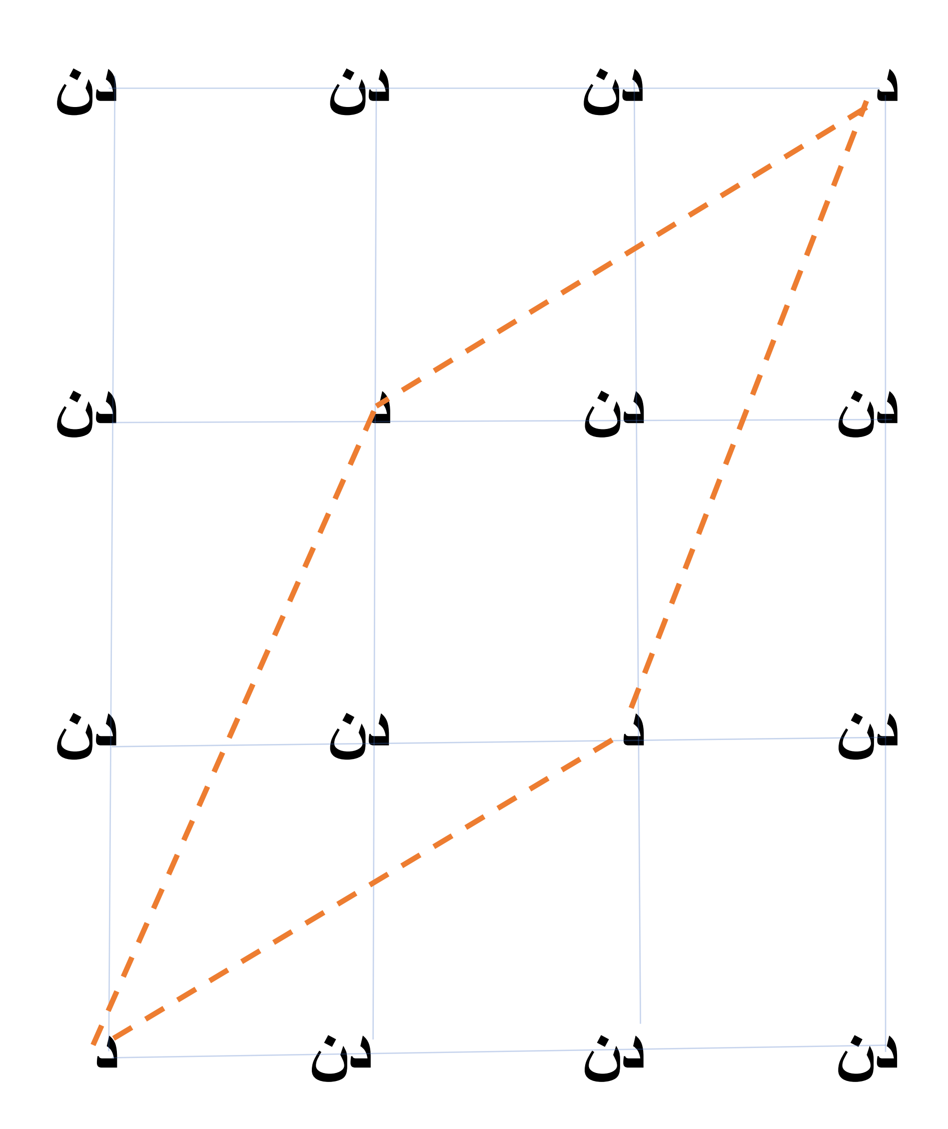
مساحة المنحرف تساوي $\frac{4}{9}$

شكل المربع



مساحة المربع تساوي $\frac{5}{9}$

شكل المعين



مساحة المعين تساوي $\frac{3}{9}$

لأن المعين أخذ ثلاث مربعات وترك ست مربعات خارجة عنه، فمساحته النسبية هي ثلاث وحدات إلى تسعة.

أصول الهندسة

{المنحرف والمثلث أصل الأشكال الهندسية والمنشور معبرها}

حيث أنّ الأشكال الهندسية التي تنجم عن الجمع بين المقولات الرباعية على التناوب سبعة أشكال مستوية كما مر بنا. فلو أخذنا الشكل المنحرف التالي:

دن دن د دن

د دن دن دن

دن د دن دن

دن دن دن د

ونقلنا المقولة العمودية الأولى منه إلى آخره كما يلي:

دن د دن دن

دن دن دن د

د دن دن دن

دن دن د دن

نكون قد حصلنا على شكل المربع.

وبالعكس لو نقلنا المقولة العمودية الأخيرة من المنحرف إلى أوله كما يلي:

دن دن دن د

دن د دن دن

دن دن د دن

د دن دن دن

نكون قد حصلنا على شكل المعين.

ولو نقلنا المقولة الأفقية العليا من المنحرف إلى أسفله، أو بالعكس، نقلنا المقولة الأفقية السفلى منه إلى أعلاه وكما يلي:

د دن دن دن

دن د دن دن

دن دن دن د

دن دن د دن

نكون قد حصلنا على شكل المنشور.

وبذلك *يكون المنحرف **أصلاً** لهذه الأشكال الثلاثة*.

ولو أخذنا شكل المثلث التالي:

د دن دن دن

دن دن دن د

دن دن د دن

دن د دن دن

ونقلنا المقولة العمودية الأولى منه إلى آخره كما يلي:

دن دن دن د

دن دن د دن

دن د دن دن

د دن دن دن

نكون قد حصلنا على شكل الخط المستقيم.

وكذلك الأمر، لو نقلنا المقولة الأفقية العليا منه إلى أسفله حيث تكون النتيجة واحدة.

وبالعكس لو نقلنا المقولة العمودية الأخيرة من المثلث إلى أوله كما يلي:

دن د دن دن

د دن دن دن

دن دن دن د

دن دن د دن

لحصلنا على شكل المستطيل.

وكذلك الأمر، لو نقلنا المقولة الأفقية السفلى منه إلى أعلاه حيث تكون النتيجة واحدة، وعليه *يكون المثلث* ***أصل*** *هذين الشكلين*.

وبما أنه لا يوجد من وراء هذه الأشكال أي شكل آخر يتولد منها لذا يكون المنحرف والمثلث هما أصل الأشكال السبعة المذكورة. ولسوف نرى أنّ المنشور يكون المعبر الذي يصل بين هاتين الفئتين من الأشكال كما هو شأنه بالنسبة للألوان.

البنية الرياضية

لو وحّدنا الأشكال الثلاثة الناجمة عن المنحرف معه كما يلي:

دن دن دن د دن دن

دن د دن دن دن د

دن دن د دن دن دن

د دن دن دن د دن

دن دن د دن

ووحّدنا الشكلين الناجمين عن المثلث معه كما يلي:

دن دن دن د دن دن

دن دن د د دن دن

دن د دن دن دن د

د دن دن دن د دن

ثم وحّدنا بين هاتين المجموعتين بحيث يجمع بينهما المنشور على الشكل التالي:

دن دن دن د دن دن

دن د دن دن دن د

دن دن د دن دن دن

د دن دن دن د دن دن

دن دن د دن دن دن

دن د دن دن دن دن

د دن دن دن د دن

ثم أكملنا تربيع الشكل سباعياً كما يلي:

دن دن دن د دن دن دن

دن د دن دن دن د دن

دن دن د دن دن دن د

د دن دن دن د دن دن

دن دن دن د دن دن دن

دن دن د دن دن دن د

دن د دن دن دن د دن

لحصلنا على البنية الموحدة، ووجدنا بأن المنحرف يظهر فيها أربع مرات لأن له أربعة أوجه، كما مر بنا، وإنّ كلاً من المنشور والمثلث يكرر نفسه بشكلين، لأن كل منهما يحتوي على وجهين، وإنّ كل من المربع والمستطيل والمعين والخط يظهر مرة واحدة، لأن كل منهما يحتوي على وجه واحد، ووجدنا أنّ البنية تتألف من أوضاع أربعة. فالأعمدة الأربعة الأولى تكون كما يلي:

دن دن دن د

دن د دن دن

دن دن د دن

د دن دن دن

دن دن دن د

دن دن د دن

دن د دن دن

وتضم المعين في أعلاها والمنحرف في وسطها والمثلث أسفلها.

وأمّا التي تليها فتكون كما يلي:

دن دن د دن

د دن دن دن

دن د دن دن

دن دن دن د

دن دن د دن

دن د دن دن

د دن دن دن

وتضم المنحرف أعلاها والمنشور أوسطها والخط أسفلها.

والثالثة تكون كما يلي:

دن د دن دن

دن دن دن د

د دن دن دن

دن دن د دن

دن د دن دن

د دن دن دن

دن دن دن د

وتضم المربع أعلاها والمنحرف وسطها والمثلث أسفلها.

والرابعة تكون كما يلي:

د دن دن دن

دن دن د دن

دن دن دن د

دن د دن دن

د دن دن دن

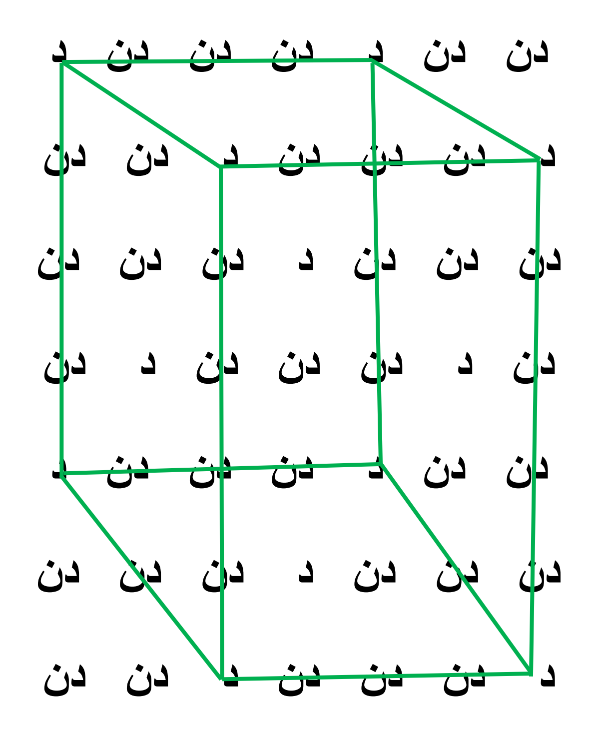
دن دن دن د

دن دن د دن

وتضم المنحرف أعلاها والمنشور وسطها والمستطيل أسفلها.

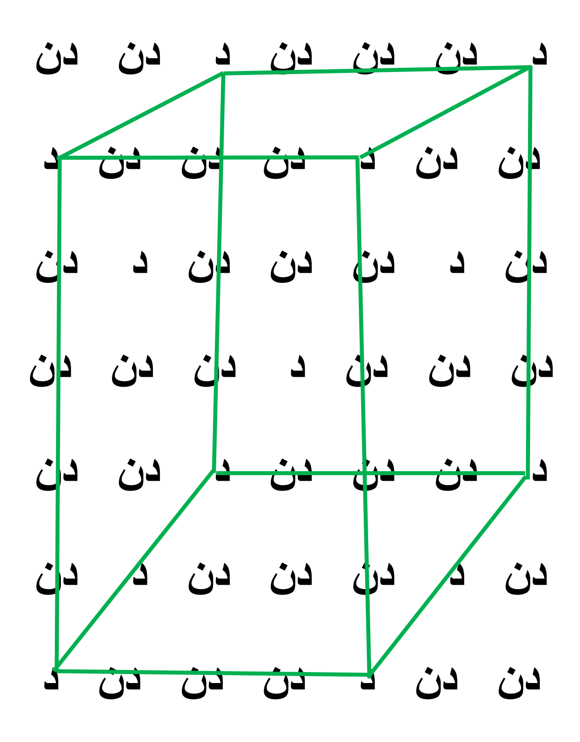
ومما يلاحظ أننا إذا لففنا أياً من هذه المجاميع أفقياً على شكل أسطوانة دائرية لمثلت كل الأشكال ومجاميع الأعداد بنسب تأليفية.

ومما يلاحظ على الشكل المنسجم التالي:



أنه يتألف من **(12)** متغيراً (نقرة صامتة **د**) ومركزه (نقرة ثابتة **دن**) ويخلف داخله شكلاً رباعياً.

وأمّا الشكل المنسجم التالي من البنية:



فإنه يضم **(13)** نقرة متغيّرة **(د)** ومركزه نقرة متغيّرة **(د)** ويخلف داخله شكلاً ثلاثياً.

ولمّا كانت الحركة عبارة عن تغير موقع المكان من خلال الزمان، كان لابد أن تمثل هذه المنظومة الأبعاد الأربعة بشتى اشكالها.

تربيع الدائرة

تنقسم المجاميع العددية إلى فئات ثلاث:

(أ) – الفئة التي لا يجتمع فيها عددان زوجيان أو فرديان على التعاقب **(42، 31)** وتضم أشكال هندسية ثلاثية هي الخط والمثلث والمستطيل وتجسيمها كما يلي:

3 2 1 4 3 2 1

د دن دن دن د دن دن

دن د دن دن دن د دن

دن دن د دن دن دن د

دن دن دن د دن دن دن

2 3 4 1 2 3 4

(ب)- الفئة التي لا يجتمع فيها الأكبر مع الأصغر من الزوجي والفردي **(41، 32)** وتضُم شكلي المنشور والمنحرف ويكون تجسيمها كما يلي:

3 1 2 4 3 1 2

دن د دن دن دن د دن

د دن دن دن د دن دن

دن دن د دن دن د دن

دن دن دن د دن دن دن

2 4 3 1 2 4 3

(ج)- الفئة التي لا يجتمع فيها الأكبران أو الأصغران من الزوجي مع الفردي **(43، 21)** على التعاقب ويكون تجسيمها كما يلي:

4	**1**	**3**	**2**	**4**	**1**	**3**
دن	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**
دن	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**
دن	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**
د	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**
1	**4**	**2**	**3**	**1**	**4**	**2**

ومما يلاحظ على هذه الفئات أنّ الفرق بين كل رقمين متتالين في الفئة الأولى هو **{311}**، ففي الوجه الأول منها **(4321)** يكون الفرق **{111}**، وفي الوجه الثاني **(1432)** و**(4123)** يكون الفرق **{311}**، وفي الوجه **(2143)** يكون الفرق **{131}**.

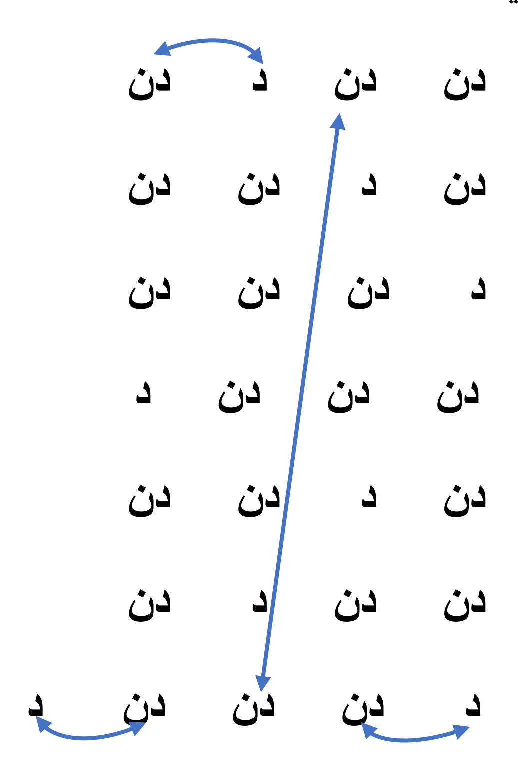
أمّا في المجموعة الثانية فيكون الفرق بين كل عددين متجاورين **(1 و2)** على التناوب، فالوجه **(4213)** والوجه **(1342)** يكون الفرق بينها هو **{212}**، وفي الوجه **(3421)** و **(2134)** يكون الفرق **{121}**.

وفي المجموعة الثالثة يكون الفرق في الوجه **(2413)** هو **{232}**، وفي الوجه **(3241)** و **(2314)** يكون الفرق **{123}**، أمّا في الوجه **(1324)** فيكون الفرق **{212}**.

ومما يلاحظ أنّ حاصل ضرب الأعداد المتقابلة من الفئة الأولى أو الثالثة يتعاقب فيها مجموع **(66 و44)**، بينما يكون حاصل الضرب في الفئة الثانية **(46 و46)** على وجه التناوب، وأنّ الفئة الأولى لا يتعاقب فيها عددان مجموعهما **(4 او 6)** ولا عددان حاصل طرحهما **(2).** وفي الفئة الوسطى لا يجتمع عددان مجموعهما **(5)** أو حاصل طرحهما **(3)**.

وفي الفئة الثالثة لا يجتمع عددان حاصل جمعهما **(3 او 7)**، وبالجمع بين هذه النسب والأشكال المار ذكرها في الفئات السابقة، تتألف المجاميع الأربع التي مرّ ذكرها سابقاً والتي تتكون منها البنية الرياضية الموحدة.

ولأجل إثبات كون دائرة الوحدة الموسيقية الأم هي دائرة تأليفية موسيقية هندسية جامعة، فلو عملنا على تفكيكها على أعمدة سباعية مع توخي الحفاظ على نسب الأبعاد الأربعة فيها كما يلي:



لحصلنا على إحدى الفئات التأليفية الأربع بزيادة متغيّر واحد، ولأجل تربيع هذا الشكل بحيث يمثل الفئات الأربع معاً، نجري التناوب بين الأعمدة السباعية سبع مرات فنكون قد حصلنا على نفس البنية الرياضية عن طريق هذا التربيع.

وهي كما يلي:

1 2 3 4 1 2 3

دن دن د دن دن دن د

دن د دن دن دن د دن

د دن دن دن د دن دن

دن دن دن د دن دن دن

دن د دن دن دن د دن

دن دن د دن دن دن د

د دن دن دن د دن دن

وإذ يلاحظ على هذه البنية الرياضية أنها تكرر نفس تركيبها مهما أضفنا عليها، فيمكن القول إذاً بأنها هي المقصود بلفظ المتناهي اللامتناهي من حيث المكان وإن دائرة الوحدة التي تضم (29) نقرة هي المتناهي اللانهائي من حيث الزمان، لأنها تمثل أوزان الشعر واللغة.

منطق المجاميع الرياضية

مما يلاحظ على المجاميع الرياضية ذات الأبعاد الأربعة **(د)** المتغّيرة مواقعها بين الثوابت **(دن)**، هو أنّ الأوجه المتقابلة منها يشترط فيها أن يكون مجموع كل عددين متقابلين مساوياً لمجموع أكبر عدد وأصغر عدد فيها، فمجموع كل وجهين متقابلين يساوي **{5555}** ونتيجة لذلك كان لابد أن تتشابه أو أن تتعاكس أو أن تتناقض الأشكال الهندسية المستوية الناجمة عن هذا التناوب وعلى سبيل الاتصال أو الانفصال، ففي الشكل التالي للمربع:

3 دن دن د دن 2

1 د دن دن دن 4

4 دن دن دن د 1

2 دن د دن دن 3

يلاحظ التضاد في سير الأعداد المتشابهة التسلسل، ولو قسمنا الشكل إلى نصفين لوجدناهما متشابهين، وكانت حصيلة تقابل الأعداد كما يلي:

2 4 1 3

3 1 4 2

ففي الطرفين توجد نسب الأعداد الأربعة وفي الوسط لا نسبة مشتركة بينهما فهي منفصلة على التقاطع. وكذلك الشكل التالي للمستطيل:

3 دن دن د دن 2

4 دن دن دن د 1

---

1 د دن دن دن 4

2 دن د دن دن 3

يلاحظ التضاد في سير الأعداد المتشابهة والتضاد في نصفي الشكل.

وتقابل الأعداد كما يلي:

3 4 1 2

2 1 4 3

حيث توجد نسب الأعداد الأربعة في الطرفين ولا نسبة مشتركة في الوسط فهي منفصلة على التقاطع.

وكذلك شكل المعين التالي:

1 د دن دن دن 4

3 دن دن د دن 2

2 دن د دن دن 3

4 دن دن دن د 1

فسير الأعداد متضاد في الوجهين ونصف الشكل مضاد لنصفه الآخر وأرقامه في الوجهين المتقابلين كما يلي:

4 2 3 1

1 3 2 4

حيث تشترك النسبة في الطرفين وتنعدم في الوسط فهي منفصلة على التقاطع.

وكذلك الأمر في شكل الخط التالي:

1 د دن دن دن 4

2 دن د دن دن 3

3 دن دن د دن 2

4 دن دن دن د 1

فالأعداد متضادة الاتجاه، وكذا يلاحظ التضاد في نصفي الخط من حيث الاتجاه.

1 2 3 4

4 3 2 1

فالنسبة موجودة في الطرفين وتنعدم في الوسط فالشكل منفصل على التقاطع.

ومما يلاحظ في هذه المجاميع المتضادة المنفصلة وقوع العدد الثاني والثالث (**2، 3**) إمّا في وسطها وإمّا في طرفيها فقط.

أمّا إذا أخذنا الشكل التالي للمنشور:

1 د دن دن دن 4

2 دن د دن دن 3

4 دن دن دن د 1

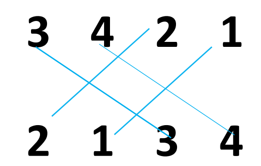
3 دن دن د دن 2

نجد أنّ نصف الشكل معاكس لنصفه الآخر، وأنّ الأعداد المتقابلة متعاكسة. وأنّ حاصل الجمع بينها هو:

1 2 4 3

4 3 1 2

يشير إلى تواصل النسب بين الأعداد الأربعة على التوازي:



وإنّ النسبة بين الطرفين تساوي النسبة بين الوسطين من كل وجه بالنسبة للآخر، وقد افترق العددان الثاني والثالث على وجه التناوب. وهذا ما يمثل التعاكس مع التواصل على التوازي بين الأبعاد الأربعة.

وإذا أخذنا شكل المثلث التالي:

1 د دن دن دن 4

4 دن دن دن د 1

---

3 دن دن د دن 2

2 دن د دن دن 3

وقسمناه إلى نصفين لوجدنا التناقض بينهما والاختلاف بين نسب الأعداد كما يلي:

1 4 3 2

4 1 2 3

فالطرفان لا يشكلان نسبة عددية خلافا للوسط وإنّ النسبة بين طرفي كل منهما تساوي النسبة بين وسطي الوجه الآخر. فهو متصل على التقاطع والتناقض وإنّ العددين الثاني والثالث (**2**، **3**) يقعان في طرف واحد.

أمّا إذا أخذنا شكل المنحرف التالي:

2 3 | 1 4

دن دن | د دن

د دن | دن دن

دن د | دن دن

دن دن | دن د

3 2 | 4 1

لوجدناه طولياً يقوم على التناقض بين نصفيه، وإنّ أعداد طرفي كل وجه تماثل عددي وسط الطرف الثاني، وإنّ العدد الثاني والثالث يجتمعان في الطرف الواحد، وإنّ مقابلة أعداد الوجهين: 4 1 3 2

1 4 2 3

توضح النسبة في وسطه وانعدامها في الطرفين، فهذا الشكل هو متناقض متصل على التقاطع. أمّا إذا نظرنا إلى نسبته عرضياً كما يلي:

3 دن دن د دن 2

1 د دن دن دن 4

---

2 دن د دن دن 3

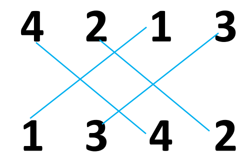
4 دن دن دن د 1

لوجدنا النصفين منه متعاكسيين، وإنّ نسبة عددي الطرفين تساوي نسبة عدد الوسطين من كل جهة بالنسبة للآخر، وأختلف موقع العددين الثاني والثالث على التناوب مع الأرقام الأخرى.

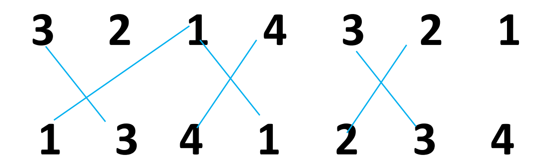
4 2 1 3

1 3 4 2

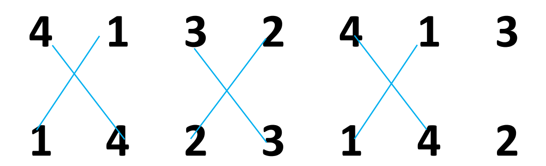
وإنّ النسب متصلة فيه على التوازي كما يلي:



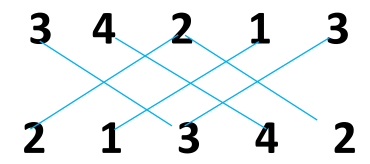
ولأجل إيضاح الاتصال والانفصال على وجه الاستقلال كما يلي:



وفي المجموعة التالية كما يلي:



وفي المجموعة التالية كما يلي:



وبما أنّ المنحرف يمثل نفسه أربع مرات خلال البنية فيندمج الاتصال بالانفصال خلال الأبعاد الأربعة المتعددة في تلك البنية. وعلى هذا كان المنحرف متضايفاً بين التعاكس والتناقض. وعليه فإن البنية الرياضية تتشكل مما يلي:

المنحرف المربع المنحرف المعين

المنشور المنحرف المنشور المنحرف

المستطيل المثلث الخط المثلث

مركبة كما يلي:

التضايف التضاد التضايف التضاد

التعاكس التضايف التعاكس التضايف

التضاد التناقض التضاد التناقض

فوجه التضايف الأول يمثل التعاكس ووجه التضايف الثاني يمثل التناقض.

العدد الأساس (12)

مرّ بنا عند الحديث عن الأشكال الهندسية، أنّ محيط المربع يمثل دائرة المتفق من أوزان الشعر، التي تتألف من (**12**) نقرة، وأنّ محيط المنحرف يمثل دائرة المشتبه التي تتألف من (**12**) نقرة، وأنّ محيط المثلث يمثل دائرة المؤتلف أو المجتلب التي تتألف من (**12**) نقرة،

كما مرّ بنا، أنّ البنية الرياضية تتركب من نفس هذا العدد من الأشكال الهندسية. وأنّ أوجه المجاميع العددية تساوي (**12**) وجهاً. ولبيان أنّ هذا العدد (**12**) يمكن أن يكون أساساً للجمع بين جميع الوجوه، نجد أنّ أعداد وجهين من وجوه المنحرف هما:

4 2 1 3

1 3 4 2

تضم نسبة الفئة (**1 2 3 4**) في وسطها، وتتكرر نسبة الفئة (**3 1 4 2**) في كل من طرفيها، فهي مشتركة مع الفئة الأخيرة.

كما أنّ أعداد وجهي المنشور المشتركة مع أعداد المنحرف المذكور وهما:

3 4 2 1

2 1 3 4

تضم نسبة الفئة (**2 4 1 3**) في وسطها، وتتكرر نسبة الفئة (**1 2 3 4**) في كل من طرفيها، فهي مشتركة مع الفئة الأخيرة. وعلى ذلك كانت المتسلسلة العددية التي تضم المنشور والمنحرف هي الرابطة الجامعة والمؤلفة بين متسلسلتي الفئتين،

ولإيضاح الكيفية، وبعد أن كشفنا عن علاقة العدد بالمكان، فلو رسمنا المتسلسلة العددية الأولى بوضعها المكاني من الشكل التالي بحيث تتمثل جميع أعدادها في الوجهين المتقابلين وكما يلي:

1	**3**	**4**	**2**	**1**
د	**دن**	**دن**	**دن**	**د**
دن	**دن**	**دن**	**د**	**دن**
دن	**د**	**دن**	**دن**	**دن**
دن	**دن**	**د**	**دن**	**دن**
4	**2**	**1**	**3**	**4**

ورسمنا بنفس الطريقة شكل المتسلسلة المتتالية مكانياً كما يلي:

2	**1**	**4**	**3**	**2**	**1**
دن	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**
د	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**
دن	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**
دن	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**
3	**4**	**1**	**2**	**3**	**4**

لوجدنا التماثل المشترك بين العددين الأولين وما يقابلهما من يمين المتسلسلة الأولى وبين العددين الأخيرين وما يقابلهما من يسار المتسلسلة الثانية.

ولو رسمنا بنفس الطريقة شكل المتسلسلة الثالثة مكانياً كما يلي:

1 3 2 4 1 3

دن د دن دن دن د

دن دن دن د دن دن

د دن دن دن د دن

دن دن د دن دن دن

4 2 3 1 4 2

لوجدنا التماثل المشترك بين العددين الأخيرين وما يقابلهما من يسار المتسلسلة الأولى وبين العددين الأولين وما يقابلهما من يمين المتسلسلة الثالثة.

ولو رسمنا المتسلسلة الأولى مكانياً بوضعها الثاني التالي:

2 4 3 1 2

دن د دن دن دن

د دن دن دن د

دن دن د دن دن

دن دن دن دن د

3 1 2 4 3

لوجدنا نفس التماثل المشترك بالنسبة لمعكوس كل من المتسلسلتين الثانية والثالثة:

1 2 3 4 1 2

دن د دن دن دن د

د دن دن دن د دن

دن دن دن د دن دن

دن دن د دن دن دن

3 4 1 2 3 4

4 2 3 1 4 2

دن دن دن د دن دن

دن د دن دن دن د

دن دن د دن دن دن

د دن دن دن د دن

1 3 2 4 1 3

وعلى ذلك لو وصلنا بين هذه المجاميع الرياضية على النحو التالي:

3 دن دن د دن 2

1 د دن دن دن 4

4 دن دن دن د 1

2 دن د دن دن 3

3 دن دن د دن 2

1 د دن دن دن 4

2-- دن د دن دن 3 –

4 دن دن دن د 1

3 دن دن د دن 2

2 دن د دن دن 3

1 د دن دن دن 4

4 دن دن دن د 1

3 دن دن د دن 2

أو على النحو التالي:

1 د دن دن دن 4

3 دن دن د دن 2

2 دن د دن دن 3

4 دن دن دن د 1

1 د دن دن دن 4

3 دن دن د دن 2

--4 دن دن دن د 1—

2 دن د دن دن 3

1 د دن دن دن 4

4 دن دن دن د 1

3 دن دن د دن 2

2 دن د دن دن 3

1 د دن دن دن 4

لوجدنا أنّ المجموعة الوسطى:

1 3 4 2 1 3

4 2 1 3 4 2

تندمج في المجموعتين الأولى والأخيرة ولا يبقى منها إلا مقولة واحدة تجمع بين الفئتين.

ولو لففنا هذه البنية العددية الجامعة على شكل أسطوانة دائرية لوجدنا أنها تتألف من **(12)** مقولة تمثل أوزان العدد المشابه لأوزان الشعر باختلاف اعتماد أحد الأعداد قائماً مقام النقرة الصامتة **(د).**

كما يمكن إبدال الأعداد بالحروف الأبجدية العربية التي قيل أنّ أساس تراكيبها هو العدد **(12)**. وبذلك نثبت مرة أخرى علاقة المكان بالأعداد، وعلاقة الهندسة بأوزان الشعر، وعلاقة الحرف بالعدد، وعلاقة الكل بالمقولات التي تتألف منها دائرة الوحدة.

ومما يلاحظ على البنية الأسطوانية أنها تتألف من جميع التراكيب الثلاثية للأرقام الأربعة **(1، 2، 3، 4)** على وجه التناوب والانسجام. وإن المتسلسلة **(1 4 3 1 4)** أو المتسلسلة **(4 1 2 4 1)** تربط بين طرفي كل من جانبي الأسطوانة الأولى، وإنّ المتسلسلة **(3 2 1 3 2)** أو المتسلسلة **(2 3 4 2 3)** تربط بين طرفي كل من أعداد جانبي الأسطوانة الثانية على وجه الدوران.

أصل البنية (29) نقرة

كنا قد أثبتنا أنّ المنحرف والمثلث هما أصل الاشكال السبعة، وإن المنشور هو الموصل بين الفئتين. فلو جمعنا بين المنحرف والمثلث بحيث نحافظ على جهات التولّد الخمسة بينها كما يلي:

دن دن د دن

د دن دن دن

دن د دن دن

دن دن دن د دن

دن د دن دن

د دن دن دن

د دن دن دن

يكون حاصل المجموع المتولد (**29**) نقرة، فمن طرفي المنحرف يتولّد المربع والمعين. ومن طرفي المثلث يتولّد المستطيل والخط. ويظهر المنشور الواصل بينهما في وسط الشكل وكما يلي:

دن دن دن د دن دن

دن د دن دن دن د

دن دن د دن دن دن

د دن دن دن د دن دن

دن دن د دن دن دن

دن د دن دن دن د

د دن دن دن د دن

ويلاحظ أننا إذا لففنا الشكل الأول أفقياً على شكل أسطوانة بحيث يمثل كل الحالات البنيوية الأربعة يعود العدد **(29)** الى **(28)** نقرة لزيادة نقرة واحدة في جانبيه.

تفاضل النسب

مما يلاحظ على الرقم **(5)** أنه يتألف من مجموع العددين **(2، 3)** أو من مجموع العددين **(1، 4)** فهو يمثل الأعداد الأربعة (1، **2**، **3**، **4**) بمختلف مجاميعها من الفئات الثلاث التالية:

2 1 3 4	3 1 2 4	3 1 4 2

وعلى ذلك فلو كررنا الرقم **(5)** أربع مرات **(5555)** ليمثل آحاده وعشراته ومئاته والوفه، وطرحنا منه إحدى المجاميع الرباعية لكان الحاصل هو نسبة العدد المتكامل معها من الأعداد المتقابلة التي ذكرناها سابقاً. فالأعداد المتضادة التي مجموع عدديّ وسطها يساوي **(5)** وهي **(1 2 3 4، 3 4 1 2، 3 1 4 2، 2 4 1 3)**، يكون ناتج تفاضلها من العدد **(5555)** هو المجموعة المضادة لها، من ذلك مثلاً إذا طرحنا العدد التالي:

$$\begin{array}{r} 5555 \\ - \underline{4321} \\ 1234 \end{array}$$

لكان الحاصل مضاداً له.

أمّا المجموعة المتناقضة وهي التي يكون حاصل عدديّ طرفيها المتتاليين **(5)** وهي **(2 3 4 1، 2 3 1 4، 3 2 4 1، 4 1 2 3)**، فيكون حاصل تفاضلها من العدد **(5555)** كما يلي:

لو طرحنا من العدد **5555**

العدد **3241**

كان الناتج **2314**

ولو طرحنا من العدد **5555**

العدد **3214**

كان الناتج **2341**

وكذا الامر بالنسبة للأعداد المتعاكسة الأُخر

فلو طرحنا من العدد **5555**

العدد **4213**

كان الناتج **1342**

ولو طرحنا من العدد **5555**

العدد **3421**

كان الناتج **2134**

إن هذه النسبية في الأبعاد الأربعة المحددة تصلح أن تكون أساساً لتبيان معنى النسب بين مواقع المسافات تفاضلاً وتكاملاً كما سيأتي ذكر ذلك. ومن ذلك يتضح أنّ الاشكال الهندسية لا تمثل الأوجه المتضادة بين الأعداد المتقابلة على وجه الدوام، وإنما تختلف باختلاف مواقع تلك الأعداد، من حيث التقابل المكاني، ومن ثم انقسامها إلى مجموعات مختلفة، كما مرّ بنا، على أساس من واقع الحال.

أمّا لو حذا كل رقم من أرقام المتسلسلات العددية حذو المجاميع أو الأشكال المتضادة، لكانت النتائج مختلفة كما يلي:

فالمتسلسلة (**2 1 3 4 2 1 3**) ستكون كما يلي:

2134	**1342**	**3421**	**4213**
4312	**2431**	**1243**	**3124**
6446	**3773**	**4664**	**7337**

والمتسلسلة (**1 3 2 4 1 3 2**) ستكون كما يلي:

1324	**3241**	**2413**	**4132**
4231	**1423**	**3142**	**2314**
5555	**4664**	**5555**	**6446**

والمتسلسلة (**3 2 1 4 3 2 1**) ستكون كما يلي:

3214	**2143**	**1432**	**4321**
4123	**3412**	**2341**	**1234**
7337	**5555**	**3773**	**5555**

وسيختلف الحال عن التقابل المكاني لهذه الاعداد، ونفتقد الحقيقة.

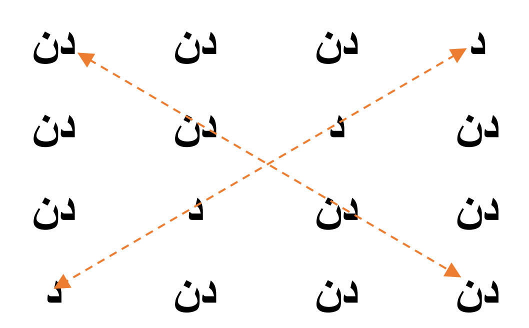
ملاحظات أولية

<u>أولاً:</u> يلاحظ على الحركات المتغيرة التي يمثلها الحرف **(د)** أنها لا تجتمع في كل من الأشكال الهندسية على وجه التعاقب، إلّا عند الخط المستقيم. حيث تقع اثنتان منها في محيط شكله الأساس. أمّا افتراقها عن بعضها البعض فيكون في شكل المربع حيث تقع كلها في محيطه.

وأمّا اجتماع كل اثنتين منها معاً على وجه التوازي فيكون على شكل المستطيل، وتقع كلها في محيطه. وتعاقب ثلاث حركات يكون في شكل المثلث، وتقع ثلاث حركات في محيط شكله الأساس.

وأمّا اجتماع اثنتين وافتراق اثنتين فيكون في شكل المعين، وتقع اثنتان في محيط شكله الأساس، كما يكون في شكل المنحرف وتقع ثلاث حركات منها في محيط شكله الأساس.

<u>ثانياً:</u> يلاحظ على الدنادن الكائنة في كل من قطري الشكل التالي:



إنها تساوي (**دن دن دن دن**) أو (**د د د د**).

وتساوي في كل من شكلَي المربع أو المستطيل (**دن دن دن دن**) فقط.

وأمّا في شكل المعين فتساوي (**مفتعلن دن د د دن**) أو (**مفاعيل د دن دن د**).

وفي شكل المنشور تساوي (**فعلاتن د د دن دن**) أو (**مفعولاتن دن دن دن دن**).

وفي شكل المثلث تساوي (**فاعلاتن دن د دن د**) أو بالعكس (**مفاعلن د دن د دن**) أو (**دن دن دن**) وهو ما يسمى بالزحاف في علم العروض.

أمّا في شكل المنحرف فتساوي نفس المقولات التي يتألف منها كل شكل وهي (**د دن دن دن**) أو العكس (**دن دن دن د**) و (**دن دن د دن**) أو العكس (**دن د دن دن**).

ثالثاً: يلاحظ على أرقام كل ركن من الأركان الأربعة في كل شكلي الخط والمعين أنها تساوي (**4، 4**) أو (**1، 1**) كما يلي:

4 4

4 دن دن دن د 1

دن د دن دن

دن دن د دن

1 د دن دن دن 4

1 4

أمّا في شكل المستطيل فتكون (**3، 3**) أو (**2، 2**)، وتكون في شكل المنشور (**1،1**) أو (**2،2**) او (**3، 4**). وتكون في المثلث (**1، 1**) أو (**3، 3**) أو (**2،4**).

وتكون في المنحرف (**2، 4**) أو (**3، 4**) أو (**1، 1**)، وفي المربع تكون (**2، 3**) فقط.

رابعاً: يلاحظ على الأعداد الأربعة في أركان شكل المثلث أنها تمثل الأعداد (**4321**).

3 دن دن د دن 2

دن د دن دن

د دن دن دن

4 دن دن دن د 1

أي أعداد المتسلسلة الترتيبية. بينما يمثل شكل المنشور الأعداد (**2413**)

4 دن دن دن د 1

دن دن د دن

د دن دن دن

2 دن د دن دن 3

أي أعداد المتسلسلة الموسيقية. بينما يمثل شكل المنحرف كلاً من هاتين النسبتين في أعداد أركان محيطه الأربعة.

2 4

3 دن دن د دن 2

د دن دن دن

دن د دن دن

4 دن دن دن د 1

3 1

أما الأعداد في أركان الأشكال المتضادة فلا تؤلف عدداً تاماً لأنها تتولد من النسبتين السابقتين، كما يلاحظ أن المنشور تنتهي أعداده الأربعة **(3421)** و **(2134)** بالعددين **(1، 2)** و **(3، 4)**، وإن المنحرف المتعاكس **(4213)** و **(1342)** تنتهي أعداده الأربعة بالعددين **(3، 1)** و **(2، 4)**، وإن المنحرف المتناقض **(4132)** أو **(1423)** تنتهي أعداده بالعددين **(2، 3)** او **(1، 4)** ...الخ ليتم التكامل بين صلات تسلسلات الأعداد المتضادة مع الأعداد التأليفية كما مر بنا سابقاً.

__خامساً:__ كما يلاحظ على الأشكال الهندسية السبعة أنها تتكون من المقولتين **(د دن دن دن)** و**(دن دن د دن)** ومن عكسهما **(دن دن دن د)** و **(دن د دن دن)** وتقع الأولى في محيط المعين أو الخط.

د دن دن دن　　　　**د دن دن دن**

دن دن د دن　　　　**دن د دن دن**

دن د دن دن　　　　**دن دن د دن**

دن دن دن د　　　　**دن دن دن د**

وتقع الثانية في محيط المربع أو المستطيل:

دن دن د دن　　　　**دن دن د دن**

د دن دن دن　　　　**دن دن دن د**

دن دن دن د　　　　**د دن دن دن**

دن د دن دن　　　　**د دن دن دن**

وتجتمعان معاً في محيط المنشور والمثلث والمنحرف:

دن دن دن د
دن دن د دن
د دن دن دن
دن د دن دن

د دن دن دن
دن دن دن د
دن دن د دن
دن د دن دن

دن دن د دن
د دن دن دن
دن د دن دن
دن دن دن د

وبذلك تشترك خمسة من هذه الأشكال بالنوع الأول وتشترك خمسة منها بالنوع الثاني.

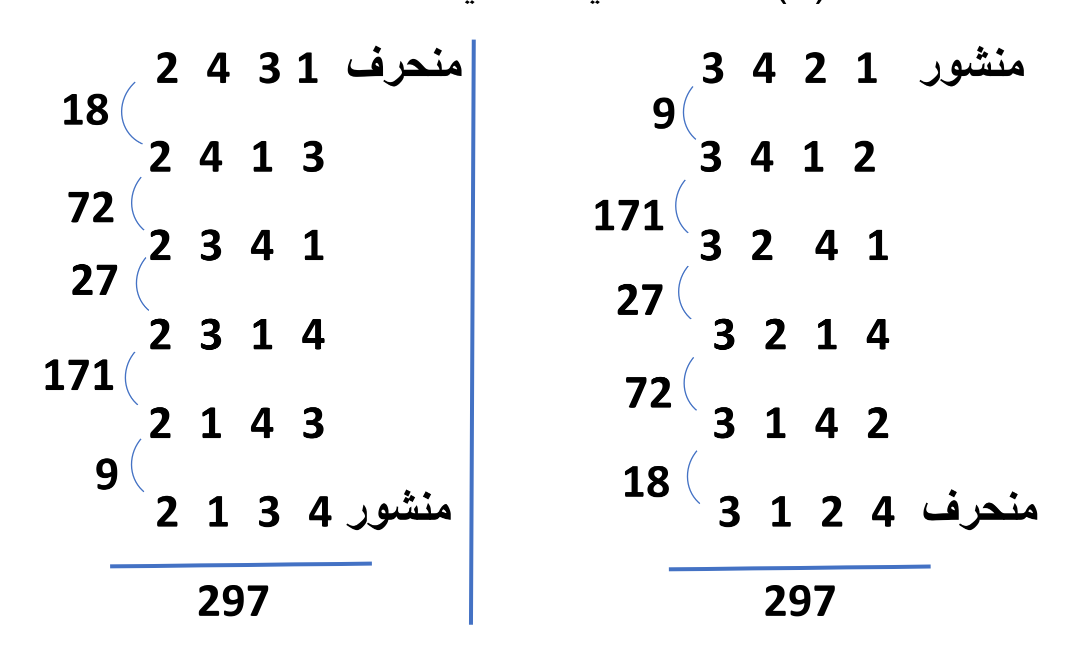
بيان العلاقات العددية

يلاحظ من المجاميع التالية أن الفروق بين المجموعتين المنتهية بالعدد (**4**) على التوالي توازي الفروق بين المجموعات المنتهية بالعدد (**1**) على التوالي كما يلي:

خط 4 3 2 1
9
4 3 1 2
81
4 2 3 1
18
4 2 1 3
81
4 1 3 2
9
مثلث 4 1 2 3
198

مثلث 1 4 3 2
9
1 4 2 3
81
1 3 4 2
18
1 3 2 4
81
1 2 4 3
9
خط 1 2 3 4
198

وإن الفروق بين المجاميع بالعدد (**3**) على التوالي توازي الفروق بين المجاميع المنتهية بالعدد (**2**) على التوالي كما يلي:



وهذا ما يثبت ارتباط العدد (**1**) بالعدد (**4**)، وارتباط العدد (**2**) بالعدد (**3**) على وجه التقابل. كما يلاحظ أن العلاقة الأولى بين المثلث والخط أو العلاقة الثانية بين المنحرف والمنشور تكون على وجه معكوس. ومن ملاحظة الرسم التركيبي التالي:

الشكل	العدد	الفرق
متعاكس	3 4 2 1	
		9
متضاد	3 4 1 2	
		171
متضايف	3 2 4 1	
		27
متناقض	3 2 1 4	
		72
متضاد	3 1 4 2	
		18
متضايف	1 3 2 4	
		297

الشكل	العدد	الفرق
منشور	2 1 3 4	
		9
مستطيل	2 1 4 3	
		171
منحرف	2 3 1 4	
		27
مثلث	2 3 4 1	
		72
مربع	2 4 1 3	
		18
منحرف	2 4 3 1	
		297

نجد أن الفرق بين أكبر عدد وأصغر عدد من المجموعتين أعلاه يساوي (**297**)، ومما يلي:

الشكل	العدد	الفرق
متضاد	4 3 2 1	
		9
متعاكس	4 3 1 2	
		81
متضاد	4 2 3 1	
		18
متضايف	4 2 1 3	
		81
متضايف	4 1 3 2	
		9
متناقض	4 1 2 3	
		198

الشكل	العدد	الفرق
خط	1 2 3 4	
		9
منشور	1 2 4 3	
		81
معين	1 3 2 4	
		18
منحرف	1 3 4 2	
		81
منحرف	1 4 2 3	
		9
مثلث	1 4 3 2	
		198

نجد أن الفرق بين أكبر عدد وأصغر عدد من المجموعتين أعلاه يساوي (**198**). وعليه فان النسبة بين (**297**) و(**198**) تساوي **2/3** وبهذا تتضح العلاقة بين العددين (**4،1**) وبين (**3، 2**) مرة أخرى.

تأسيس البنية الرياضية

من المقولة الثلاثية

لو وضعنا البنية الرياضية التي تولد الأشكال الهندسية السبعة ذات الأبعاد الأربعة كما في الشكل التالي:

2	3	1	4	2	3	1
دن	دن	د	دن	دن	دن	د
د	دن	دن	دن	د	دن	دن
دن	د	دن	دن	دن	د	دن
دن	دن	دن	د	دن	دن	دن
دن	دن	د	دن	دن	دن	د
دن	د	دن	دن	دن	د	دن
د	دن	دن	دن	د	دن	دن

لوجدنا أن كلاً من المجموعتين في ركني الجهة العليا من الشكل تتكون من:

د دن دن فعولن

دن دن د مفعول

دن د دن فاعلن

وإن كلاً من المجموعتين في ركني الجهة السفلى تتكون من:

د دن دن فعولن

دن د دن فاعلن

دن دن د مفعولَ

وما يفصل بين هذه المجاميع هو الأصل الذي تولدت منه المقولات الثلاثية الثلاثة، وهو (**مفعولن دن دن دن**). ويقع الرمز **(د)** في مركز هذه البنية حيث يكمل الأشكال السبعة، والعلاقات العددية الأربع من كل أربعة أعداد، وبحذفِه لا يبقى من هذه الأشكال إلا ما يمثل الخط والمثلث بالعلاقات العددية الثلاث فقط، ذلك لأن المقولة الوسطى من البنية أفقياً أو عمودياً وهي **(4 دن دن دن د دن دن دن 4)** تمثل العدد **(4)** كما مر بنا.

ولو غيرنا تناوب ظهور البنية بصورها الأربع لتغيرت النتائج من حيث الاعتماد على المركز بتغيير مواقع الأشكال.

تربيع الاسطوانة

سبق أن أوضحنا العلاقة بين دائرة الوحدة (التي تتشكل بمظهرين) وبين البنية الرياضية (التي تتشكل بأحد المكعبين المار ذكرها)، ولإيجاد العلاقة بين تراكيب تلك البنية وبين بنية إحدى الاسطوانتين التي ورد بحثها في موضوع ’’ العدد الأساس’’ حيث نجد أنها تتشكل من الجمع بين المجموعتين المتتالين (**2 3 1 4 2 3 1**) و (**4 3 2 1 4 3 2**)، وإن المجموعة الثالثة (**3 1 2 4 3**) وصورتها المتقابلة (**2 4 3 1 2**) تتولد بينهما بإضافة مقولة واحدة بين المجموعتين السابقتين وهي المقولة (**دن د دن دن**) وكما يلي:

	3	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**2**
	2	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**3**
	4	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**1**
	1	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**4**
	3	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**2**
	2	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**3**
	4	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**1**
الوسطى ⟵	**3**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**2**
	1	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**4**
	2	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**3**
	3	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**2**
	4	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**1**
	1	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**4**
	2	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**3**
	3	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**2**

وعليه لو حذفنا المقولة الوسطى **(دن د دن دن)** من بين المجموعتين، وقابلنا بين المجموعة العليا والمجموعة السفلى كما يلي:

2 دن د دن دن	**4 دن دن د دن**
3 دن دن د دن	**3 دن دن د دن**
1 د دن دن دن	**2 دن د دن دن**
4 دن دن دن د	**1 د دن دن دن**
2 دن د دن دن	**4 دن دن دن د**
3 دن دن د دن	**3 دن دن د دن**
1 د دن دن دن	**2 دن د دن دن**

وحذفنا أحد العمودين المشتركين في وسطها بالنظر لتماثلهما وجمعناهما سوياً كما يلي:

دن	**د**	دن	دن	دن	دن	**د**
دن	دن	**د**	دن	دن	**د**	دن
د	دن	دن	دن	**د**	دن	دن
دن	دن	دن	**د**	دن	دن	دن
دن	**د**	دن	دن	دن	دن	**د**
دن	دن	**د**	دن	دن	**د**	دن
د	دن	دن	دن	**د**	دن	دن

نكون قد حصلنا على المربع الرياضي الذي تؤول إليه تراكيب الاسطوانة والذي يضم ما تضمّه من الأشكال الهندسية وموازين الشعر ومتواليات الأعداد على أسس ثابتة ومحددة ونظام مختلف. وبذلك نكون قد حققنا إثبات العلاقة بين البنى الثلاث التي تتكون منها العلاقات النظامية بين مظاهر الأشياء من حيث الأساس.

وحيث أن البنية الاسطوانية تتألف من حيث الأساس من إثني عشر رقماً، كما مرّ بنا، وهي **(3 1 4 2 3 1 2 4 3 2 1 4 3)** على وجه الدوران، فبالترتيب المار ذكره تصبح كما يلي:

4 دن دن دن د

3 دن دن د 3 دن دن د دن

1 د دن دن 2 دن د دن دن

4 دن دن دن 1 د دن دن دن

2 دن د دن 4 دن دن دن د

3 دن دن د 3 دن دن د دن

1 د دن دن دن

وبإضافة مقولة إلى أعلى اليمين وأخرى إلى أسفل اليسار، يتم تأليف البنية الرياضية منها.

انسجام البنية الرياضية

بعد أن أوضحنا العلاقة بين الرياضة والمنطق من خلال التضاد في تراكيب الخط والمستطيل والمربع والمعين، والتناقض في تركيب المثلث، والتعاكس في تركيب المنشور، والتضايف بين التناقض والتعاكس في تركيب المنحرف، فإن ما يلاحظ على البنية الهندسية التي تجمع بين هذه الفئات أنها تخلو من اجتماع المتناقضين أو المتضادين أو المتعاكسين، فالمثلث يجتمع مع الوجه المتعاكس من المنحرف، والمنشور يجتمع مع الوجه المتناقض من المنحرف، والمستطيل والخط يجتمعان مع المثلث والمنشور، والمعين والمربع يجتمعان مع الوجه المتعاكس من المنحرف...الخ وعليه فلو رسمنا البنية كما يلي:

د دن دن دن د دن دن

دن دن د دن دن دن د

دن د دن دن دن د دن

دن دن دن د دن دن دن

د دن دن دن د دن دن

دن د دن دن دن د دن

دن دن د دن دن دن د

نجد أنها تتألف من الأشكال المنسجمة التالية:

المعين المنحرف المربع المنحرف

المنحرف المنشور المنحرف المنشور

المثلث المستطيل المثلث الخط

فيظهر فيها المتضايف بأربعة أوجه وكل من المتناقض والمتعاكس بوجهين وكل من المتضادات بوجه واحد.

فلو قرأنا العلاقات المنطقية بين هذه الأشكال عمودياً كانت كما يلي:



ولو قرأنا هذه العلاقات أفقياً فيما بين الأشكال كانت كما يلي:

تضاد　　تعاكس　　تضاد　　تعاكس

تناقض　　تعاكس　　تناقض　　تعاكس

تناقض　　تضاد　　تناقض　　تضاد

فلو عبرنا عن تناقض وتعاكس المنحرف بلفظة التضايف كانت العلاقة الموحدة فيما بينهما كما يلي:

تضاد　　تضايف　　تضاد　　تضايف

تضايف　　تعاكس　　تضايف　　تعاكس

تناقض　　تضاد　　تناقض　　تضاد

وعليه فلا اجتماع بين متناقضين أو متعاكسين أو متضادين.

وينطبق مبدأ عدم اجتماع النقيضين أو الضدين أو المتعاكسين على البنية الرياضية للمتوالية العددية في نوعيها كما يلي:

3 دن دن د دن
1 د دن دن دن
4 دن دن دن د
2 دن د دن دن
3 دن دن د دن
1 د دن دن دن
2 دن د دن دن
4 دن دن دن د
3 دن دن د دن
2 دن د دن دن
1 د دن دن دن
4 دن دن دن د
3 دن دن د دن

4 دن دن دن د
2 دن د دن دن
3 دن دن د دن
1 د دن دن دن
4 دن دن دن د
2 دن د دن دن
1 د دن دن دن
3 دن دن د دن
4 دن دن دن د
1 د دن دن دن
2 دن د دن دن
3 دن دن د دن
4 دن دن دن د

فتكون نسب العلاقات بينهما ممثلة كما يلي:

مربع	**تضاد**	**معين**
منحرف	**تعاكس**	**منحرف**
معين	**تضاد**	**مربع**
منحرف	**تناقض**	**منحرف**
منشور	**تعاكس**	**منشور**
خط	**تضاد**	**مستطيل**
مثلث	**تناقض**	**مثلث**
مستطيل	**تضاد**	**خط**

وعليه فلا اجتماع بين متماثلين إلا على سبيل الانفصال أو عدم الانسجام، كما يتضح من الشكل السابق.

تأليف البنية الرباعية

من العدد

يمكننا تأليف البنية الهندسية الرباعية من العدد مباشرة، وذلك أننا لو قرأنا الدائرة أدناه:

وفقاً لأعدادها التركيبية **(2 3 4 12 3 4)** وكما يلي:

4 دن دن دن د 1
3 دن دن د دن 2
2 دن د دن دن 3
1 د دن دن دن 4
4 دن دن دن د 1
3 دن دن د دن 2
2 دن د دن دن 3

ثم قرأنا الدائرة وفقا لأعداد المجموعة **(1 3 2 4 1 3 2)** وكما يلي:

2 دن د دن دن
3 دن دن د دن
1 د دن دن دن
4 دن دن دن د
2 دن د دن دن
3 دن دن د دن
1 د دن دن دن

ثم قابلنا بين الفئتين أعلاه بعد حذف العمود الوسط المشترك بينهما من إحدى الفئتين وكما يلي:

دن د دن دن   دن دن د

دن دن د دن   دن د دن

د دن دن دن   د دن دن

دن دن دن د   دن دن دن

دن د دن دن   دن دن د

دن دن د دن   دن د دن

د دن دن دن   د دن دن

وبهذا نكون قد حصلنا على البنية التي تجمع بين المتواليات العددية الرباعية أجمع مع ما يتولد بينهما من أشكال هندسية.

انسجام المجاميع

لو وضعنا المجاميع العددية حسب مرتبة الألوف على ألّا تتكرر الأعداد في مراتب الآحاد والعشرات والمئات كما يلي:

المثلث	4 1 2 3	=	1 4 3 2		نقيضه المجموع (5555)
المنشور	4 3 1 2	=	1 2 4 3		عكسه
المعين	4 2 3 1	=	1 3 2 4		ضده
المجموع	1 2 6 6 6	+	3 9 9 9	=	1 6 6 6 5
المثلث	3 2 1 4	=	2 3 4 1		نقيضه
المنشور	3 4 2 1	=	2 1 3 4		عكسه
المربع	3 1 4 2	=	2 4 1 3		ضده
المجموع	9 7 7 7	+	6 8 8 8	=	1 6 6 6 5
المنحرف	2 3 1 4	=	3 2 4 1		نقيضه
المنحرف	2 4 3 1	=	3 1 2 4		عكسه
المستطيل	2 1 4 3	=	3 4 1 2		ضده
المجموع	6 8 8 8	+	9 7 7 7	=	1 6 6 6 5
المنحرف	1 4 2 3	=	4 1 3 2		نقيضه
المنحرف	1 3 4 2	=	4 2 1 3		عكسه
الخط	1 2 3 4	=	4 3 2 1		ضده
المجموع	3 9 9 9	+	1 2 6 6 6	=	1 6 6 6 5

المجموع الكلي = 6 6 6 6 0

وإذ تُظهِر لنا هذه العلاقات مرة أخرى التكامل بين العددين (**1، 4**) وبين العددين (**2، 3**)، وعدم اجتماع المتضادين أو المتعاكسين أو المتناقضين، وإن مجموع الأعداد المتولدة عن العلاقات الرباعية بين الأعداد الأربعة هي (**66660**)، وبقسمتها على العدد (**12**) وهو عدد المجاميع التي تمثل الأربعة وعشرين وجهاً، يظهر الحاصل ممثلاً في العدد (**5555**)، ومنه يتضح أن العدد خمسة هو أساس المجاميع لأنه إذا ما قُسم كما ذكرنا إلى قسمين فلابد أن يكون الناتج (**1، 4**) أو (**2، 3**). كما أن العدد خمسة هو العدد الذي مهما رُبع يبقى محتفظاً بنفسه في أول الحاصل، كعدد دائري.

مرايا الصور

مما يلاحظ على صورة الشكل أدناه أولا:

1 د دن دن دن 4

2 دن د دن دن 3

4 دن دن دن د 1

3 دن دن د دن 2

إن كلاً من نصفي الصورة وهما **(1 2)** و **(3 4)** قد انتقل إلى الجهة المقابلة لنصفه الآخر. بينما يلاحظ على الصورة الشكل أدناه ثانياً:

1 د دن دن دن 4

4 دن دن دن د 1

3 دن دن د دن 2

2 دن د دن دن 3

إن كلاً من نصفي الصورة وهما **(1 4)** و **(3 2)** قد انتقل إلى الجهة المقابلة له معكوساً. أمّا في صور الاشكال التالية ثالثاً:

1 د دن دن دن 4

2 دن د دن دن 3

3 دن دن د دن 2

4 دن دن دن د 1

3 دن دن د دن 2

4 دن دن دن د 1

1 د دن دن دن 4

2 دن د دن دن 3

---

3 دن دن د دن 2

1 د دن دن دن 4

4 دن دن دن د 1

2 دن د دن دن 3

---

4 دن دن دن د 1

2 دن د دن دن 3

3 دن دن د دن 2

1 د دن دن دن 4

فإن كل نصف فيها قد انتقل إلى الجهة المقابلة لنصفه الآخر معكوساً. في الحين الذي نجد فيه أن صورة الشكل التالي رابعاً:

	1	4	2	3	
1	د	دن	دن	دن	4
3	دن	دن	د	دن	2
4	دن	دن	دن	د	1
2	دن	د	دن	دن	3
	4	1	3	2	

قد انتقل فيها كل من النصفين في الجهة العليا والسفلى إلى الجهة المقابلة له معكوساً، وإن كلاً من النصفين في الجهة اليمنى واليسرى قد انتقل إلى ما يقابل نصفه الثاني كما هو بهيئته الثابتة.

وبعبارة أخرى فإن التضاد بين المقولتين **(د دن دن دن)** وعكسها **(دن دن دن د)** أو بين المقولتين **(دن دن د دن)** وعكسها **(دن د دن دن)** إذا وقع في وسط الصورة حصلنا على الصورة المتضادة، وإذا وقع في طرفي الصورة حصلنا على صورة التناقض، وإذا انعدم ووقع التناوب بين المقولات الأربع حصلنا على الصورة المتعاكسة.

امّا إذا اجتمع التضاد والتناوب في صورة واحدة فيحصل فيها التضايف بين التعاكس والتناقض كما في شبه المنحرف.

تفاضل القوى بين الأعداد

مما يلاحظ على التفاضل الناجم عن قسمة العدد **(5555)** إلى قسمين متكاملين على وجه التناوب ما يلي:

<u>اولاً-</u> التفاضل المتكافئ بين وجهي كل من الأعداد المتضادة التالية:

$\frac{3\,1\,4\,2}{2\,4\,1\,3}$ ، $\frac{4\,2\,3\,1}{1\,3\,2\,4}$ ، $\frac{4\,3\,2\,1}{1\,2\,3\,4}$ ، $\frac{2\,1\,4\,3}{3\,4\,1\,2}$

فالعدد الأعلى أكبر أو أصغر من العدد الأسفل في حالة واحدة.

<u>ثانياً-</u> التفاضل المتناوب بين وجهي كل من المجموعتين التاليين:

$\frac{3\,2\,4\,1}{2\,3\,1\,4}$ ، $\frac{3\,4\,2\,1}{2\,1\,3\,4}$

فالعدد الأعلى أكبر من الأسفل في حالة وأصغر منه في حالة أخرى.

<u>ثالثاً-</u> التفاضل من الوجه الأكبر لأعداد كل من المجموعتين التاليتين:

$\frac{3\,2\,1\,4}{2\,3\,4\,1}$ ، $\frac{4\,2\,1\,3}{1\,3\,4\,2}$

فالعدد الأعلى أكبر من الأسفل في حالتين، وعلى ذلك يكون التكامل على ثمانية أوضاع، ويكون التفاضل على إثني عشر وضعاً، ويكون التكامل على ثلاثة أنواع من حيث الأشكال، ويكون التفاضل على ثلاثة أنواع من حيث الأعداد،

فالمجموعة $\frac{3\,2\,4\,1}{2\,3\,1\,4}$ تشبه المثلث $\frac{3\,2\,1\,4}{2\,3\,4\,1}$ من حيث التناقض.

وتشبه المنشور $\frac{3\,4\,2\,1}{2\,1\,3\,4}$ من حيث التفاضل.

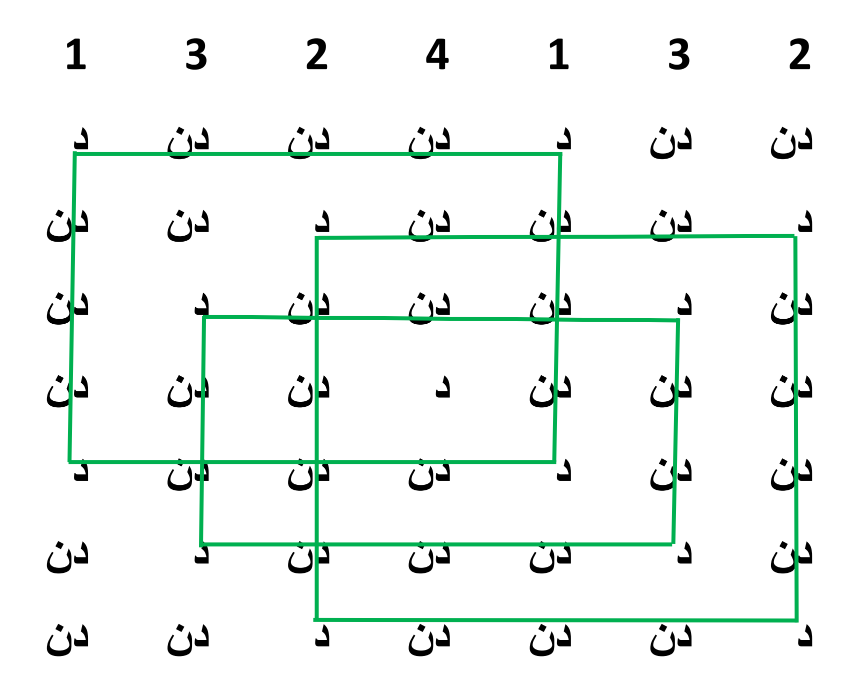
والمجموعة $\frac{3\,1\,2\,4}{2\,4\,3\,1}$ تشبه المنشور من حيث التعاكس وتشبه المثلث من حيث التفاضل.

وهذه الأعداد تجتمع في شكل المنحرف الذي يجمع بين المتعاكس والمتناقض ويمثل محيطه دائرة المشتبه في أوزان الشعر كما مرّ بنا.

	2	3	1	4	
3	دن	دن	د	دن	2
1	د	دن	دن	دن	4
2	دن	د	دن	دن	3
4	دن	دن	دن	د	1
	3	2	4	1	

نسب المستقيمات في البنية الرياضية الموحدة

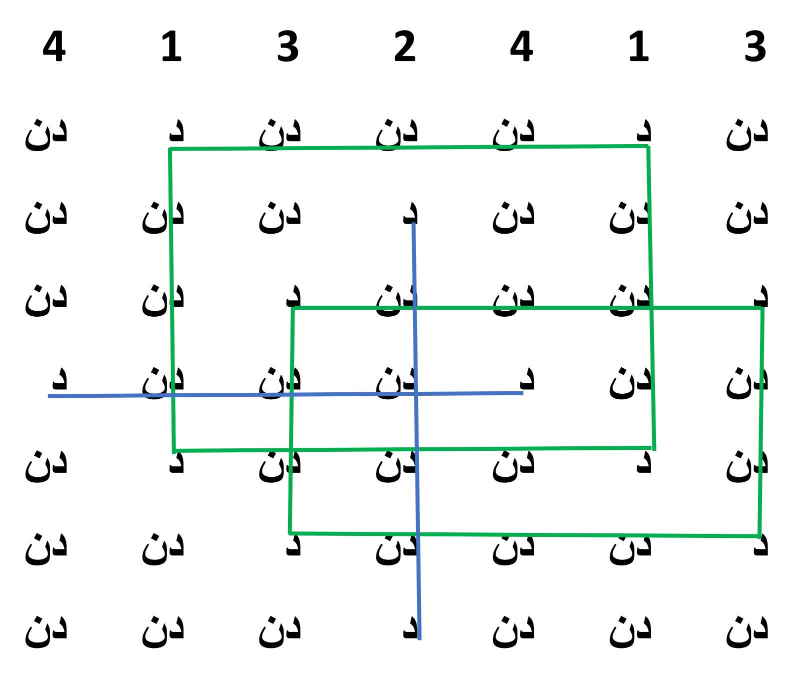
مما يلاحظ على البنية الرياضية الموحدة على سبيل التحديد والمارّ ذكرها، هو أننا لو اكتفينا برسم خط مستقيم بين كل حركتين صامتتين منها وهما **(د)** و **(د)** افقياً وعمودياً وكما يلي:



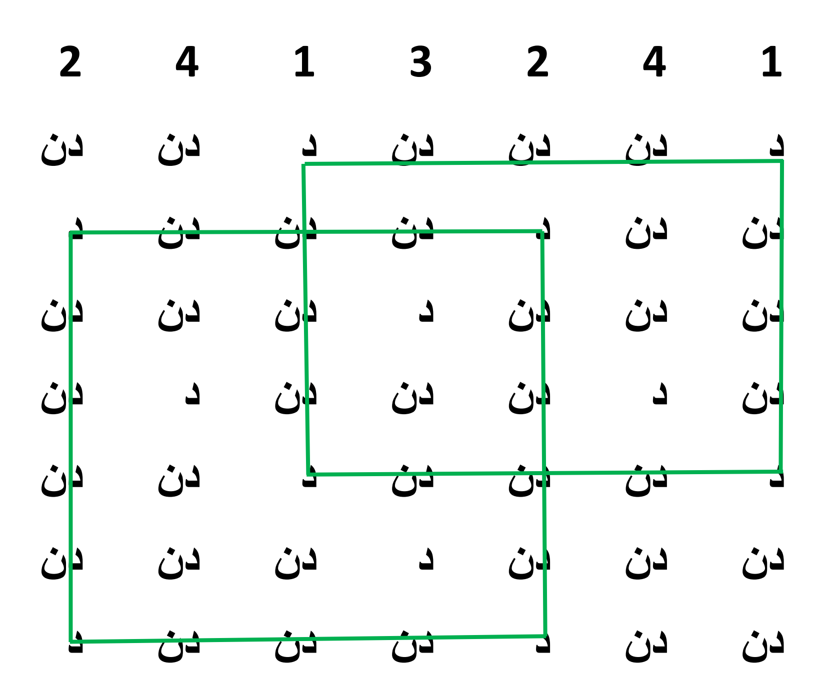
لوجدنا أنّ الخطوط الأفقية متساوية الأطوال، طول كل منها خمس نقرات، وإنّ الخطوط العمودية على ثلاثة أطوال، منها ما يساوي الخطوط الأفقية ويشكل معها مربعاً مساحته **(5 × 5)** كما في الشكل الأيسر في أعلى البنية.

ومنها ما يزيد على الخطوط الأفقية بنقرة واحدة ويشكل مستطيلاً مساحته **(6 × 5)** كما في الشكل الأيمن أسفل البنية.

ومنها ما ينقص عن الخطوط الأفقية بنقرة واحدة ويشكل مستطيلاً مساحته **(4 × 5)** كما في الشكل الأوسط [7]، على أننا لو كررنا صور البنية الرياضية الأربع لنقص شكل من هذه الأشكال في صورها الثلاث الأخر. ففي الشكل التالي:



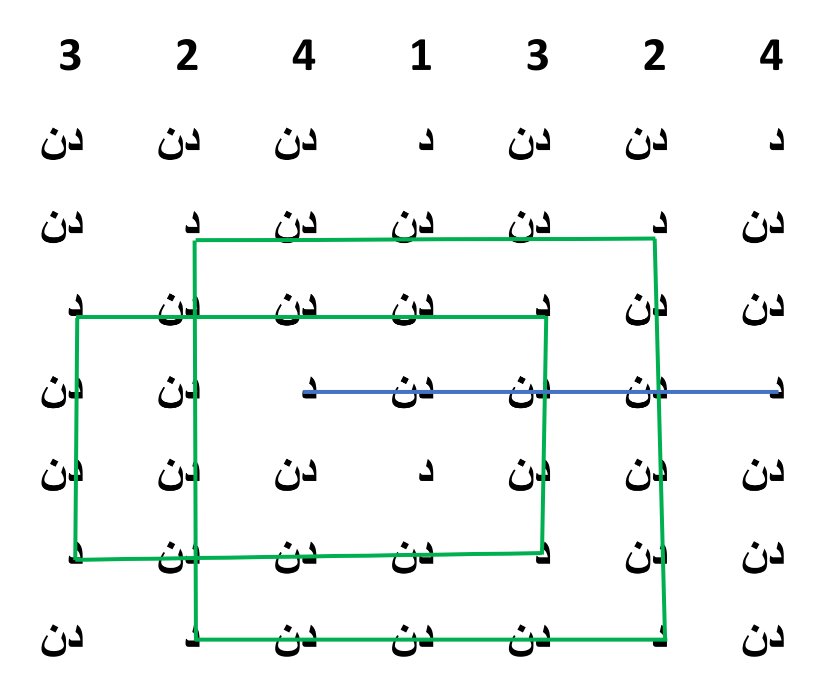
يبقى المربع أعلاه والمستطيل الأصغر أدناه، وفي الشكل التالي:



[7] في حساب الوحدات كما سيأتي تكون مساحة الأول (16) وحدة ومساحة الثاني (20) ومساحة الثالث (12).

ويبقى المربع أعلاه والمستطيل الأكبر أدناه.

وأمّا في الشكل الرابع التالي:



فيبقى المستطيلان الأكبر وهو الأيمن، والأصغر وهو الأيسر، وعليه يكون الشكل الأول جامعاً للمربع والمستطيلين، ويعتمد على الحركة الصامتة **(د)** في وسطه أساساً لتوليد الأشكال الهندسية السبع، فبحذفها ينعدم وجود جميع تلك الأشكال كما مرّ سابقاً.

قوام الوحدة الأم

بما أن عدد الحروف التي يلفظ بها ثمانية وعشرون حرفاً، عدا حرف الألف الساكن، فتكون بالتأليف فيما بينها (**29**)، وهو عدد حروف المسند، وقد مر بنا أنّ توحيد المقولات السبع بعد توليدها منطقياً ورياضياً يكون مجموع وحداتها (**28**)، وبإضافة النقرة الأساس المولّدة لهذه المقولات كجوهر من حيث الأساس يصبح المجموع (**29**) وحدة، وهو العدد الذي يضم جميع الأوزان فيكون ترتيب التولد المذكور كما يلي:

دن

د دن دن دن   دن دن دن د

د دن دن   دن دن د

دن د دن دن   دن دن د دن

دن د دن   دن د دن

وبما أننا ذكرنا أنّ دائرة الأساس التي تمثل تراكيب كل الأوزان تتألف من العدد (**12**) وتتمثل في دائرة المشتبه لإوزان الشعر (كما في شكل المنحرف) وكما هي أدناه:

دن د دن دن دن د دن دن دن دن د دن

حيث تجمع النسب الثنائية والثلاثية والرباعية بين النقرات الجوهرية ويفصل بين كل منها النقرة **(د)**، وهي النسب الرباعية التي تجمع جميع التراكيب الأساسية، وعليه لابد أن تكون هذه البنية هي الأساس المقوم لأوزان دائرة الوحدة بمجموع المقولات التي تتألف هذه النسب بينها، وعلى ضوء هذا الأساس البنيوي التام يمكن إذن تقويم أوزان دائرة الوحدة من الناحية العلمية، فإذا ما استخرجنا تراكيب هذه الدائرة سباعياً على ضوء البدء من إحدى نقراتها الإثني عشرة وعلى التوالي نجد هذه التراكيب مؤلفة كما يلي:

دن	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**د**
دن	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**
دن	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**
د	**دن**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**
دن	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**
دن	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**
دن	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**
1	**6**	**7**	**7**	**6**	**4**	**5**	**5**	**4**	**3**	**2**	**3**

وأنّ كلاً من هذه التراكيب العمودية يتكرر ظهوره إلّا التركيبتين عدد **(1، 2)** فلا تظهر إلّا مرة واحدة، وبما أنّ هذه التراكيب يجب ظهورها في دائرة الوحدة لتتولد كل الأوزان فيها، فإذا وضعنا كلاً من مجموعتي المقولات المولدة على شكل عمودين يضم كل منهما **(14)** وحدة كما يلي:

د	**دن**
دن	**دن**
دن	**دن**
دن	**د**
د	**دن**
دن	**دن**
دن	**د**
دن	**دن**
د	**دن**
دن	**د**
دن	**دن**
د	**دن**
دن	**د**
دن	**دن**

لوجدنا أنها تضم جميع التراكيب المار ذكرها عدا النسبتين عدد **(6، 7)** وهما:

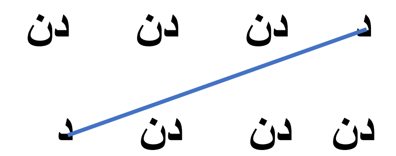
7 د دن دن دن دن د دن

6 دن دن د دن دن دن دن

أو معكوس كل منهما. ولا يمكن أن تظهر كل من هاتين النسبتين في دائرة الوحدة بمقولاتها أعلاه مالم يتم إضافة النقرة المؤسسة **(دن)** إلى المجموع التوليدي لهذه المقولات حيث تبلغ بذلك كمال أوزانها لتصبح الوحدة الأم لجميع اللغات والمقولات التي تتألف منها البنيويات العلمية الأُخر من هندسة ومساحة وعدد ومنطق وأبعاد إلى آخر ما سنتوصل اليه منها.

نسب الأطوال

لمّا كانت الأشكال الهندسية السبعة تتولد من التناوب بين المقولات الرباعية الأربع، لذا كان بالإمكان معرفة النسب بين أضلاع أو أقطار أو ارتفاعات هذه الأشكال عن طريق النسب بين المقولات. ذلك لأن النسب المتماثلة بين هذه المقولات لابد أن تكون متساوية الأطوال في جميع الأشكال التي تقع فيها. وعلى هذا الأساس تكون النسبة التالية:



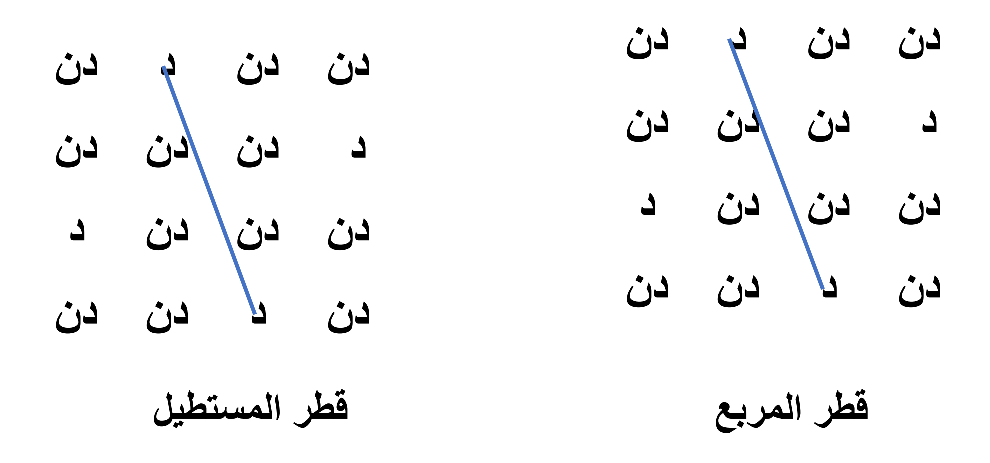
ممثلة لأطوال كل من قطر المربع وقطر المستطيل وضلع المثلث والضلع الأطول للمنحرف كما هو مبين أدناه:

دن د دن دن
دن دن دن د
دن دن د دن
د دن دن دن

ضلع المنحرف الأطول

دن د دن دن
دن دن د دن
دن دن دن د
د دن دن دن

ضلع المثلث



قطر المربع **قطر المستطيل**

وتكون النسبة التالية:

دن دن د دن

د دن دن دن

ممثلة لأطوال كل من ضلع المربع وضلع المعين والضلع الداخلي من المنشور والقطر الأقصر من المنحرف أو ضلعه الأوسط كما يلي أدناه:

دن دن د دن

د دن دن دن

دن دن دن د

دن د دن دن

ضلع المربع

د دن دن دن

دن دن د دن

دن د دن دن

دن دن دن د

ضلع المعين

دن دن دن د
دن دن د دن
د دن دن دن
دن د دن دن

ضلع المنشور الداخلي

دن دن د دن
د دن دن دن
دن د دن دن
دن دن دن د

ضلع وقطر المنحرف

في حين تكون النسبة التالية:

دن دن د دن
دن د دن دن

أو النسبة التالية:

دن دن دن د
دن دن د دن

ممثلة لأطوال كل من قطر المعين الأقصر، وضلع المنحرف الأقصر، ونصف قاعدة المثلث، وثلث طول الخط، والضلع الأقصر للمستطيل، وقاعدة المنشور أو ارتفاعه الرأسي الأقصر وكما أدناه:

دن دن دن د
دن د دن دن
دن دن د دن
د دن دن دن

قطر المعين الأقصر

دن دن د دن
دن دن دن د
د دن دن دن
دن د دن دن

ضلع المستطيل الأقصر

دن دن دن د
دن دن د دن
دن د دن دن
د دن دن دن

ثلث طول الخط

د دن دن دن
دن دن دن د
دن دن د دن
دن د دن دن

نصف قاعدة المثلث

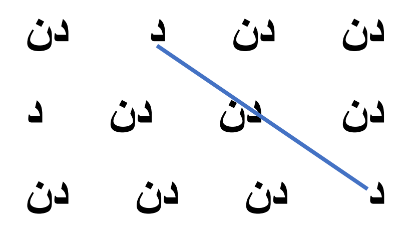
دن دن د دن
د دن دن دن
دن د دن دن
دن دن دن د

ضلع المنحرف الأقصر

دن دن دن د
دن دن د دن
د دن دن دن
دن د دن دن

قاعدة المنشور وارتفاعه الأقصر

وتكون النسبة التالية:



ممثلة لطول كل من ارتفاع المثلث أو الضلع الأطول للمستطيل وكما يلي:

د دن دن دن
دن دن دن د
دن دن د دن
دن د دن دن

ارتفاع المثلث

دن د دن دن
د دن دن دن
دن دن دن د
دن دن د دن

ضلع المستطيل

وتكون النسبة التالية:

دن دن دن د
دن دن د دن
د دن دن دن

ممثلة لكل من طول ضلع المنشور والقطر الأطول من المنحرف وكما يلي أدناه:

د دن دن دن
دن د دن دن
دن دن دن د
دن دن د دن

ضلع المنشور الأطول

دن دن د دن
د دن دن دن
دن د دن دن
دن دن دن د

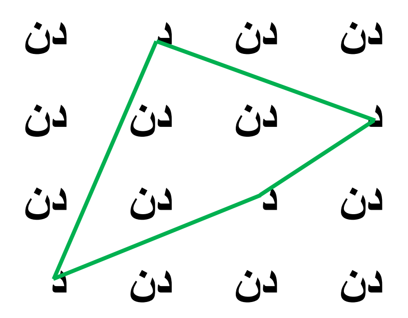
قطر المنحرف الأطول

وستتوضح نسب الأطوال هذه مع نسب أخرى عند انطباقها مع بعضها في الموضوع التالي.

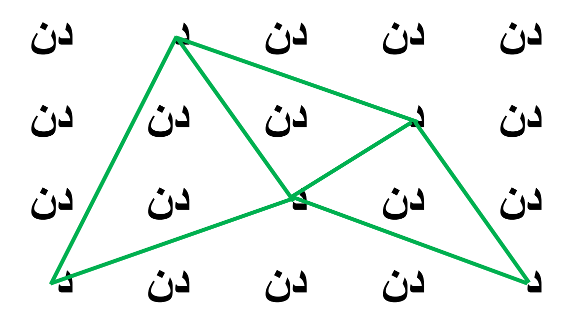
تداخل المساحات ونسبها

لمّا كان المنحرف يولّد المربع والمعين والمنشور، والمثلث يولّد الخط والمستطيل، لذا كان بالإمكان معرفة النسب بين مساحات هذه الأشكال حسب جهات تولدها، كما يمكن معرفة النسب الأخرى بين الأشكال المتباينة بالقياس إلى النسب المشتركة بينها، وبالاستدلال بنسب أطوالها. وبذلك يمكن البرهان على نسب المساحات ونسب الأطوال بين هذه الأشكال كما مر ذكرها سابقاً.

وعليه فلو رسمنا المنحرف كما يلي:



وأضفنا المقولة اليسرى منه إلى جهته اليمنى، لتوّلد بذلك شكل المعين كما يلي:

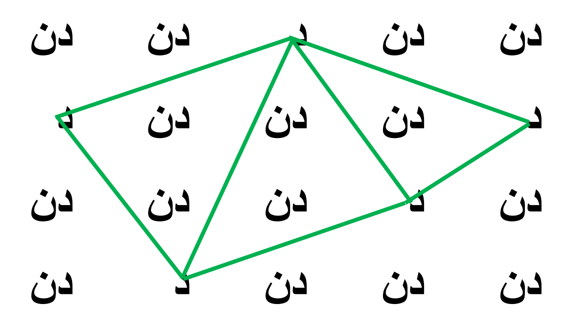


فوجدنا أنّ ضلع المعين من جهة اليسار الأعلى يطابق القطر الأقصر للمنحرف.

وأنّ ضلع المعين من جهة اليمين الأعلى يطابق الضلع الأوسط للمنحرف.

وأنّ قطر المعين الأقصر يطابق الضلع الأقصر للمنحرف، وبالتالي تكون مساحة نصف المعين الأعلى قد طابقت مساحة نصف المنحرف الأصغر من جهته اليمنى.

وبالعكس لو أضفنا المقولة اليمنى من المنحرف إلى جهته اليسرى لتولد بذلك شكل المربع كما يلي:



فوجدنا أنّ أحد ضلعي المربع يطابق القطر الأقصر للمنحرف، وضلعه الثاني يطابق الضلع الأوسط للمنحرف، وإنّ قطر المربع يطابق الضلع الأطول للمنحرف، وبالتالي تكون مساحة نصف المربع اليمنى قد طابقت مساحة النصف الأكبر للمنحرف من جهته اليسرى.

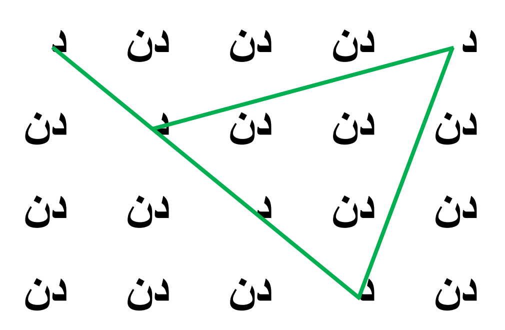
وعلى هذا تكون مساحة المنحرف تساوي:

$$\frac{1}{2}$$ **(مجموع مساحتي المربع والمعين)**

من البنية الأساس. وبالتالي تكون مساحة المربع فيها تساوي مربع الضلع الأوسط من المنحرف أو مربع القطر الأقصر من المنحرف.

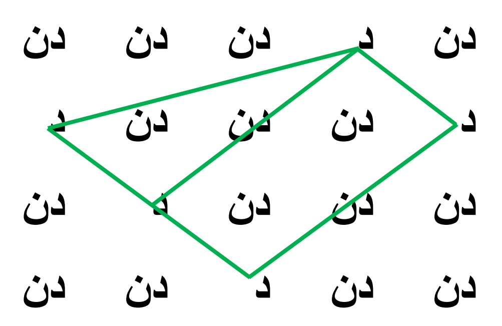
وإنّ مساحة المعين تساوي ضعف حاصل ضرب ضلع المنحرف الأقصر في ارتفاع مثلثه الأيمن.

ولو رسمنا شكل المثلث كما يلي:



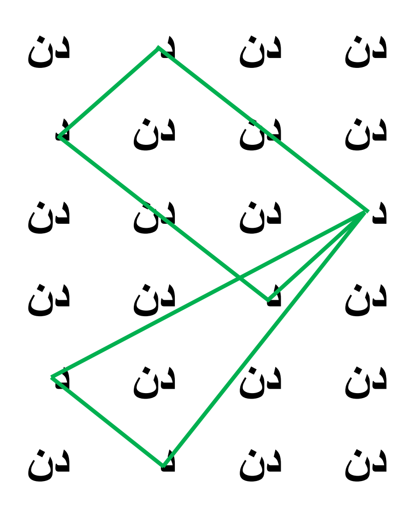
فوجدنا أنّ قاعدة المثلث مساوية لثلثي طول الخط.

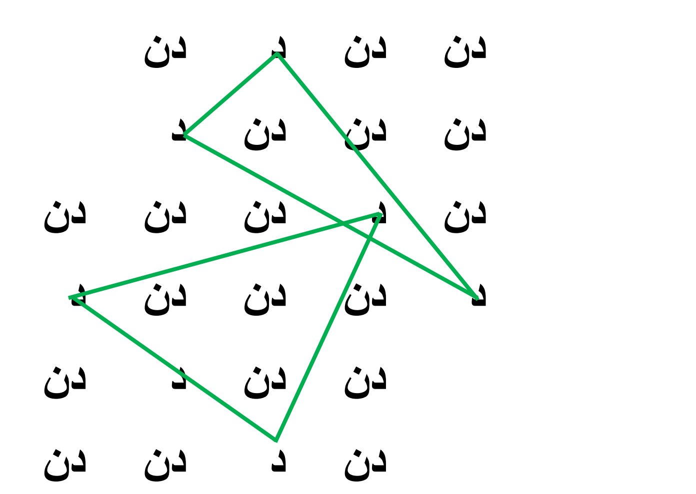
ولو أضفنا المقولة اليسرى من المثلث إلى جهته اليمنى، لتولّد بذلك شكل المستطيل كما يلي:

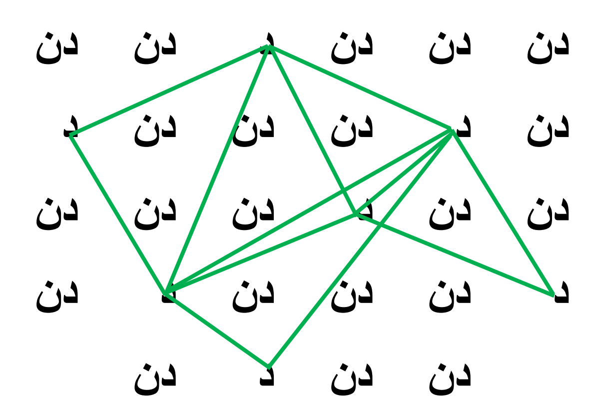


لوجدنا أنّ قطر المستطيل يطابق ضلع المثلث، وإنّ ضلع المستطيل الأطول يطابق ارتفاع المثلث، وإنّ ضلع المستطيل الأقصر يطابق نصف قاعدة المثلث، وإنّ مساحة نصف المثلث تساوي مساحة نصف المستطيل. وبالتالي تكون مساحة المثلث مساوية لمساحة المستطيل.

على أننا لو دققنا بعض الأوضاع المختلفة التي يتكيف بها المنشور بالنسبة لتداخل مساحته مع مختلف مساحات الأشكال الأخرى، ونسبة أطواله لأطوال كل منها وفاقاً لتلك الأوضاع كما في الأشكال التالية على سبيل المثال:



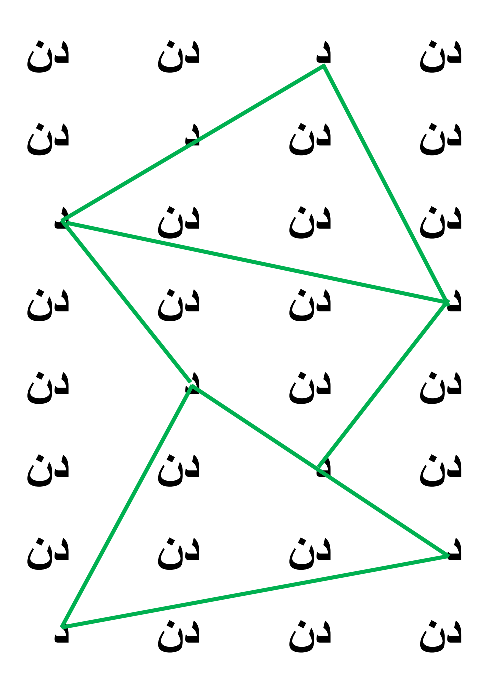




لوجدناه يقتطع جزءاً من مساحة كل من المستطيل والمثلث في بعضها، أو جزءاً من مساحة المربع، أو نصف المعين، أو أحد المثلثات التي يتألف منها المنحرف في البعض الآخر، كما نجد أنّ أضلاعه تتناسب مع هذه الأشكال بالنسب التي مرّ ذكرها في موضوع (نسب الأطوال)، مما لا مجال للإسهاب في شرح كل تلك الأوضاع التي تتكيف بين المنشور وبين جميع تلك الأشكال على وجه الانفراد.

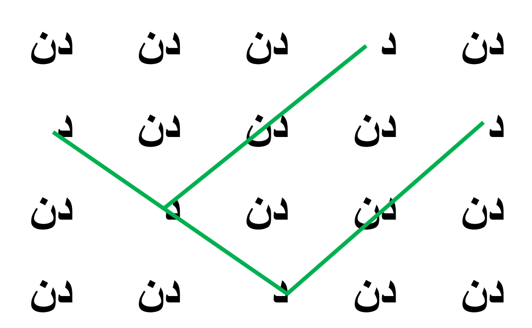
ولكن ما يهم ملاحظته في هذا المجال، هو أنّ المنشور يتميّز بأنه الوحيد من أشكال البنية الرياضية الذي تتداخل مساحته مع مساحات كل من الأشكال الأخر، أمّا ما سواه من الأشكال فقد يتصل بعضها مع البعض الآخر دون تداخل، أو أنّ تتداخل مساحة البعض منها مع بعض دون آخر، وذلك على أساس من مبادئ المنطق ومتواليات العدد وجِهات التولد وفاقاً لأوضاع التناقض والتضاد والتعاكس وحسب ما مرّ ذكره سابقاً.

ولأجل البرهان على كيفية قياس الأضلاع المشتركة من الأشكال المتباينة، فإننا نورد المثل التالي، المكون من اجتماع المنحرف مع المثلث من أسفله تارةّ ومن أعلاه تارةّ أخرى دون تداخل المساحات بينهما:



حيث نجد ضلع المثلث الأعلى قد تطابق مع الضلع الأطول للمنحرف، وإنّ الضلع الأقصر للمنحرف قد تطابق مع نصف قاعدة المثلث الأسفل، وعليه يكون قطر المربع مساوياً لضلع المثلث ولقطر المستطيل وإنّ قطر المعين الأقصر يساوي نصف قاعدة المثلث...الخ.

كما أننا لو أمعنا النظر في نسبة عدد النقرات بين طرفي قاعدة المثلث وارتفاعه الذي هو ضلع المستطيل، لوجدناها واحدة في كل من هذه الأطوال وكما يلي:



وعليه يكون مربع ثلثي طول الخط مساوياً لمساحة المثلث ومساوياً لمساحة المستطيل.

كما وأننا نجد المسافة بين طرفي شكل الخط مساوياً للمسافة التي بين طرفي القطر الأول للمعين وكما يلي:

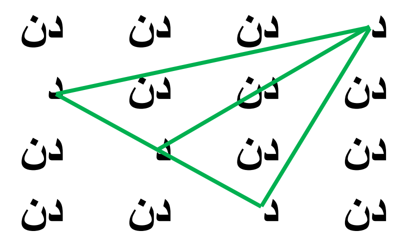
دن دن دن د
دن د دن دن
دن دن د دن
د دن دن دن

دن دن دن د
دن دن د دن
دن د دن دن
د دن دن دن

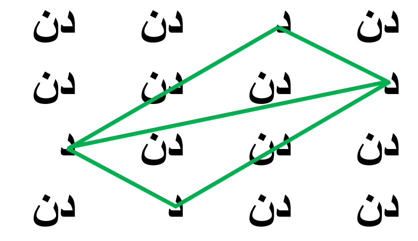
كما إن طول القطر الأصغر من المعين يساوي ثلث طول الخط، وعليه فإن حاصل ضرب ثلث الخط في طوله يكون مساوياً لمساحة المعين. وبالاستمرار على إجراء هذه المفارقات يمكن أن نتوصل إلى حقائق أخرى أكثر دقة.

نسب المثلثات وأشكالها

مما يلاحظ على المثلثات التي تتألف منها الأشكال الهندسية أنّ بعضها يتميز به الشكل الذي تولدت منه وبعضها يكون مشتركاً بين شكلين أو أكثر، فالمثلث التالي:

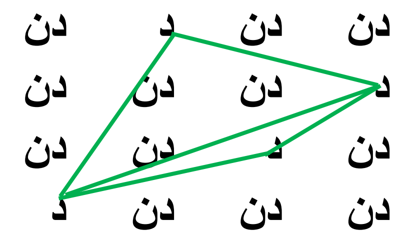


يكون شكله الخارجي هو المثلث الذي يمتاز به عن غيره من الأشكال، فهو متساوي الساقين حاد الزاوية، قاعدته تساوي ارتفاعه. أمّا مثلثه الداخلي فهو مختلف الأضلاع قائم الزاوية، قاعدته نصف ارتفاعه ويقع في نصف المستطيل:

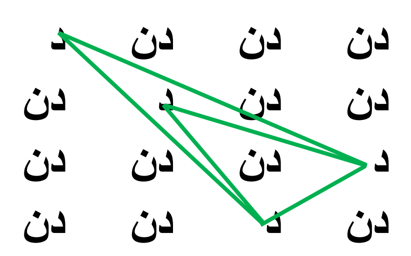


وعليه كان المستطيل مساوياً للمثلث من حيث المساحة.

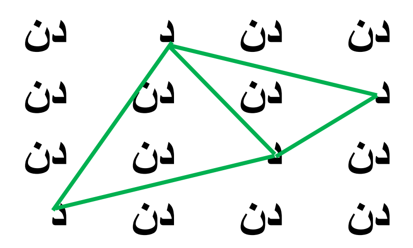
أمّا شكل المنحرف التالي:



فنصفه الأعلى هو الذي يمتاز به المنحرف عن غيره من الأشكال، فهو مختلف الأضلاع حاد الزاوية، وأمّا نصفه الأسفل فهو مختلف الأضلاع منفرج الزاوية ويقع في كل من جانبي ساقي المنشور من الداخل كما يلي:



أمّا شكل المنحرف بالكيفية التالية:



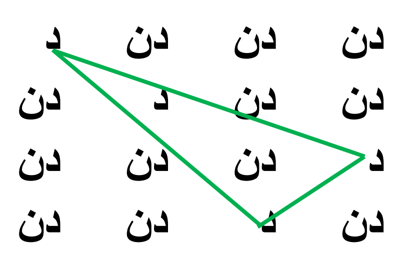
فمثلثه الأيمن متساوي الساقين حاد الزاوية، قاعدته تساوي $\frac{2}{3}$ ارتفاعه، ويقع في نصف المعين (المثلث الشكل) المقام على قطره الأقصر، أو يقع في المثلث الداخلي المقام على قاعدة المنشور كما مر ذكره. وأمّا مثلثه الأيسر فهو متساوي الساقين قائم الزاوية، ويقع على نصف المثلث الشكل كما مر ذكره.

وأمّا المعين فمثلثه الذي يمتاز به عن غيره من الأشكال فهو المقام على قطره الأطول:

د دن دن دن
دن دن د دن
دن د دن دن
دن دن دن د

وهو متساوي الساقين منفرج الزاوية، ارتفاعه يساوي $\frac{1}{6}$ قاعدته، وأمّا مثلثه المقام على قطره الأقصر فقد وقع في المنشور، ووقع في المنحرف كما مر ذكره.

وأمّا المنشور كما يلي:



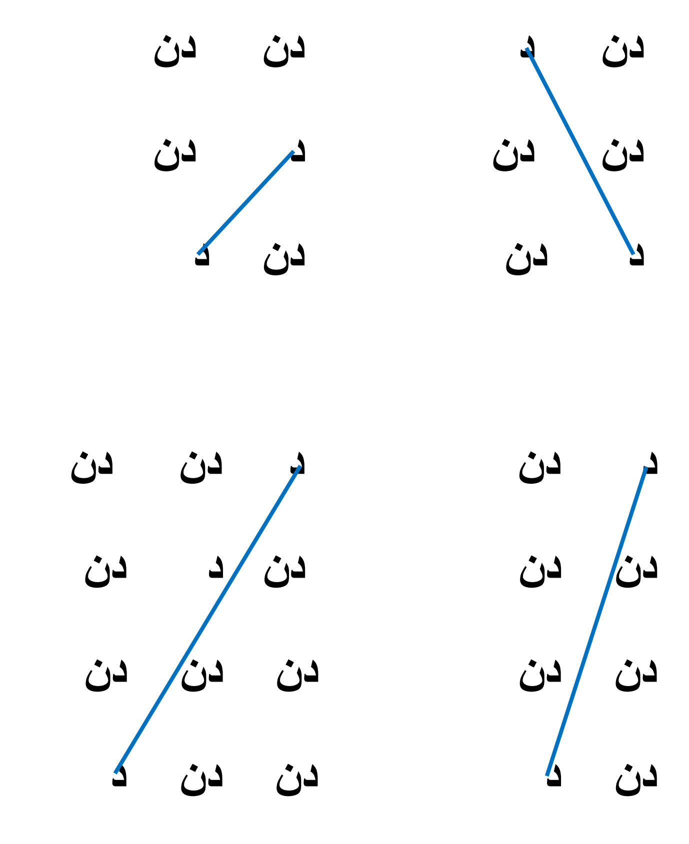
فشكله الخارجي هو المثلث الذي يتميز به عن غيره من الأشكال، فهو متساوي الساقين حاد الزاوية قاعدته تساوي $\frac{2}{5}$ من ارتفاعه، أمّا في داخل المنشور فيقع المثلث المختلف الأضلاع المشترك مع المنحرف، والمثلث المتساوي الساقين الذي يشترك مع المعين والمنحرف.

فمن خلال هذه النسب يمكن معرفة مساحات الأشكال بعضها من أضلاع البعض الآخر وفقاً للنسب المشتركة بينها، فمن الممكن مثلاً استخراج مساحة المعين أو المنشور أو المثلث أو المستطيل بمعرفة طول الخط أو بمعرفة الضلع الأقصر للمنحرف أو الضلع الأقصر للمستطيل أو قاعدة المنشور أو قطر المعين الأصغر...الخ وذلك على ضوء النسب بين القاعدة والارتفاع المار ذكرها. كما يمكن احتساب مساحة المربع على ضوء طول الضلع الأوسط أو القطر الأقصر للمنحرف أو ضلع المعين...الخ

كما يمكن معرفة نسب المساحات بين المعين والمثلث والمستطيل والمنشور وفقاً لنسب الأطوال بين القاعدة والارتفاع...الخ

وعليه تكون أصناف المثلثات المار ذكرها ثمانية أصناف، ثلاثة منها مختلفة الأضلاع، وآخر متساوي الساقين قائم الزاوية، وآخر متساوي الساقين منفرج الزاوية، وثلاثة حادة الزاوية تختلف فيها نسب القاعدة عن الارتفاع.

وهي تتولد أساسا من خطوط ستة ترجع في نسبها إلى خطوط أربعة هي:



وتجتمع كلها في المنحرف لأنه المتضايف الذي يجمع صور التناوب بين المقولات ونسب الأعداد.

مكّونات النسب

مما يلاحظ على النسب الثنائية بين الأعداد الأربعة (**1، 2، 3، 4**) وهي

1 2، 2 3، 3 4، 1 3، 1 4، 4 2

أنها تجتمع في المنحرف التالي:

	2	3	1	4	
3	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**2**
1	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**4**
2	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**3**
4	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**1**
	3	**2**	**4**	**1**	

وهي بدورها تشّكل النسب الثلاثية التالية:

2 3 1، 3 2 4، 3 1 4، 2 4 1، 3 1 2، 2 4 3، 1 2 4، 4 3 1

وأمّا المثلث التالي:

1	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**4**
4	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**1**
3	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**2**
2	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**3**

فيضم النسب الثلاثية التالية:

1 4 3، 4 1 2، 4 3 2، 1 2 3

وأمّا النسب الرباعية فتتولد من أشكال البنية. كما يمكن استخراج نسب أخرى من خلال الجمع بين الفئات في البنية الموحدة.

الأمر الذي نستخلص منه بأن أوضاع الأشياء يمكن أن تتمثل نسب أبعادها وأشكالها وحجومها من خلال نسب الأبعاد الأربعة المؤلفة من تناوب نسب المقولات في نظام البنية الواحدة إذا ما طبقت بصورة صحيحة على تكوينات تلك الأشياء من خلال البناء المكاني وتغييراته المحتملة وفقاً لأبعاده الأربعة.

وزيادة في التوضيح فإن بناء المتسلسلة المتوالية **4321** مكانياً كالآتي:

2 3

2 دن د دن دن 3

د دن دن دن

دن دن دن د

دن دن د دن

دن د دن دن

1 د دن دن دن 4

1 4

وبناء المتسلسلة التأليفية مكانياً كالآتي:

	3			**2**	
3	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**2**
	دن	**دن**	**دن**	**د**	
	د	**دن**	**دن**	**دن**	
	دن	**د**	**دن**	**دن**	
	دن	**دن**	**د**	**دن**	
4	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**1**
	4			**1**	

يوضح بأن قراءة أعداد الأركان الأربعة من الأولى تساوي **(1 2 3 4)**، وإن قراءة أعداد أركان المتسلسلة الثانية تكون مرة **(1 2 3 4)** ومرة أخرى **(3 1 4 2)**، أما أبعاد الأشكال فيها فأن أضلاع المثلث الأكبر الأسفل من كل منها متطابقة، وإن الضلع الأقصر من جهة أعلى اليمين من المتسلسلة الأولى يساوي الضلع الأقصر في أسفل المتسلسلة الثانية، وأمّا الضلع الأعلى الأيسر من المتسلسلة الأولى فلا وجود له في الأخرى، وإن الضلع الأيمن الأعلى والضلع القاطع للمثلث الأكبر من المتسلسلة الثانية فلا وجود له في الأولى.

وقد تتطابق أضلاع وتختلف أخرى باختلاف الاجتهاد في تكوين الأشكال بين مسطحة ومجسّمة على ضوء المتسلسلات العددية.

فراغات البنية ونسبها

بعد أن أوضحنا أنّ المقولات الرباعية الأربع تتولد من تناوب قراءات النسبة الرباعية في المربع التالي:

د دن

دن دن

وإن هذه المقولات تجتمع فيما بينها على وجه التناوب في أشكال هندسية سبعة. فمن الملاحظ على تلك الأشكال أنها قد تضم نسبتين رباعيتين مختلفتين إضافة إلى النسبة المار ذكرها وبأعداد مختلفة في كل شكل. ففي وسط شكل المربع التالي:

دن دن د دن
د دن دن دن
دن دن دن د
دن د دن دن

نجد حيزاً رباعياً من الفراغ يضم أربع نقرات خفيفات لم يحذف السكون من أيّ منها، فتساوت فيه مقادير السواكن مع مقادير الحركات، واحتفظ الشكل في محيطه بثمانية أوضاع للنسبة التي تولدت منها مقولاته.

أمّا في وسط شكل المعين التالي:

دن دن دن د
دن د دن دن
دن دن د دن
د دن دن دن

نجد حيزاً رباعياً من النقرات قد حذف فيه السكون من نقرتين على وجه التناوب فزادت الحركات على السواكن فيه بمقدار الضعف فأصبح مليئاً بالأولى دون الثانية، واحتفظ الشكل في محيطه بثمانية أوضاع للنسبة التي تولدت منها مقولاته.

بينما نلاحظ في شكل المنحرف التالي:

دن دن د دن
د دن دن دن
دن د دن دن
دن دن دن د

أنه جمع حيزاً رباعياً مليئاً في وسط جنبه الأيمن، وحيزاً رباعياً من الفراغ في وسط جنبه الأيسر، وسبعة أوضاع للنسبة التي تولدت منها المقولات.

بينما نجد في كل من شكليّ المثلث والمنشور التاليين:

د دن دن دن
دن دن دن د
دن دن د دن
دن د دن دن

دن دن دن د
دن دن د دن
د دن دن دن
دن د دن دن

حيزين رباعيين من الفراغ، وحيزين رباعيين من المليء، وخمسة أوضاع رباعية للنسبة التي تولدت منها المقولات مع الاختلاف في هيئات المحتوى.

أمّا في شكل المستطيل التالي:

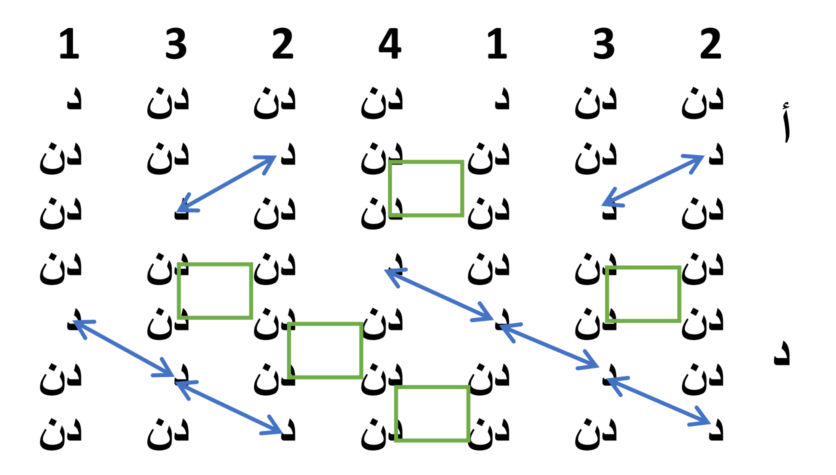
دن د دن دن
د دن دن دن
دن دن دن د
دن دن د دن

فنجد حيزين للمليء، وثلاثة للفراغ، وأربعة أوضاع للنسبة التي تولدت منها المقولات، وبعكس ذلك نجد في شكل الخط التالي:

دن دن دن د
دن دن د دن
دن د دن دن
د دن دن دن

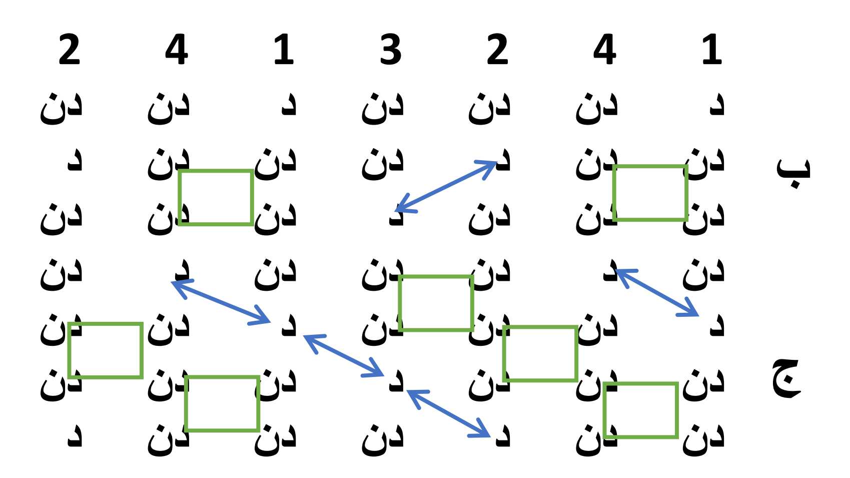
حيزين للفراغ، وثلاثة للمليء، وأربعة أوضاع للنسبة التي تألفت منها المقولات.
ولو تفحصنا صور الأشكال الأربع التي تظهر بها البنية نتيجة لتحولاتها الأربع، لوجدنا أن نسب الحيز المليء ونسب حيز الفراغ تختلف فيها من حيث أوضاعها وأعدادها قياساً الى ثبات أعداد النسبة الأصلية التي تولدت منها المقولات في كل صورة من الصور الأربع، حيث يكون عدد أوضاع النسبة الأخيرة **(24)** من أصل **(36)** وضعاً وكما يلي:

الصورة الأولى



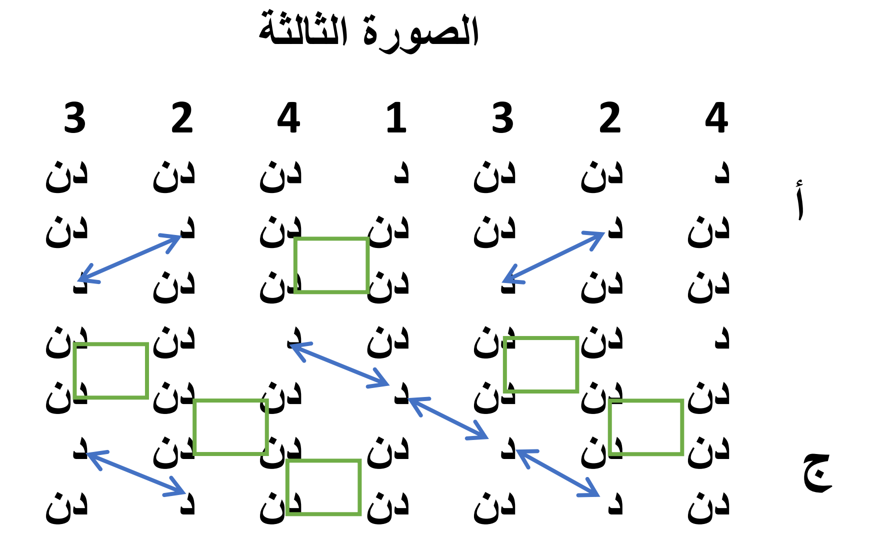
حيث تضم الصورة خمسة أوضاع لحيز الفراغ وسبعة للحيز المليء.

الصورة الثانية



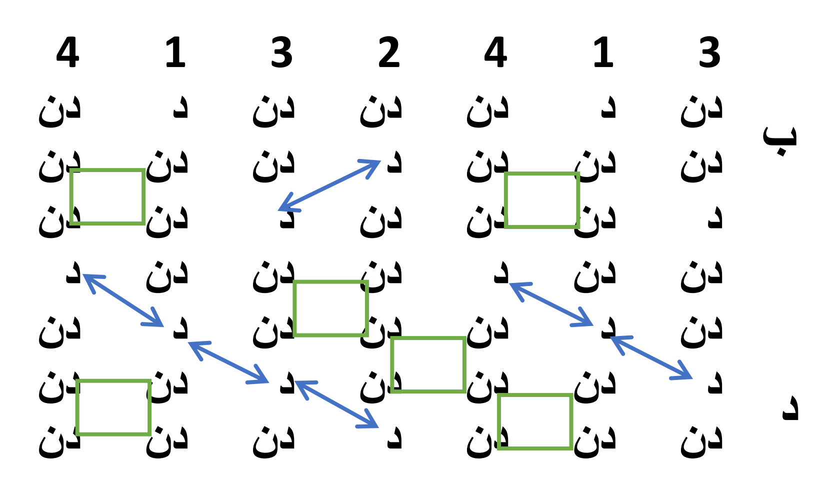
حيث تضم الصورة خمسة للحيز المليء وسبعة لحيز الفراغ.

الصورة الثالثة



ففي الصورة ستة أوضاع لكل من النوعين

الصورة الرابعة



ففي الصورة ستة أوضاع لكل من النوعين مع اختلاف هيئات المحتوى، ففي الصورة الأولى نصفها العلوي **(أ)** الأفقي يساوي من حيث الشبه النصف العلوي **(أ)** من الصورة الثالثة.

وأمّا النصف الأسفل **(د)** من الأولى فيشابه النصف الأسفل **(د)** من الرابعة. والنصف الأسفل **(ج)** من الثالثة فيشابه النصف الأسفل **(ج)** من الثانية.

أماّ النصف الأعلى من الثانية **(ب)** فيشابه النصف الأعلى **(ب)** من الرابعة. وعليه تكون مركبات الصور مختلفة وهي **(أ د)** و**(ب ج)** و **(أ ج)** و **(ب د)**. ويمكن إجراء مثل هذه المقارنة إذا ما قسّمت الصور عمودياً إلى قسمين.

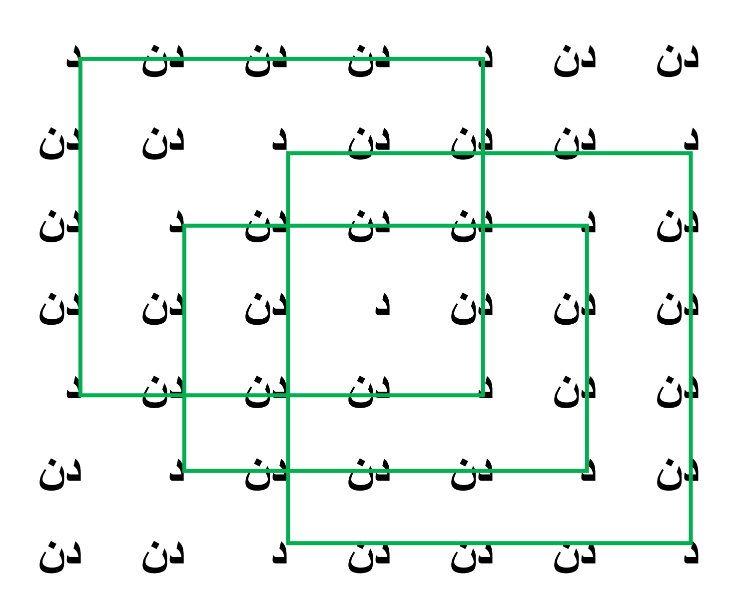
ولا يفوتنا ملاحظة اختلاف أعداد وأوضاع هذه النسب عند إنقاص أو زيادة تركيب البنية، فإذا ما زدنا تركيب البنية إلى عشرة أعداد متناوبة مثلاً، كانت النسبة بين أعداد حيز الفراغ والحيز المليء تساوي إمّا $\frac{10}{9}$ أو $\frac{9}{10}$ أو $\frac{8}{9}$ أو $\frac{9}{8}$ الخ،
كما لا يفوتنا اختلاف أمور وأحوال ونسب أخرى في أشكال تحولات (البنى) مما يصعب حصره أو بيان تفاصيله، كما سنرى في مثل واحد من الصور في البحث التالي، الأمر الذي يدل على أن البنية متحركة وليست بذات ثبوت جامد.

مميزات الصورة الأولى

مما يلاحظ مما أوردناه سابقاً على الصورة الأولى ومما توصلنا إليه حتى الآن أنها تتميز بما يلي:

أولاً – من حيث الكثافة: نجد أنها تضم ثلاث عشرة نقرة صامتة، وسبع نسب من الحيز المليء، وخمس نسب من حيز الفراغ، مما يجعلها أكثر تماسكاً وأقل فراغاً من الصور الأخرى الثلاث.

ثانياً – من حيث الشمول: نجد أنها تضم ثلاثة أشكال رباعية تتألف من مربع ومستطيلين كما مر ذكره وكما يلي:



وبالتالي فإنها تضم ستة خطوط افقية متساوية الطول، وستة خطوط عمودية مختلفة الأطوال، مما لا يجتمع في الصور الأخرى الثلاث.

ثالثاً – <u>من حيث التجانس والانسجام</u>: ويظهر ذلك واضحاً إذا ما قسمنا الصورة إلى أربعة اقسام كما يلي:

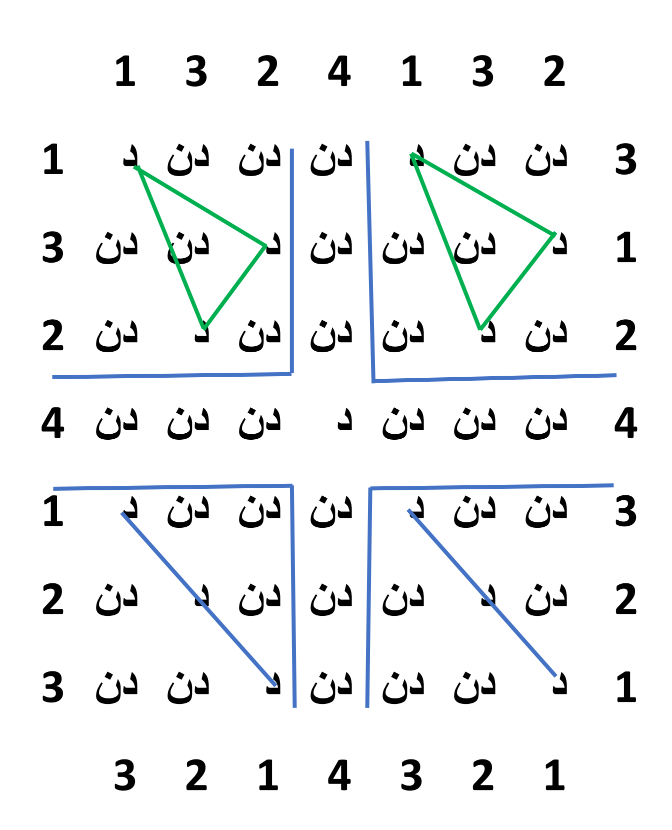
دن	دن	د	دن	دن	دن	د
د	دن	دن	دن	د	دن	دن
دن	د	دن	دن	دن	د	دن
دن	دن	دن	د	دن	دن	دن
دن	دن	د	دن	دن	دن	د
دن	د	دن	دن	دن	د	دن
د	دن	دن	دن	د	دن	دن

حيث يلاحظ ما يلي:

أ – إن كل قسم يتألف من ثلاث نقرات صامتات، وتفصل كل قسم عن الآخر ثلاث نقرات خفيفات.

ب – إن كل قسم يتألف من المقولات الثلاثية الثلاث وهي **(دن دن د)** و**(د دن دن)** و **(دن د دن)** إمّا متناوبة كما القسمين أعلى الصورة، وإمّا متتالية كما في القسمين أسفل الصورة.

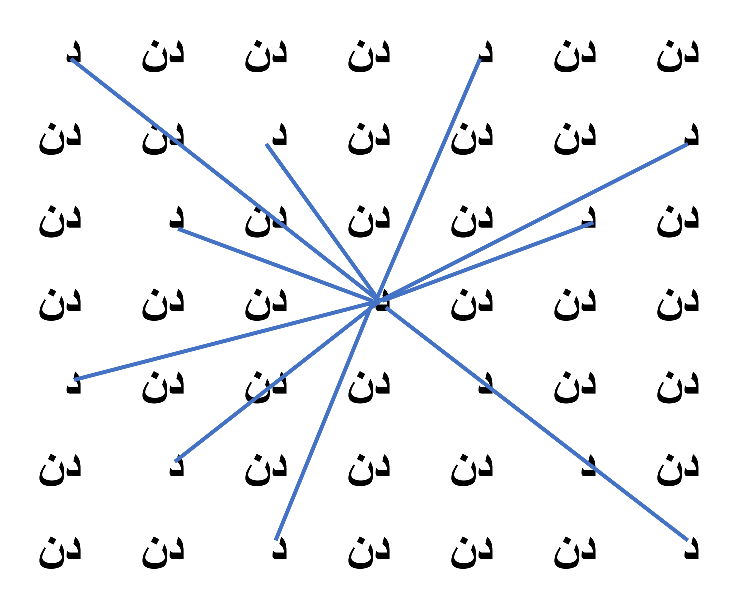
ج – إن النصف الأعلى من الصورة يضم مثلثين متماثلين، والنصف الأسفل منها يضم خطين متساويين متوازيين، كما يلي:



د – ولأن الشكل يبدأ بالمتتالية العددية التي هي في أسفله حسب التسلسل من العدد **(1)**، فيلاحظ تكرر الأرقام الثلاثية في أعلى الصورة وفي أسفلها، وأن الفاصل الوسط هو رابع هذه الثلاثيات عمودياً وأفقياً، فيكون مجموع أعداد كل متسلسلة من جوانب المربع يساوي **(16)**.

رابعاً – <u>من حيث التنظيم المركزي</u>: فإننا نجد نقرة صامتة تتوسط الصورة كما في الشكل السابق وتكون المركز الرئيسي الذي يؤلف بين تنظيماتها، فمن ذلك مثلاً:

أ – إن هذه النقرة التي في المركز تتصل مباشرة بجميع النقرات الصامتات الأخر التي تمثل أطوال الأشكال التي تتألف منها الصورة وكما يلي:

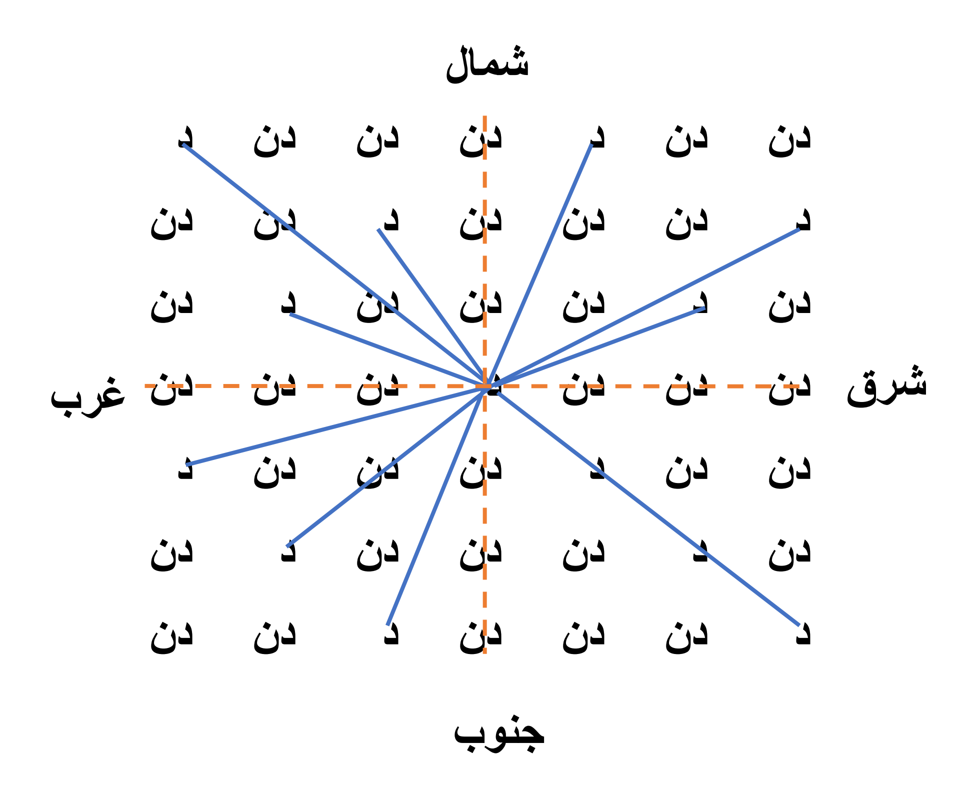


ومما يترتب على هذه الاتصالات المباشرة ما يلي:

ب – إن هذه النقرة الصامتة تكون إحدى النقرات الصامتات التي تتكون منها كل الأشكال الإثني عشر التي تتألف منها الصورة وهي:

المعين والمربع والخط والمستطيل والمثلث بوجهيه والمنشور بوجهيه والمنحرف بأوجهه الأربعة. وبحذف نقرة المركز تنعدم كل هذه الأشكال ولا يعود لها وجود إلاّ بوجودها.

ج – ومما يلاحظ على نقرة المركز هذه، أنها تقسم الصورة إلى أبعاد أربعة تمتد من المركز صوب الجهات الأربع شرقاً وغرباً وشمالاً وجنوباً بمقدار ثلاث نقرات خفيفات، وبين كل جهتين متجاورتين تقع ثلاث أبعاد أخرى متساوية أو مختلفة متفرقة أو متطابقة (الخط يتألف من ثلاثة أبعاد متطابقة)



فتتولد أربع عشرة زاوية مركزية، ما بين مختلفة ومتساوية، تجتمع مع بعضها البعض في زوايا حادة أو قائمة أو منفرجة، الأمر الذي يمكن معه حصر جميع الأبعاد الأربعة المتولدة عن اختلاف تلك الأوضاع في البنية الرياضية الواحدة.

واخيراً وليس آخراً، فإن ما يلاحظ على هذه الصورة أنها تشكل مكعباً كما مرّ بنا سابقاً، وأن لفّها على شكل أسطواني يؤمن تمثيل كل النسب العددية المحتملة.

ومن حصيلة هذه الملاحظات، نجد أن مميزات الصورة الأولى كانت بسبب النقرة المركزية التي وقعت في وسطها فأصبحت مركزاً لكل الأطوال والأشكال والأبعاد وكل التصورات التشكيلية التي قد تنتجها البنية من حيث التعميم والتجريد (لا من حيث التعيين والإفراد). وبحذف هذه النقرة من مركز الصورة، تتهدم كل محتويات البنية ولا تعود صالحة لتمثيل ما تهدف إليه من كليات الأمر الذي يتراءى لنا معه إن هذه الصورة هي الأرجح من حيث التأصيل لا من حيث التطبيق بالنسبة لتحولات البنية دون ان يتسنى لنا الجزم بذلك.

التسبيب المنطقي للبنية

الرياضية

لبيان الأسس المنطقية التي تحكم تركيب البنية الرياضية على الوجه المار ذكره، بحيث تظهر فيها مجاميع الأعداد (**1 2 3 4 1 2 3**) ومجاميع الأعداد (**2 3 1 4 2 3 1**) في وجهين متقابلين تتوسطهما أعداد المجموعة التأليفية الثالثة المتكونة من الأعداد (**1 2 4 3 1 2 4**) ينبغي ملاحظة ما يلي:

أولاً – التقيّد بجهات التوليد المنسقة للمجاميع التي تتولد بعضها من بعض على وجه التوالي وفقاً لأعداد كل من المجموعتين الأولى والثانية.

ثانياً – ينبغي عند التركيب بين المجموعتين التقيد بما يلي:

أ – عدم الجمع بين أقل من نقرتين خفيفتين بين كل نقرتين صامتتين وإلا اختل تركيب المقولات الثلاثية.

ب – عدم الجمع بين أكثر من أربع نقرات خفيفات بين كل نقرتين صامتتين وهو العدد الأساس الذي تتولد منه جميع المقولات.

ثالثاً – وجوب إظهار الأوجه الإثني عشر للأشكال الهندسية السبعة على وجه الانسجام المار ذكره في الفقرتين أعلاه.

ولأجل توضيح كيفية ذلك على وجه الإفراد للمجاميع الرياضية التي تتركب منها البنية كما في الأشكال التالية على وجه التناوب في توليد بعضها من بعض نجد:

أولاً

	2	3	1	4
	دن	دن	د	دن
	د	دن	دن	دن
المنحرف	دن	د	دن	دن
المنشور	دن	دن	دن	د
	دن	دن	د	دن
الخط	دن	د	دن	دن
	د	دن	دن	دن
	1	2	3	4

ثانياً

	3	1	4	2
	دن	د	دن	دن
المربع	دن	دن	دن	د
	د	دن	دن	دن
المنحرف	دن	دن	د	دن
	دن	د	دن	دن
المثلث	د	دن	دن	دن
	دن	دن	دن	د
	2	3	4	1

ثالثاً

	1	4	2	3
	د	دن	دن	دن
المنحرف	دن	دن	د	دن
	دن	دن	دن	د
المنشور	دن	د	دن	دن
	د	دن	دن	دن
المستطيل	دن	دن	دن	د
	دن	دن	د	دن
	3	4	1	2

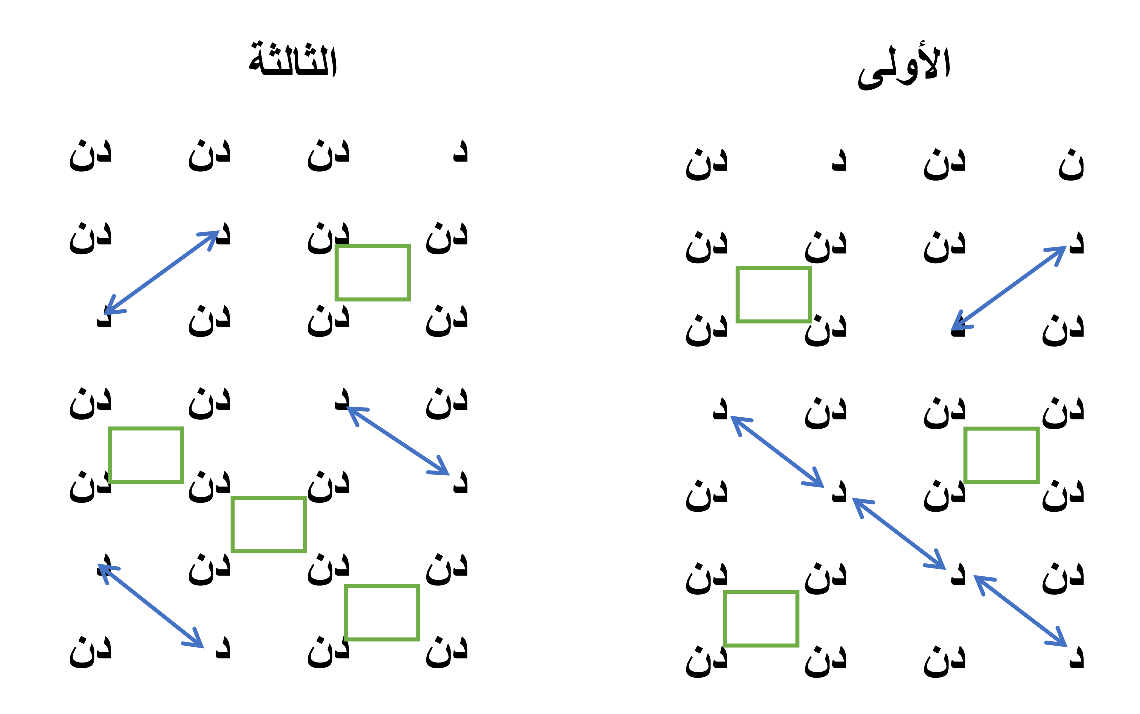
رابعاً

	4	2	3	1
المعين	دن	دن	دن	د
	دن	د	دن	دن
المنحرف	دن	دن	د	دن
	د	دن	دن	دن
المثلث	دن	دن	دن	د
	دن	دن	د	دن
	دن	د	دن	دن
	4	1	2	3

فالمجموعة الثانية تولدت من الأولى، والثالثة تولدت من الثانية، والرابعة تولدت من الثالثة.

وقد ظهرت الأوجه الأربعة لشكل المنحرف، وكل من وجهي المنشور والمثلث، ووجه كل من المعين والمربع والمستطيل والخط على الوجه العمودي من كل من هذه المجاميع.

كما يلاحظ أن كلاً من المجموعة الأولى والثالثة ضمّت المنحرف في أعلاها، ولكن الأولى ضمّت الخط في أسفلها، والثالثة ضمّت المستطيل في أسفلها فنجم عن ذلك ما يلي:



إن الأولى ضمّت ثلاث نسب لحيز الفراغ، وأربع نسب للحيز المليء، والثالثة ضمّت أربع نسب لحيز الفراغ، وثلاث نسب للحيز المليء، وذلك بسبب اختلاف المستطيل عن الخط في المحتوى كما مر ذكره سابقاً.

أمّا المجموعة الثانية والرابعة فقد ضمّت المثلث في أسفل كل منهما، بينما ظهر المربع في أعلى الثانية، وظهر المعين في أعلى الرابعة فنجم عن ذلك ما يلي:

الثانية

دن	دن	د	دن
د	دن	دن	دن
دن	دن	ن	د
دن	د	دن	دن
دن	دن	د	دن
دن	دن	دن	د
د	دن	دن	دن

الرابعة

د	دن	دن	دن
دن	دن	د	دن
دن	د	دن	دن
دن	دن	دن	د
د	دن	دن	دن
دن	د	دن	دن
دن	دن	د	دن

إن الثانية ضمّت ثلاث نسب لحيز الفراغ ونسبتين للحيز المليء، وإن الرابعة ضمّت ثلاث نسب للحيز المليء ونسبتين لحيز الفراغ، بسبب اختلاف المعين عن المربع في المحتوى، فالأول يضم حيزاً واحداً للمليء والثاني يضم حيزاً واحداً للفراغ.

واخيراً فلو جمعنا بين هذه المجموعات سوية على وجه الاختصار وعلى التوالي العددي لحصلنا على نفس الأسس التي قامت عليها صور البنية المار ذكرها سابقاً وكما يلي:

1	3	2	4	1	3	2
د	دن	دن	دن	د	دن	دن
دن	دن	د	دن	دن	دن	د
دن	د	دن	دن	دن	د	دن
دن	دن	دن	د	دن	دن	دن
د	دن	دن	دن	د	دن	دن
دن	د	دن	دن	دن	د	دن
دن	دن	د	دن	دن	دن	د
3	2	1	4	3	2	1

حيث يمكن قراءة أعداد المجموعة (**2 3 1 4 2 3 1**) من أول السطر نحو الأسفل أو من السطر الرابع نحو الأعلى، كما يمكن قراءة المجموعة (**1 2 3 4 1 2 3**) من السطر الأسفل نحو الأعلى أو من السطر الرابع نحو الأسفل، بينما تكون قراءة المجموعة التأليفية (**1 2 4 3 1 2 4**) من السطر الثاني نحو الأسفل أو من السطر الخامس نحو الأعلى.

وبالاختصار فقد جمعت البنية مستلزمات ما يقتضيه المنطق للتأليف بين تراكيبها على أساس من القانون العام الذي يحكم البنية.

بين موازين الشعر

والبنية

حيث يلاحظ من دندنة موازين الشعر أنها تساوي ما يلي:

مفاعيلن = د دن دن دن

فاعلاتن = دن د دن دن

مستفعلن = دن دن د دن

مفعولات = دن دن دن د

لذا يمكن قراءة هذه الموازين من كل من المقولات التالية على وجه التناوب كما يلي:

أولاً - د دن دن دن د دن دن

مفاعيلن مفعولات مستفعلن فاعلاتن

ثانياً - دن د دن دن دن د دن

فاعلاتن مفاعيلن مفعولات مستفعلن

ثالثاً - دن دن د دن دن دن د

مستفعلن فاعلاتن مفاعيلن مفعولات

رابعاً - دن دن دن د دن دن دن

مفعولاتن مستفعلن فاعلاتن مفاعيلن

ولا يخفى احتواء هذه المقولات للموازين الثلاثية في كل منها. فلو جمعنا بين هذه المقولات الأربع وفقاً للمتسلسلة العددية (**1 2 3 4 1 2 3**) كما يلي:

1 2 3 4 1 2 3

د دن دن دن د دن دن

دن د دن دن دن د دن

دن دن د دن دن دن د

دن دن دن د دن دن دن

ثم جمعنا بين نفس المقولات وفقاً للمتسلسلة العددية (**3 2 4 1 3 2 4**) كما يلي:

3 2 4 1 3 2 4

دن دن دن د دن دن دن

دن د دن دن دن د دن

د دن دن دن د دن دن

دن دن د دن دن دن د

لوجدنا أن المقولة الأخيرة من المتسلسلة الأولى تماثل المقولة الأولى من المتسلسلة الثانية والتي هي (**دن دن دن د دن دن دن).**

فبترك إحدى هاتين المقولتين والجمع بين مقولات المتسلسلتين كما يلي:

د دن دن دن د دن دن

دن د دن دن دن د دن

دن دن د دن دن دن د

دن دن دن د دن دن دن

دن د دن دن دن د دن

د دن دن دن د دن دن

دن دن د دن دن دن د

نكون قد حصلنا على البنية الرياضية نفسها، مما يؤكد قيام تكوينها على أساس المقولات التي تجمعها دائرة الوحدة، ذلك الأساس الذي يمثل مقولة (تربيع الدائرة)، ويسند قيام البنية الرياضية هندسياً وعددياً ومنطقياً...الخ على وحدة اجتماع الموازين الأربعة على سبيل الحصر.

المرجع الأساس للبنى والمنظومات

لو أطلقنا على النقرة الصامتة **(د)** اسم المتغير وأطلقنا على النقرة الخفيفة **(دن)** اسم الثابت، لكانت المتغيرات التي تمثل المرجع القياسي لأشكال البنى والمنظومات هي المرتكزات التي يتوقف على وجودها وجود الأشكال التي تتألف منها البنية أو المنظومة.

وعلى هذا الأساس لو رسمنا منظومة المتسلسلة العددية (**1 2 3 4 1 2 3**) بالوضعين التاليين:

دن دن دن د 1   د دن دن دن 4

دن دن د دن 2   دن دن دن د 1

دن د دن دن 3   دن دن د دن 2

د دن دن دن 4   دن د دن دن 3

دن دن دن د 1   د دن دن دن 4

دن دن د دن 2   دن دن دن د 1

دن د دن دن 3   دن دن د دن 2

لوجدنا أن المتغير الواحد من العمود الأول من الوضع الأول، أو المتغير الواحد من العمود الثاني من الوضع الثاني، هو المرجع القياسي الأول الذي يتوقف على وجوده وجود أشكال الخط والمستطيل والمثلث بوجهيه، أمّا باقي المتغيرات فيتوقف على وجود كل منها وجود شكل واحد أو شكلين أو ثلاثة من وجوه تلك الأشكال.

ولو رسمنا منظومة المتسلسلة العددية (**4 2 3 1 4 2 3**) بالوضعين التاليين:

4	**دن**	**دن**	**دن**	**د**
2	**دن**	**د**	**دن**	**دن**
3	**دن**	**دن**	**د**	**دن**
1	**د**	**دن**	**دن**	**دن**
4	**دن**	**دن**	**دن**	**د**
2	**دن**	**د**	**دن**	**دن**
3	**دن**	**دن**	**د**	**دن**

3	**دن**	**دن**	**د**	**دن**
1	**د**	**دن**	**دن**	**دن**
4	**دن**	**دن**	**دن**	**د**
2	**دن**	**د**	**دن**	**دن**
3	**دن**	**دن**	**د**	**دن**
1	**د**	**دن**	**دن**	**دن**
4	**دن**	**دن**	**دن**	**د**

لوجدنا أن المتغير الواحد في العمود الأول من الوضع الأول، أو المتغير الواحد في العمود الثاني من الوضع الثاني، هو المرجع الأول الذي يتوقف على وجوده وجود أشكال المربع والمعين والمنحرف (بوجهين)، أمّا باقي المتغيرات فيتوقف على وجود كل منها وجود شكل أو شكلين او ثلاثة من وجوه تلك الأشكال.

ولو رسمنا منظومة المتسلسلة العددية (**2 4 3 1 2 4 3**) بالوضعين التاليين:

2 دن د دن دن

4 دن دن دن د

3 دن دن د دن

1 د دن دن دن

2 دن د دن دن

4 دن دن دن د

3 دن دن د دن

4 دن دن دن د

3 دن دن د دن

1 د دن دن دن

2 دن د دن دن

4 دن دن دن د

3 دن دن د دن

1 د دن دن دن

لوجدنا أن المتغير الواحد من العمود الأول من الوضع الأول، أو المتغير الواحد من العمود الثاني من الوضع الثاني، هو المرجع الأول الذي يتوقف على وجوده وجود أشكال المنشور (بوجهيه) والمنحرف (بوجهيه الآخرين)، وأمّا باقي المتغيرات فيتوقف على وجود كل منها وجود شكل أو شكلين أو ثلاثة من وجوه تلك الأشكال.

وعلى ذلك يكون المتغير الواقع بين الثوابت الستة التالي:

دن دن دن د دن دن دن

هو المرجع الأول الذي يتوقف على وجوده وجود أشكال كل من هذه المنظومات.

ومن هذا المنطلق، لو دمجنا بين المنظومات الثلاث لتأليف البنية الرياضية الموحدة بصورها الأربع، لوجدنا في متغير أو في متغيري المقولة الوسطى من كل صورة

البنية التالية المرجع القياسي للتأليف بين وجوه الأشكال الإثني عشر التي تتكون منها البنية:

الصورة الأولى

دن دن د دن دن دن د

د دن دن دن د دن دن

دن د دن دن دن د دن

دن دن دن د دن دن دن

دن دن د دن دن دن د

دن د دن دن دن د دن

د دن دن دن د دن دن

ففي هذه الصورة نجد (كما مرّ بنا) أن المتغير الذي يمثل النقطة المركزية في وسط الصورة يكون المرجع الأول الذي يتوقف على وجوده وجود كل الأشكال الإثني عشر.

الصورة الثانية

4

دن دن دن د دن دن دن

دن د دن دن دن د دن

دن دن د دن دن دن د

3 د دن دن دن د دن دن 9

دن دن دن د دن دن دن

دن دن د دن دن دن د

دن د دن دن دن د دن

8

في هذه الصورة نجد المتغير الأول من الخط الأفقي الوسط يتوقف على وجوده وجود ثلاثة أشكال، والمتغير الأخير منه يتوقف على وجوده وجود تسعة أشكال.

وبالعكس نجد أن المتغير الأول الأعلى من الخط العمودي الوسط يتوقف على وجوده وجود أربعة أشكال، والمتغير الأسفل منه يتوقف على وجوده وجود ثمانية أشكال.

الصورة الثالثة

8

دن د دن دن دن د دن

دن دن دن د دن دن دن

دن دن د دن دن دن د

3 د دن دن دن د دن دن 9

دن د دن دن دن د دن

دن دن د دن دن دن د

دن دن دن د دن دن دن

4

في هذه الصورة نجد أن المتغير الأول من الخط الأفقي الوسط يتوقف على وجوده وجود ثلاثة أشكال، والمتغير الأخير منه يتوقف على وجوده وجود تسعة أشكال. وبالعكس نجد أن المتغير الأعلى من الخط العمودي الوسط يتوقف على وجوده وجود ثمانية أشكال، والمتغير الأسفل منه يتوقف على وجوده وجود أربعة أشكال.

الصورة الرابعة

8

د دن دن دن د دن دن
دن دن د دن دن دن د
دن دن دن د دن دن دن
6 دن د دن دن دن د دن 6
د دن دن دن د دن دن
دن دن دن د دن دن دن
دن دن د دن دن دن د

4

في هذه الصورة نجد أن المتغير الأعلى من الخط العمودي الوسط يتوقف على وجوده وجود ثمانية أشكال، والمتغير الأسفل منه يتوقف على وجوده وجود أربعة أشكال. وبالعكس فعلى كل من متغيري الخط الأفقي الوسط يتوقف وجود ستة أشكال.

ومما يلاحظ على هذه الصور إمكانية اعتماد المرجع القياسي من متغيرات ثلاثية أو رباعية تختلف باختلاف كل صورة مما يطول شرحه.

المرجع الأول بين الخط والنقطة

لو دققنا النظر في مرتكزات الإحداثيات الأربع المار ذكرها في صور البنية والتي هي كما يلي من كل صورة:

دن

دن

د

دن د دن دن دن د دن

دن

د

دن

د

دن

دن

دن د دن دن د دن دن

د

دن

دن

دن

د

دن

دن دن د دن دن دن د

دن

دن

د

دن

دن

دن

دن دن دن د دن دن دن

دن

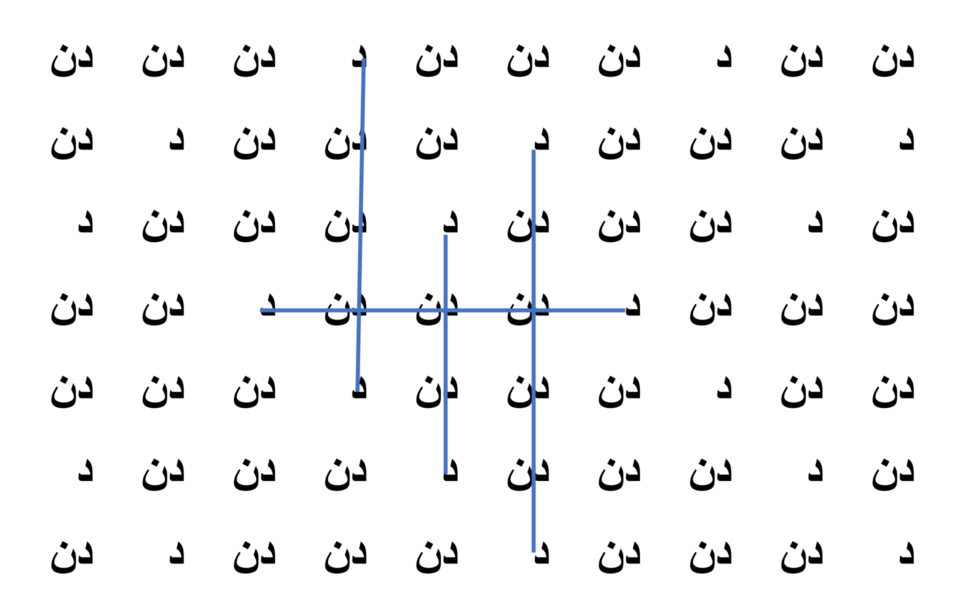
دن

دن

لوجدنا أن المسافة بين كل متغيرين من المقولة الأفقية الوسطى في كل من الصور الثلاث الأولى متمثلة في الخط المستقيم الذي يصل بينهما تكون ثابتة الطول في كل صورة.

وأمّا المسافة بين كل متغيرين من المقولات العمودية الوسطى فمختلفة الأطوال. وأمّا المتغير الذي يمثل النقطة في وسط الصورة الرابعة فهو أحد متغيّري المقولة الأفقية نفسها.

ولإيضاح ذلك فلو جمعنا بين هذه الإحداثيات من الصور الأربع بالشكل الآتي:



لوجدنا في المتغير الأول الذي يمثل النقطة الأولى من الخط المستقيم الواقع في المقولة الأفقية الوسطى المرجع الأول لكل أشكال احدى الصور الأربعة. ووجدنا في المتغيرين الذين يربط بينهما الخط المستقيم المذكور المرجع الأول لكل أشكال الصور الثلاث الباقية.

وعلى ذلك يمكن القول بأن الخط المستقيم الواقع في المقولة الأفقية الوسطى يكون المرجع الأول لكل إحداثيات وأشكال وأبعاد وأعداد البنية، وذلك على الرغم من أن وجود المتغيرات الأخر يكون المتمم اللازم الوجود لإكمال الأبعاد المختلفة القياس التي ترتبط فيما بينها بنقطة أو بمستقيم فأكثر من كل صورة كنتيجة للتعامد والتوازي، أو اللف والدوران، كما سيلي ذكرها فيما بعد.

على أننا لو دققنا النظر ثانية في محتويات المقولة الأفقية الوسطى من هذا الشكل الأخير الجامع للصور الأربع على وجه الاستواء، لوجدنا أنها تجمع بين المقولات الوزنية للمنظومات الثلاث المار ذكرها سابقاً والتي هي كما يلي:

دن دن دن د دن دن دن

دن دن د دن دن دن د

دن د دن دن دن د دن

د دن دن دن د دن دن

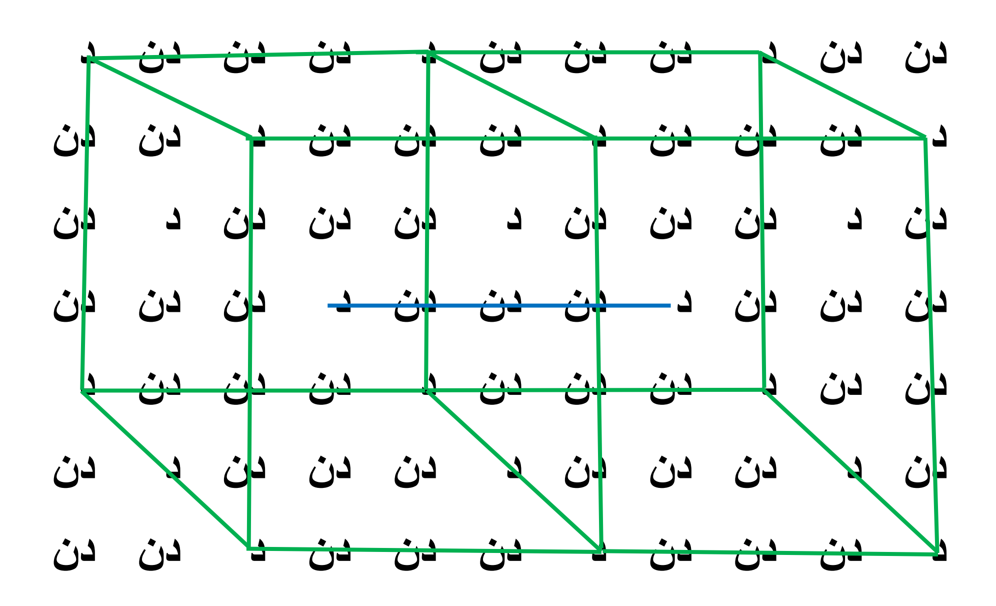
فمن اجتماع هذه المقولات موحدة كالتالي:

دن دن دن د دن دن دن د دن دن

تتمثل نفس محتويات المقولة الأفقية الوسطى من الشكل المار ذكره، حيث تكون المرجع الأول لأشكال كل البنى المار ذكرها في الصور الأربع متمثلة بالخط المستقيم الواصل بين المتغيرين فيها، فبتكرار كل من المقولات الوزنية الأربع

بنسب مختلفة ومعينة من المواقع الأفقية في البنية، نحصل على بقية الإحداثيات والمتغيرات التي تتولد من النسب الثابتة بينها مراجع كل من صور البنية الأربع القياسية.

وزيادة في التوضيح، فإننا لو ضاعفنا صورة المكعب الذي يتوسطه المتغير المركزي الواحد، وذلك برسمه على التعاقب كما يلي:



لوجدنا في المستقيم الواصل بين متغيري الصورتين المضاعفة المرجع الأول لجميع الأشكال التي تضمها هذه الصورة الجامعة، أي المرجع الأول لضعف الأشكال التي يمثلها كل من المتغيرين على انفراد وهي **(24)** شكلاً.

دوران البنية

بما أن الصور الأربع يحكمها بناء واحد من حيث التركيب والتأسيس، فهي لا تتم دورات ظهورها حول نفسها على التعاقب من خلال بنية واحدة إلاّ إذا تم لفّها حول نفسها بما يكمل ارتباط جانبيها من خلال أعمدة ثمانية على وجه التسلسل لأيّ منها، ليتم من خلال هذا اللف دورانها حول نفسها، بما يؤمن تمثيل كل النسب التي تضمها الصور الأربع في بنية دائرية واحدة متحركة، وجامعة للصور التي رأيناها سابقاً من خلال الاستواء الثابت. ومن ثمّ سيكون نفس المستقيم الأفقي بمتغير به أو بأحدهما هو المرجع الأول الثابت لكل الأشكال المتحركة من خلال الصور الأربع متمثلاً في احدى المقولات التي مر ذكرها.

وستدور البنية من خلال خطوطها الأفقية السبعة على كل الموازين الرباعية والثلاثية منها على وجه التناوب والانسجام محدثة لأشكال الهندسة والأبعاد والأعداد الرباعية...الخ من نسب ومقاييس ثابتة التأسيس.

فتسير البنية في دورانها تارة على صورة:

فاعلاتن فاعلاتن

مفعولات مفعولات

مفاعيلن مفاعيلن

مستفعلن مستفعلن

فاعلاتن فاعلاتن

مفاعيلن مفاعيلن

مفعولات مفعولات

وتارة على صورة:

مستفعلن مستفعلن

مفاعيلن مفاعيلن

فاعلاتن فاعلاتن

مفعولات مفعولات

مستفعلن مستفعلن

فاعلاتن فاعلاتن

مفاعيلن مفاعيلن

وهلم جرا من خلال الصور الأخرى ...الخ وهذا مما يلاحظ إمكانية رسم البنية بصورها الأربع وبموازينها الرباعية الثلاثية في كل من خطوطها الأفقية السبعة على الأوجه الأربعة المتقابلة من ايّ مكعب مجسم لتكون وسيلة إيضاح عند التعليم أو بالطريقة أو بالطرق الأخرى التي يفضلها أهل الاختصاص. وعلى سبيل المثال، أنْ تُفَصّل الموازين على حلقات مستقلة من الدنادن الثابتة أو المتغيرة لتعليقها على مسامير في أوجه المكعب لتكوين أو إعادة تصوير البنية بأشكالها الأخرى، أو على وجه سبورة تكون أساساً للمربعات والدوائر والبنى والمنظومات ...الخ مما مر ذكره في الشعر والرياضيات وهلم جرا.

بين الائتلاف والاختلاف

في صور البنية

إن ما يترتب على تمايزات نسب مواقع المتغيرات في كل صورة من صور البنية الأربع، هو اختلاف أو ائتلاف أمور عديدة بالإضافة إلى ما مرّ ذكره سابقاً بين صورة وأخرى أو بين صورتين دون صورتين منها وفقاً لتسلسل محتويات أعداد كل صورة على حدة.

ولتوضيح ذلك نجد أن مجموع أرقام كل متسلسلة من متسلسلات المنظومات الثلاث العددية والموسيقية والتأليفية منها يكون:

16 إذا توسطها الرقم 4

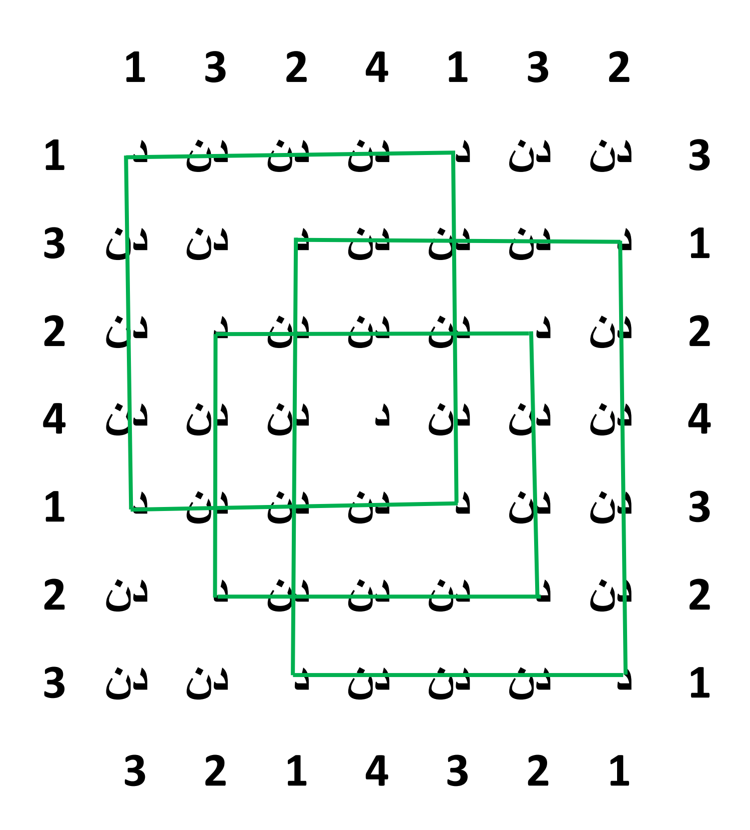
او 17 إذا توسطها الرقم 3

او 18 إذا توسطها الرقم 2

او 19 إذا توسطها الرقم 1

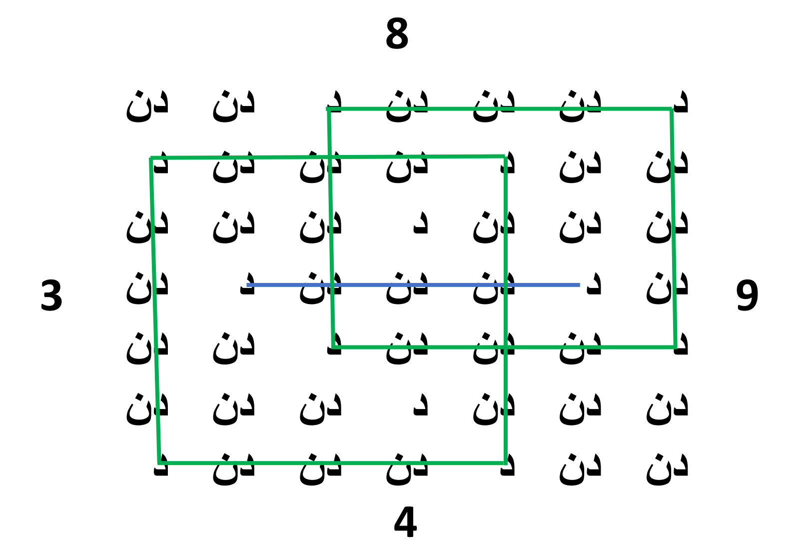
فالمتسلسلة العددية (**1 2 3 4 1 2 3**) أو المتسلسلة الموسيقية (**2 3 1 4 2 3 1**) مثلاً يكون مجموع أرقام كل منها (**16**) لتوسط الرقم (**4**) بين أرقام كل منها، والمتسلسلة التأليفية (**1 2 4 3 1 2 4**) أو المتسلسلة العددية (**4 1 2 3 4 1 2**) يكون مجموع أرقام كل منها (**17**) لتوسط العدد (**3**) بين أرقام كل منهما وهكذا.

لذلك كان مجموع أرقام كل من المتسلسلات المحيطة بالصورة ذات المستقيمات المتوازية والمتعامدة على الاطلاق وهي كما يلي:

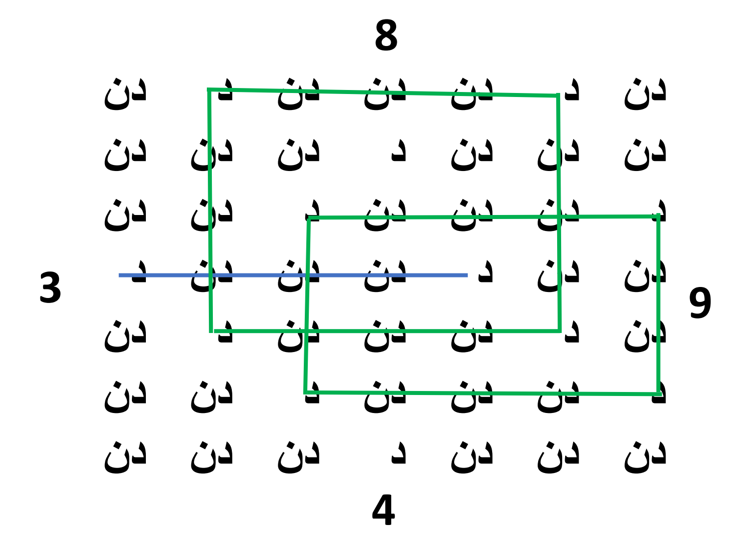


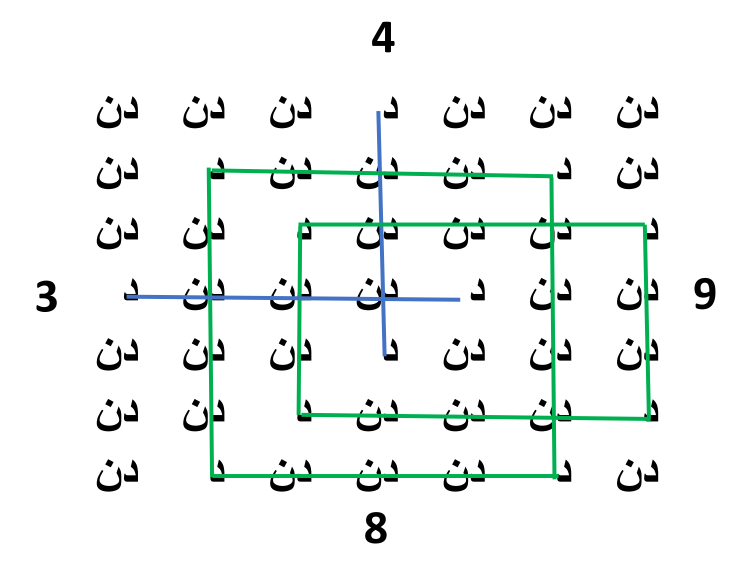
يكون (**16**) من كل جانب منها، ويكون المجموع الكلي لتلك الأرقام (**64**) دون غيرها من الصور الأخرى التي تختلف في كل منها نسب مجموع أرقام هذه المتسلسلات من الجهات الأربع، حيث يكون المجموع الكلي لأرقام متسلسلات كل منها من الجهات الأربع إمّا (**71**) أو (**72**) أو (**73**)، حيث تكون متسلسلات كل من أرقام جوانبها الأربعة إمّا (**18، 18، 18، 17**) وإمّا (**19، 19، 17، 17**) وإمّا (**19، 17، 18، 19**)، وتختلف النسب باختلاف نقص أو زيادة أعمدة البنية عن حدها الوافي المار ذكره من الناحية المنطقية الجامعة لأحوالها التامة العدد.

وعلى تمايزات هذه المواقع تختلف النتائج من حيث حصول الانسجام أو التضاد كما هو في الصورتين المار ذكرها والصورة التالية مثلاً:



حيث يلاحظ على هاتين الصورتين إمكانية تشكيل مكعب هندسي من كامل محتويات كل منهما، وعدم خروج الاحداثي الأفقي أو الإحداثي العمودي عن الأشكال الرباعية التي تشكل متغيرات كل منها (الأربعة) التي تقع في أركان كل منها المرجع القياسي لكل الأشكال. كما يلاحظ وقوع متغيرين في كل ضلع من أضلاع محيط كل منهما، كما يلاحظ انحصار المرجع الأول في متغير واحد أو قسمته متساوياً بين متغيرين. وأخيراً وليس آخراً، الانسجام بين الثوابت والمتغيرات في محيط كل منهما وفاقاً للمقولات الوزنية التي تظمها دائرة الوحدة خلافاً للصورتين التاليتين:



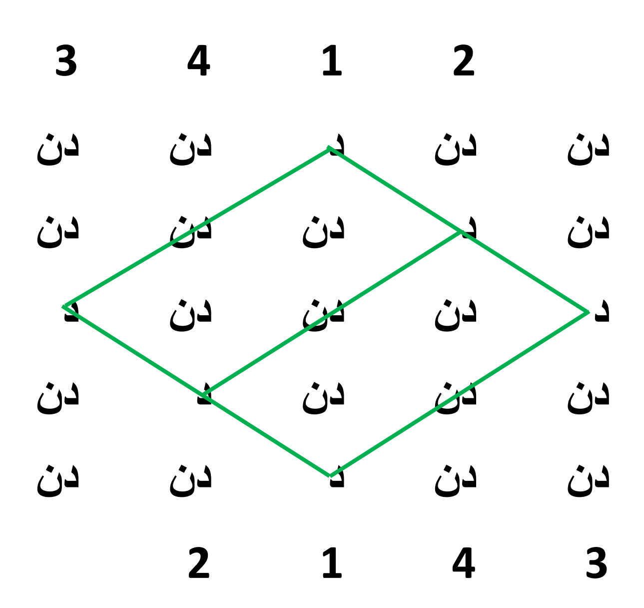


حيث نرى خمسة أعمدة افقية أو عمودية في كل منهما، وخروج المرجع القياسي العمودي أو الأفقي عن الشكلين الرباعيين، وتساوي حيز الفراغ مع الحيز المليء من حيث العدد، وتساوي المرجع الأول من حيث عدد الأشكال التي يحكمها كل متغير من متغيريه في الصورتين، وتساوي طول المستقيم الأفقي مع العمودي في الصورة الأخيرة، وإمكان توافر المرجعية في ثلاث متغيرات في كل من الصورتين الثانية والثالثة، إلى آخره من ائتلافات واختلافات يصعب معها تمييز صورة على أخرى في فوائد كل حالة مما يعود تقييها إلى أهل الاختصاص.

تنويع الأشكال

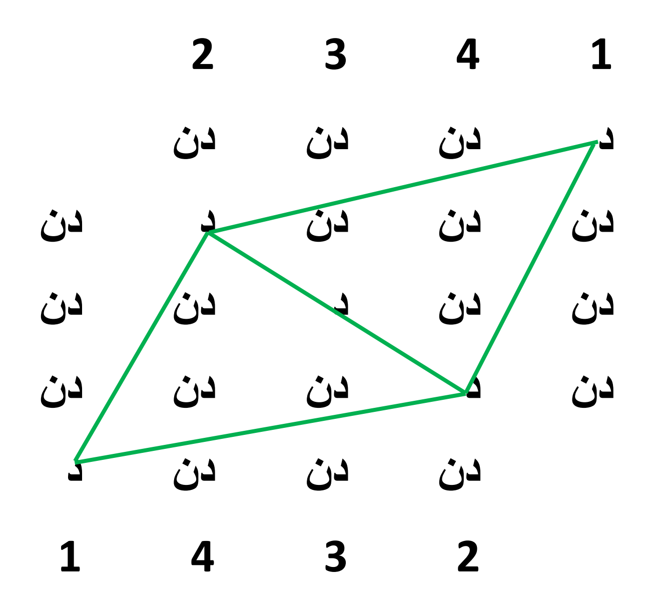
مما يلاحظ على الأشكال الهندسية السبعة التي تضم عدداً محدوداً من الأضلاع والأقطار والأوتار، هو إمكانية توليدها لأشكال هندسية أخرى لا حصر لها، أو تغيير أشكال بعضها إلى البعض الآخر عن طريق مضاعفتها أو عن طريق صلاتها بالأشكال الباقية بصورة مباشرة أو غير مباشرة.

فعلى سبيل المثال أننا لو ضاعفنا شكل المستطيل كما يلي:

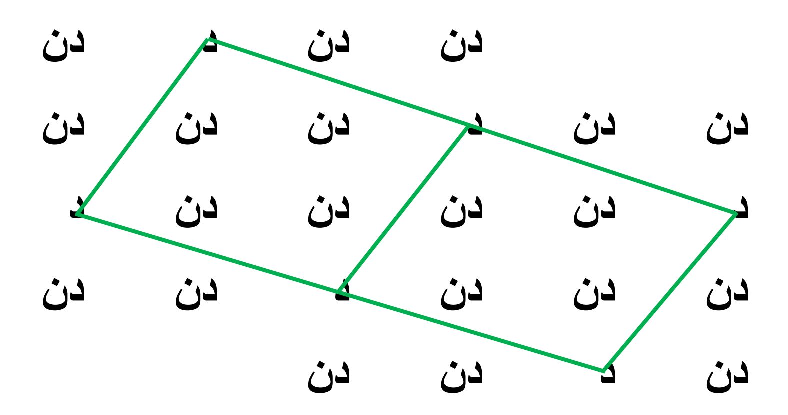


نكون قد حصلنا على شكل المربع.

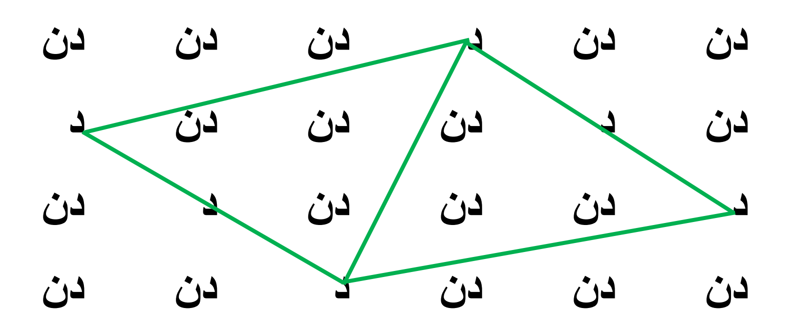
ولو ضاعفنا شكل المثلث كما يلي:



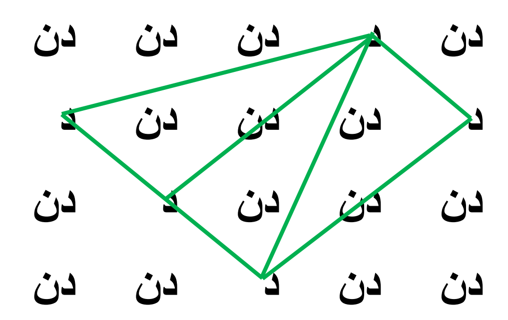
نكون قد حصلنا على شكل المعين. ولو ضاعفنا شكل المربع كما يلي:



نكون قد حصلنا على شكل المستطيل. ولو ضاعفنا المثلث على الوجه التالي:

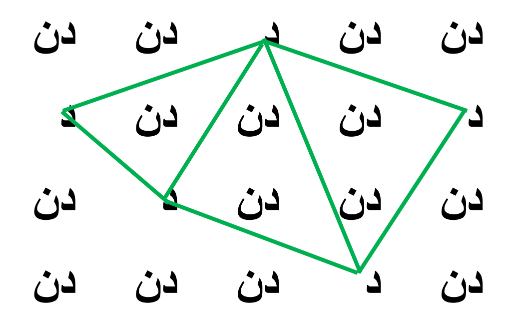


نكون قد حصلنا على شكل متوازي الأضلاع. ولو جمعنا بينه وبين نصف المستطيل أو العكس كما يلي:

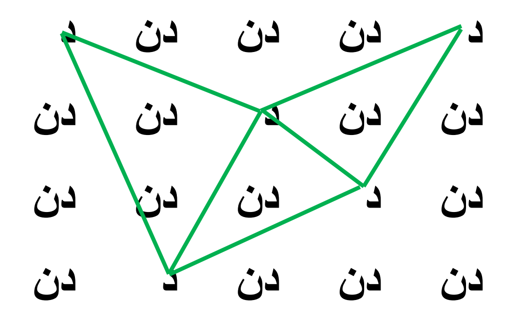


نكون قد حصلنا على شبه المنحرف الماثل أمامنا.

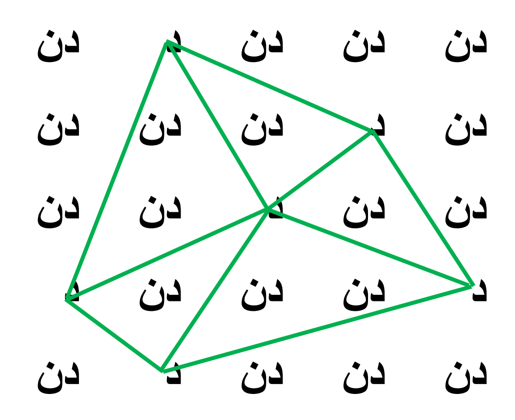
ولو جمعنا بين المربع ونصف المعين أو المنحرف ونصف المربع لحصلنا على الشكل التالي:



أو جمعنا بين المعين ونصف المربع، أو المنحرف ونصف المعين لحصلنا على الشكل التالي:



ولو جمعنا بين الأقسام التالية من أشكال المنشور والمنحرف والمعين والمربع لحصلنا على الآتي:



وبزيادة مقولة على كل جانب من جوانب المربع نحصل على الشكل التالي:

دن د دن دن

دن دن دن د دن دن

دن د دن دن دن د

د دن دن دن د دن

دن دن د دن دن دن

دن دن د دن

الذي يمكن التصرف فيه على طريقة التربيع أو التثليث.

ومن هذه الأشكال وغيرها نعرف مساحة كل منها بالنسبة إلى مساحات أشكالها الأصلية أو بالنسبة إلى الأضلاع التي تكونت منها والتي لم تخرج عمّا احتوتها تلك الأشكال كما هو واضح منها. فمن ذلك مثلاً نجد الشكلين التاليين:



تكون مساحتهما متساوية وهي ثلاث وحدات مربعة.

كما تكون مساحة كل من الشكلين التاليين تساوي أربع وحدات ونصف:



وهي من الأشكال التي تولدها البنية.

فذلكة الأبعاد

لمّا كانت فذلكة الأبعاد يجب أن تخلص إلى قانون عام ومحدد على وجه التجريد لا التعيين، ليكون شامل التسبيب للنسب المحتملة فيما بينها. وحيث ذكرنا أن المرجع القياسي الأول لمنظومات صور البنية وتراكيبها إنما يتولد من موقع المقولة التالية:

دن دن دن د دن دن دن

على وجه التوازي والتعامد مع بقية المقولات التي تتألف منها البنية، فمن نظرة إلى قراءات هذه المقولة نجد أنها تمثل كلاً من الأعداد الأربعة **(1، 2، 3، 4)** على وجه التناوب بالنسبة للمتغير الوسط من الجهة التي يبدأ بها القارئ. ولما كان وقوع هذه المقولة على الشكل التالي من إحدى الصور الأربع:

دن

دن

دن

دن دن دن د دن دن دن

دن

دن

دن

يكون على وجه التوازي والتعامد مع المقولات الباقية انطلاقا من المركز المتغير **(د)** من وسطها، فلابد للمقولة هذه أن تمثل كلاً من الأعداد الأربعة **1، 2، 3، 4** من كل الجهات الأربع شمالاً وجنوباً وشرقاً وغرباً على التناوب، وبالتالي لابد أن يكون المتغير المركز فيها من مكونات التسلسلات العددية الرباعية التي تمثل الأشكال الهندسية السبع، وعلى مسافات وأطوال محددة ومعلومة بينها وبين تلك الأشكال. وعليه فلو دققنا الصورة الكاملة لموقع هذه المقولة في الشكل التالي:

دن دن د دن دن دن د

د دن دن دن د دن دن

دن د دن دن دن د دن

دن دن دن د دن دن دن

دن دن د دن دن دن د

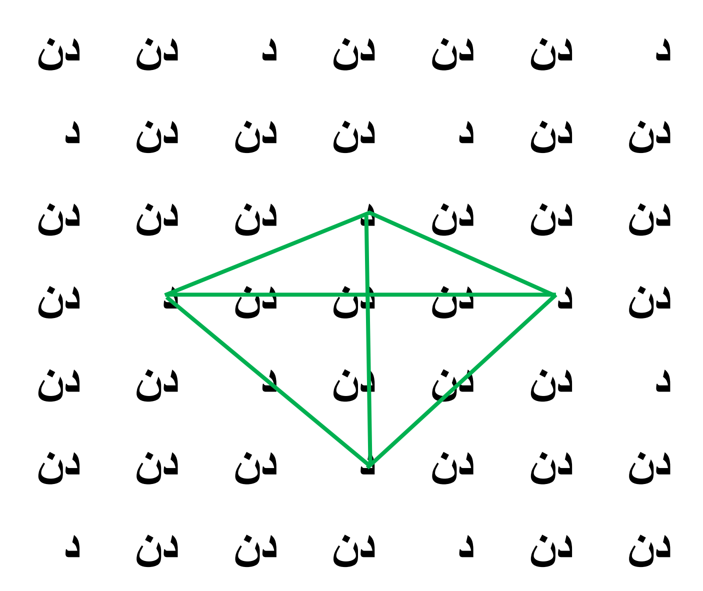
دن د دن دن دن د دن

د دن دن دن د دن دن

لوجدنا أن ارتباط مركز هذه المقولة بمتغيرات المقولات الباقية إنما يتم بمسافات وأطوال لا تعدو أطوال المسافات بينه وبين المتغيرات التي تضمها المستقيمات الأربعة في الشكل أعلاه، والتي تمثل اتصالات المركز بمتغيرات المنحرف الثلاثة أعلاه، أو اتصالاته بمتغيرات الخط الثلاثة أدناه، وذلك بسبب التناوب بين أطوال المسافات بين المركز وباقي المتغيرات من الصورة أعلاه وفقاً لأبعاد النسب بين الأعداد الأربعة التي تتمثل في مكونات الأشكال الهندسية من المجاميع الرياضية.

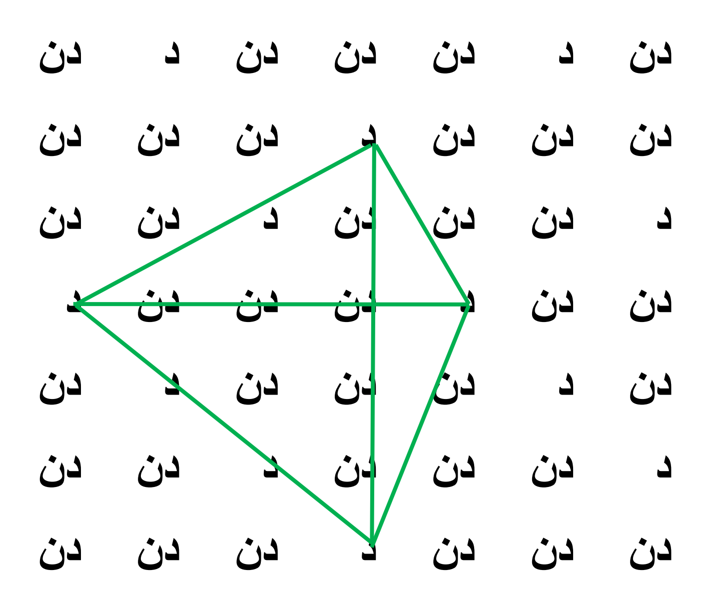
وبذلك ينحصر المرجع الأول لقياسات أبعاد النسب الأولية وما ينجم عنها في نقطة المركز ليكون مرجعاً عاماً لبقية الأبعاد التي تحددها هذه الأطوال من الشكل.

أمّا إذا ابتعدت متغيرات المرجع القياسي عن المركز بين الأشكال، وتعامدت كل من إحداثيتي صور البنية، كانت المسافات بين أطوالها الأربعة المتمثلة في أوتار المثلثات القائمة الزاوية المتكونة من هذا التعامد تمثل الجمع بين نسب مختلفة من نفس الأطوال المار ذكرها، ففي الشكل التالي:



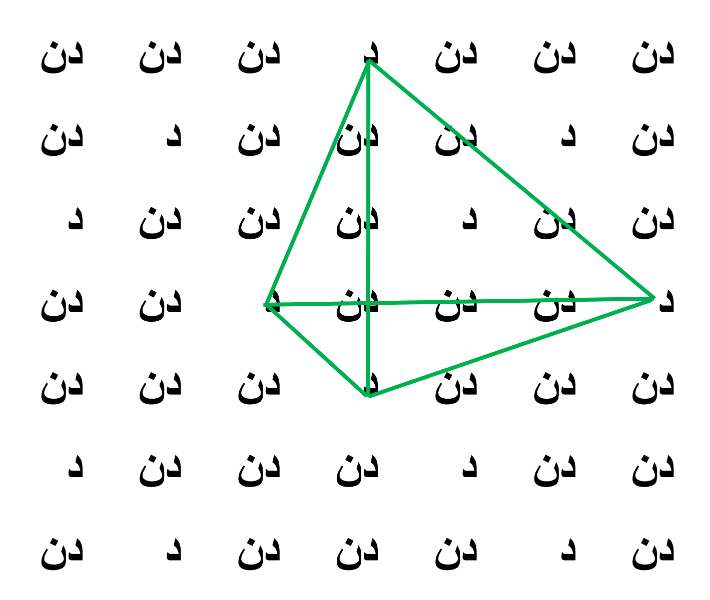
نجد أن طول الضلع الأعلى من الشمال الشرقي يساوي طول الضلع الأعلى من الشمال الغربي، وإن الضلع الأسفل من الجنوب الشرقي يساوي الضلع الأسفل من الجنوب الغربي. وإن مساحة الشكل الرباعي تساوي نصف مساحة مثلث ونصف مساحة مربع ونصف معين والمجموع يساوي **(6)**.

أمّا في الشكل التالي:



فنجد الأضلاع مختلفة الأطوال، وإنها تمثل مساحة مثلث ومنحرف ونصف مساحة معين وخمس مساحة منشور والمجموع (**10**).

امّا في الشكل التالي:



فنجد بأن طول أحد الضلعين الأعلى وما يقابله من الأسفل متساويين، وإن طول المتقابلين الآخرين يختلفان وإن مجموع المساحة يساوي (**8**).

وتبعاً لهذه النسب تختلف نسب المجموع الكلي بين عدد الأطوال في كل بنية كما مرّ ذكره في نسب الحيز المليء وحيز الفراغ وبنسب مختلفة أخرى بسبب تبدل مواقع الأشكال في كل بنية مما يطول شرحه.

استخراج التكامل من التفاضل

لمّا كان مجموع أرقام أية رباعية مؤلفة من الأعداد (**1**، **2**، **3**، **4**) تساوي العدد (**10**)، فان مجموع أية رباعية تقابلها بالمكان كما مر بنا لا بد أن يكون مساوياً للعدد (**10**). وبما أن المجموع يكون مساوياً للعدد (**20**)، فبتقسيم هذا العدد على العدد **4**، وهو عدد أرقام الرباعية، يكون الحاصل **5**، وبقسمة الأخير إلى عددين صحيحين يكون الناتج (**1+4**) أو (**2+3**). وعلى ذلك يكون العدد (**5555**) كما مرّ بنا هو العدد المتكامل لكل من الرباعيات المكانية المتولدة من هذه الأرقام. وبناءً على ذلك إذا كان حاصل طرح أعداد أي وجهين متقابلين معلوماً لدينا فيمكن، كما لا يخفى، معرفة تسلسلات أعداد وجهي المجموعة والشكل الهندسي الذي ترمز اليه، وذلك بطرح المعلوم من العدد (**5555**) وقسمة الباقي على إثنين فيكون الناتج هو تسلسل أعداد الوجه المطروح ومنه تعرف أعداد الوجه المقابل.

فلو أخذنا العدد (**0729**) مثلاً، وهو حاصل طرح وجهين متقابلين، وأردنا استخراج تسلسل أعداد الوجهين المتكاملين، لقمنا بطرح العدد الذكور من (**5555**) فيكون الباقي (**4826**) ونقسمه على **2**، يكون الحاصل (**2413**) وهو الوجه المطروح، ويكون الوجه المقابل له (**3142**) ويمثل العدد شكل المربع.

أمّا لو أخذنا العدد (**3069**) وطرحناه من العدد (**5555**) فالباقي يكون (**2486**) وبقسمته على إثنين يكون الحاصل (**1243**) وهو الوجه المطروح ويقابله الوجه المطروح منه (**3421**) ويمثلان شكل المنشور.

ولو أخذنا العدد (**3087129**) وطرحناه من العدد (**5555**) يكون الباقي (**2468426**)، وبقسمته على إثنين يكون التسلسل المطروح (**1234213**) وما يقابله المطروح منه (**4321342**) وهكذا.

ومما يلاحظ على حواصل طرح مجاميع أشكال البنية، التشابه العددي بين الأشكال المشتركة، فالأعداد الي تمثل:

الخط	**والمثلث**	**والمستطيل**	**والمثلث**
4321	**3214**	**3412**	**4123**
1234	**2341**	**2143**	**1423**
3087	**0873**	**1269**	**2691**

والمربع	**والمنحرف**	**والمعين**	**والمنحرف**
3142	**3241**	**4231**	**4132**
2431	**2314**	**1324**	**1423**
0729	**0927**	**2907**	**2709**

والمنحرف	**والمنشور**	**والمنحرف**	**والمنشور**
4213	**3412**	**3124**	**4312**
1342	**2134**	**2431**	**1243**
2871	**1287**	**0693**	**3069**

وتتمثل العلاقات القائمة بينها في تراكيب البنية الرياضية من حيث تسلسلاتها.

وإذ يلاحظ على وجهي المنحرف الأولين أنهما يمثلان التناقض، وعلى الوجهين الأخيرين تمثل التعاكس، فلو دققنا تراكيب البنية الرياضية من حيث المنطق الجامع فيما بينها من كل من جهات الأشكال عمودياً وافقياً والقائم على وحدة الانسجام فيما بينها على وجه التقابل، ووضعنا إزاء كل منها أعداد التفاضل، المارّ ذكرها أعلاه، لوجدنا الانسجام بين أعداد الأوجه المتفاضلة على التقابل والتشابه.

وعليه، لو رسمنا البنية عمودياً وأفقياً كما يلي مع الأعداد المار ذكرها إزاء كل وجه:

الصورة الأفقية

معين	منحرف	مربع	منحرف
2907	**0693**	**0729**	**2871**
متضاد	**متعاكس**	**متضاد**	**متعاكس**

منحرف	منشور	منحرف	منشور
2709	**1287**	**0927**	**3069**
متناقض	**متعاكس**	**متناقض**	**متعاكس**

مثلث	مستطيل	مثلث	خط
2691	**1269**	**0873**	**3087**
متناقض	**متضاد**	**متناقض**	**متضاد**

فبجمع المعين والمنحرف من الخط الأفقي الأول: **2907 + 0693 = 3600** يكون الناتج مساوياً للجمع بين المربع والمنحرف الأخير. **0729 + 2871 = 3600.**

وبجمع المنحرف والمنشور من الخط الأفقي الثاني: **2709 + 1287 = 3996**،
يكون الناتج مساوياً لجمع المنحرف والمنشور التاليين: **0927 + 3069 = 3996.**

وبالجمع بين المثلث والمستطيل من الخط الأفقي الثالث**2691 + 1269 = 3960**،
يكون الناتج مساوياً للجمع بين المثلث والخط الأخيرين**0873 + 3078 = 3960.**

وبالجمع بين المعين والمربع من الخط الأول الأفقي**2907 + 0729 = 3636.**
يكون الناتج مساوياً للجمع بين المنحرفين من الخط الثاني الأفقي
2709 + 0927 = 3636.

وبالجمع بين المنشورين من الخط الثاني الأفقي **1287 + 3069 = 4356**،
يكون الناتج مساوياً للجمع بين المستطيل والخط من الخط الأفقي الثالث **1269 + 3087 = 4356.**

وبالجمع بين المنحرفين من الخط الأفقي الأول **693 + 3087 = 3564**،
يكون الناتج مساوياً للجمع بين المثلثين من الخط الأفقي الثالث **2961 + 873 = 3564**، وهكذا تتكرر النتائج في الصورة العمودية التالية.

الصورة العمودية

معين	منحرف	مربع	منحرف
2907	2709	0729	0927
متضاد	متناقض	متضاد	متناقض
منحرف	منشور	منحرف	منشور
0693	1287	2871	3069
متعاكس	متعاكس	متعاكس	متعاكس
مثلث	مستطيل	مثلث	خط
2691	1269	0873	3087
متناقض	متضاد	متناقض	متضاد

فبجمع المعين والمربع من الخط الأفقي الأول**2907 + 0729 = 3636**،

يكون الناتج مساوياً للجمع بين المنحرفين **2709 + 0927 = 3636**.

وبجمع المنحرفين من الخط الثاني الأفقي **0693 + 2871 = 3564**،

يكون الناتج مساوياً لجمع المثلثين من الخط الأفقي الثالث، **2691 + 0873 = 3564**.

وبالجمع بين المنشورين من الخط الأفقي الثاني **3069 + 1287 = 4356**، يكون الناتج مساوياً لجمع الخط والمستطيل من الخط الأفقي الثالث **1296 + 3087 = 4356**.

ومن الجمع عمودياً بين المعين والمنحرف في العمود الأول **2907 + 0693 = 3600**، يكون الناتج مساوياً للجمع بين المربع والمنحرف في العمود الثالث **0729 + 2871 = 3600**.

ومن الجمع بين المنحرف والمنشور في العمود الثاني **2709 + 1287 = 3996**، يكون الناتج مساوياً للجمع بين المنحرف والمنشور في العمود الرابع **0927 + 3069 = 3996**.

ومن الجمع أفقياً في الخط الثالث بين المثلث والمستطيل **2691 + 1269 = 3960** يكون الناتج مساوياً للجمع بين المثلث والخط **0873 + 3087 = 3960**.

وبالطبع فأن مواقع نسب الأعداد هذه تختلف باختلاف الصور الأربع.

ومن الصورة الأخيرة نجد أن مجموع تفاضلات الأعداد من الخط الأفقي:

الأول تساوي **7272** وتمثل المربع والمعين والمنحرف.

ومن الثاني تساوي **7920** وتمثل المنشور والمنحرف.

ومن الثالث تساوي **7920** وتمثل الخط والمستطيل والمثلث، ويكون المجموع **23112**.

وبالجمع بين **3087** متفاضل الخط و**2691** متفاضل المثلث أو بالجمع بين **3087** متفاضل المعين و**2871** متفاضل المنحرف، أو بالجمع بين **3069** متفاضل المنشور و**2709** متفاضل المنحرف، يكون حاصل كل مجموع يساوي ربع المجموع الكلي للمتفاضلات، وهو العدد **5778** وإلى غير ذلك مما يطول شرحه.

وذلك ما يستدل منه على الانسجام بين الأشكال والأعداد وفاقاً لأوجه كل منها.

نسب التفاضل بين الجمع والطرح

مرّ بنا شرح بعض نسب الجمع بين التفاضل والتكامل في أوجه المتسلسلات العددية تبعاً لأشكالها الهندسية، وفيما يلي ندرج بعض العلاقات بين نسب الطرح والجمع فيما بينها وفاقاً لما مر ذكره في تفاضل القوى بين الأعداد، وحيث ذكرنا سابقاً مجاميع أعداد التفاضل فلا حاجة لتكرار عمليات استخراجها مرة أخرى.

أولاً –

أ – إنّ حاصل الطرح بين تفاضل وجهي المنشور (**4312، 1243**) يساوي حاصل الطرح بين تفاضل وجهي المنحرف (**4132، 1423**) كما يلي:

1782 = 1287 – 3069

1782 = 0927 – 2709

ب – أمّا حاصل الجمع بينهما فيكون مختلفاً وكما يلي:

فالأول **3069 + 1287 = 4356**، ويساوي حاصل الجمع بين تفاضل كل من الخط والمستطيل، **3087 + 1269 = 4356.**

والثاني **2709 + 0927 = 3636**، ويساوي حاصل الجمع بين المعين والمربع

2907 + 0729 = 3636.

ج – إنّ حاصل الجمع بين الوجهين الأكبر ولأصغر من المنشور والمنحرف يساوي حاصل الجمع بين الوجهين الأكبر والأصغر من المنحرف والمنشور من الفقرة (أ) وكما يلي:

3069 + 0927 = 3996.

2709 + 1287 = 3996،

ومجموع الحاصلين يساوي المجموعين المختلفين **4356 + 3636 = 7992.**

ثانياً –

أ – إنّ حاصل الجمع بين تفاضل وجهي المثلث (**3214، 2341**) يساوي حاصل الجمع بين تفاضل وجهي المنحرف (**4213، 1342**) وكما يلي:

2691 + 873 = 3564.

2871 + 693 = 3564.

ب – أمّا حاصل الطرح بينهما فيكون مختلفاً وكما يلي:

فالأول **2691 – 873 = 1818**، ويساوي حاصل طرح تفاضل المستطيل من تفاضل الخط **3087 – 1269 = 1818.**

والثاني **2871 – 0693 = 2178**، ويساوي حاصل طرح تفاضل المربع من تفاضل المعين **2907 – 0729 = 2178.**

ج – إنّ حاصل طرح تفاضل المنحرف الأصغر من تفاضل المثلث الأكبر يساوي حاصل طرح تفاضل المثلث الأصغر من تفاضل المنحرف الأكبر في الفقرة **(أ)** وكما يلي:

2691 – 693 = 1998.

2871 – 0873 = 1998.

ومجموعهما **3996** وهو المجموع الوارد في الفقرة أولاً **(ج).**

ثالثاً –

أ – إنّ مجموع حاصل الطرحين في الفقرة أولاً **(أ)** يساوي حاصل الجمع في الفقرة ثانياً **(أ)** وكما يلي: **1782 + 1782 = 3564.**

ب – إنّ ضعف حاصل طرح الأول من الفقرة ثانياً **(ب)** يساوي المجموع الثاني من الفقرة أولاً **(ب)** وكما يلي: **1818+ 1818 = 3636.**

ج – إنّ ضعف حاصل الطرح الثاني من الفقرة ثانياً **(ب)** يساوي المجموع الأول من الفقرة أولاً **(ب)** وكما يلي: **2178 + 2178 = 4356.**

رابعاً –

أ – إنّ مجموع الطرحين التاليين **1818 + 2178 = 3996** وهو الوارد في الفقرة أولاً **(ج).**

ب – إنّ مجموع الطرحين التاليين **1818 + 1728 = 3600** وهو حاصل جمع تفاضل المعين وتفاضل المنحرف التالي **2907 + 693 = 3600.** أو حاصل جمع تفاضل المربع وتفاضل وجه المنحرف التالي **0729 + 2871 = 3600.**

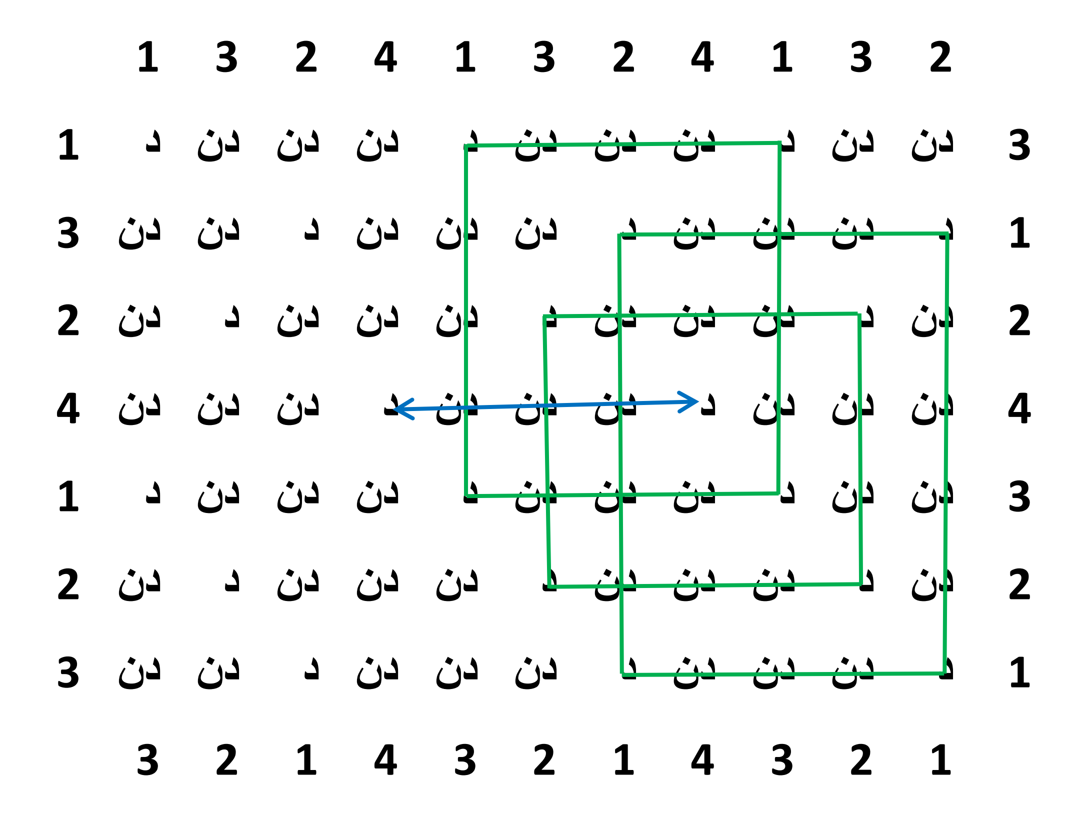
ج – إنّ مجموع الطرحين التاليين **1782 + 2178 = 3960** ويساوي حاصل الجمع بين تفاضل المستطيل والمثلث الآتي **1269 + 2691 = 3960.**

أو حاصل الجمع بين تفاضل الخط وتفاضل المثلث الآتي **3087 + 873 = 3960.**

د – إنّ حاصل الجمع بين حواصل الطرح التالية: **1818 + 1782 + 2178 = 5778** وهو ربع المجموع الكلي لأعداد التفاضل.

صورة التسطيح التامة
للبنية الرياضية

في الشكل المسطح الجامع لصورة البنية الأربع نجد أنه يتألف من **(77)** وحدة بين متغيرٍ أو ثابت من رموزها، وهو يقوم على أحد عشر خطاً عمودياً وسبعة أفقية، وإنّ تسلسله ينبغي أن يكون وفقاً للصورة التالية:



حيث يلاحظ على المستقيمات التي تربط بين المتغيرات أنها تؤلف أشكالاً رباعية كما مرّ بنا إلا الخط الواصل بين نقطتي أو متغيري المرجع الأساس الأول حيث تكون نقطة الصفر هي إحدى طرفي المستقيم التي تكون إحدى مرجعاً للأشكال الإثني عشر، ويكون المستقيم مرجعاً لكل أشكال الصورة، وعلى ذلك تكون النقطة المتولدة من المقولة **(دن دن دن د دن دن دن)** في وسطها هي المرجع الذي

لا يكون ضلعاً لمربع بل طرفاً لمستقيم قائم بذاته لأنه بدوره لا يكون ضلعاً لمربع آخر، لأنه صلة الوصل بين النقطتين المتولدتين في الأساس من المقولة أعلاه.

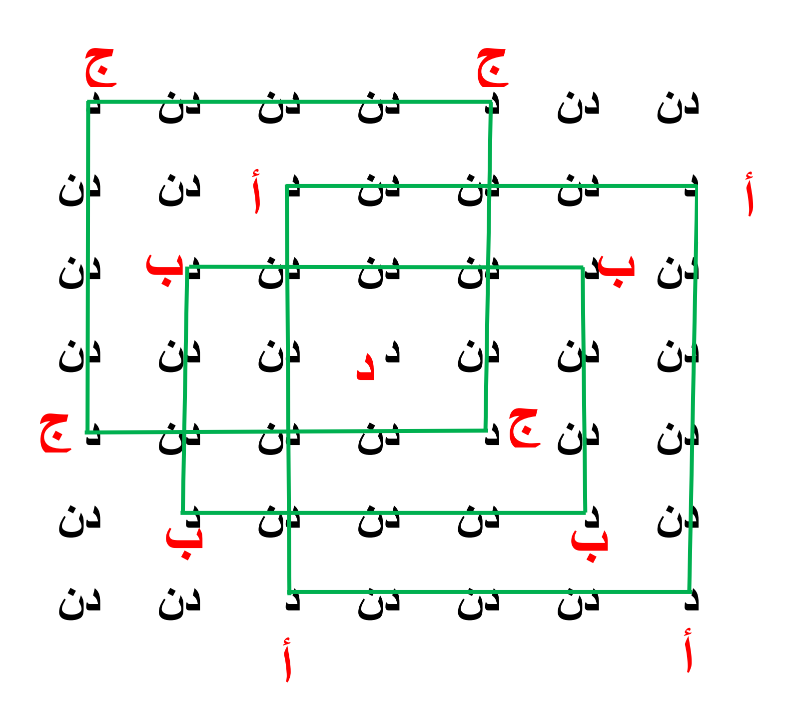
وبهذا تكون هذه الإحداثية الأفقية الصورة هي الوحيدة التي تمثل الأبعاد الأربعة من الأشكال الرباعية التي تمثل قراءاتها المختلفة من الجهات الأربع العدد **(4)** ومجموع هذه القراءات يساوي **(24)** وهي القراءات العددية والهندسية للأوجه المحتملة من القراءات الحرفية **(أ ب ج د)** أو القراءات الرقمية **(1 2 3 4)** أو أي رمز آخر.

ومن الصلة بين متغيري المرجع ومتغيرات الإحداثيات العمودية يمكن استخراج أبعاد ومساحات الأشكال وفقاً لحركات الانتقال من إحداثية إلى أخرى ضمن الأشكال الرباعية التي تتألف منها كما أوضحنا سابقاً. ذلك أن أحد متغيري المرجع يقع ضمن مجالات هذه الأشكال الثلاثة ويشترك مع أشكال كل منها الإثني عشر بتحديد أوجه السطوح الهندسية ونسب احتمالاتها الموقِعيّة.

وفي حالة تدوير الصورة كما مرّ بنا يكون المرجع الأول متمثلاً في قراءة مقولتين مكررة من أحد الموازين الرباعية (مفاعيلن أو مفعولات أو مستفعلن أو فاعلاتن) كما مرّ سابقاً.

تطبيقات الأبعاد الأربعة

لتحديد شمولية الرابطة بين متغيرات كل من الأشكال الهندسية الإثني عشر وبين متغيرات الإحداثيات عن طريق الأشكال الرباعية الثلاثة الماثلة في الصورة أدناه وهي كل من المربع والمستطيلين:

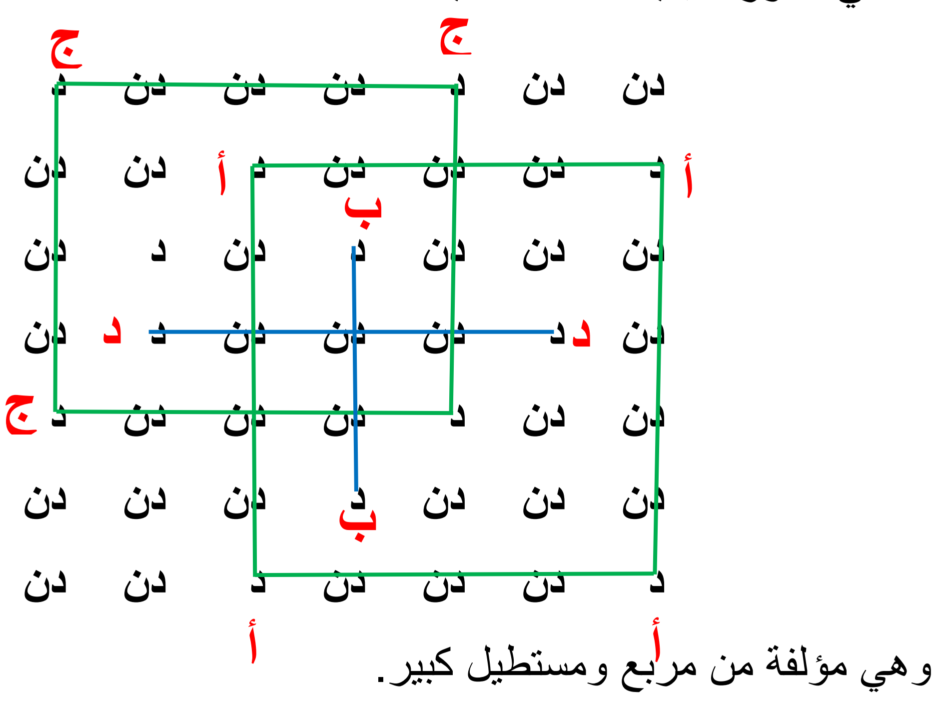


فقد رمزنا لكل من أركان المستطيل الواقع جنوب الصورة بالرمز(أ)، ورمزنا لكل من أركان المربع الواقع في شمال الصورة بالرمز(ج)، ورمزنا لكل من أركان المستطيل الواقع وسط الصورة بالرمز (ب)، ورمزنا لنقطة مركز الصورة بالرمز (د).

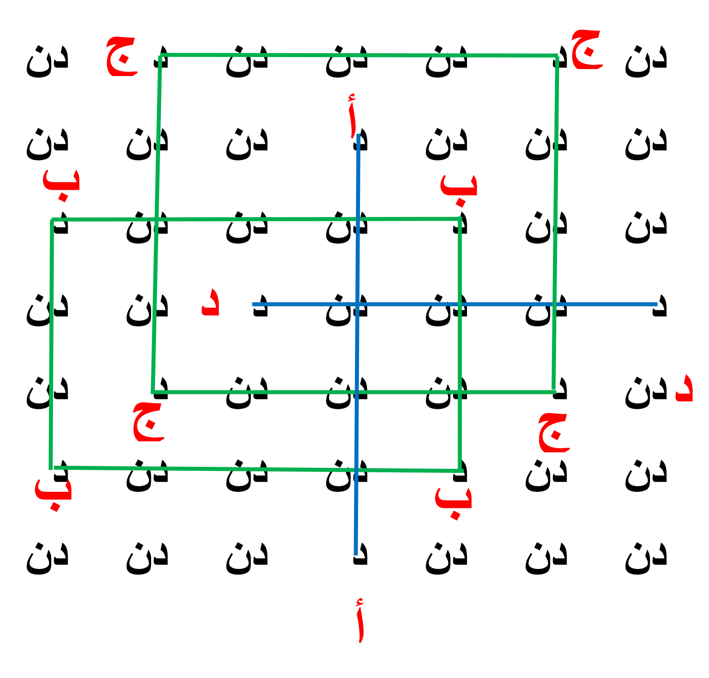
فلو قرئنا رموز المتغيرات الأربعة لكل شكل من الأشكال الهندسية الإثني عشر لوجدنا كل منها يتألف من الحروف (أ، ب، ج، د) ولما كان الرمز (د) رمزاً ثابتاً وواحداً لنقطة المركز، والحروف (أ، ب، ج) هي الأركان التي تؤلف الأشكال

الرباعية الثلاثة، لذا فإن كل شكل من الأشكال الهندسية الإثني عشر يكون مرتبطاً في تكوينه بنقطة المركز التي هي المرجع الأول لجميع هذه الأبعاد. وبالتالي يكون كل ركن من أركان الأشكال الرباعية الثلاثة (أ، ب، ج) قد اشترك في توليد هذه النسب الأربعة.

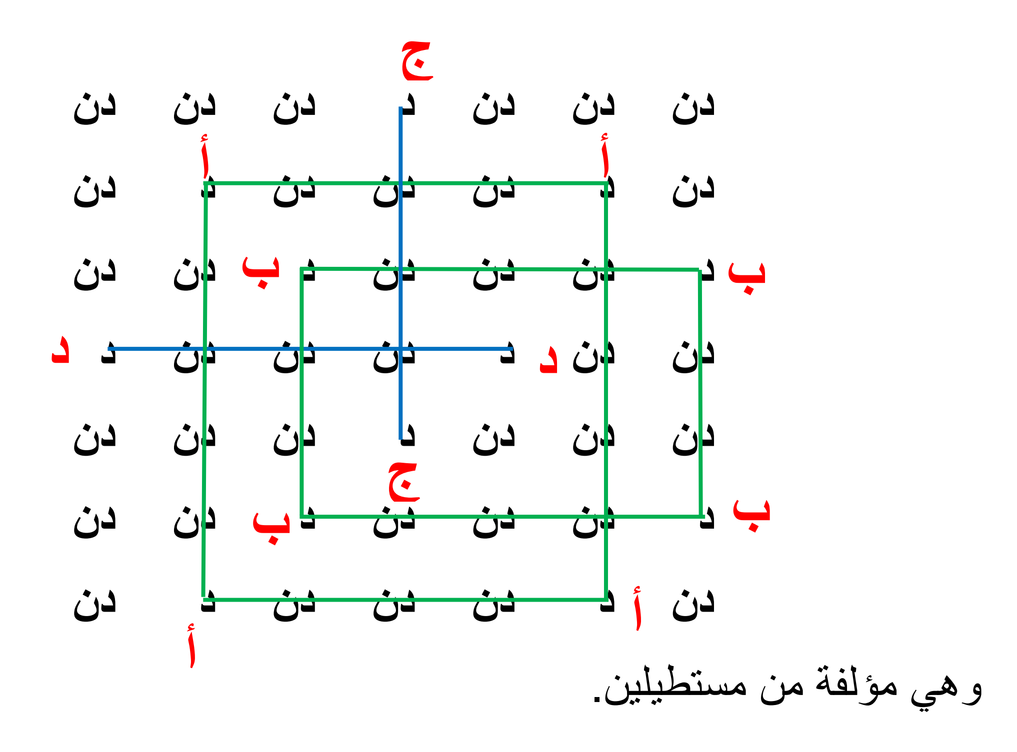
أمّا في صورة البنية الثلاث التالية:



وهي مؤلفة من مربع ومستطيل كبير.



وهي مؤلفة من مربع ومستطيل صغير

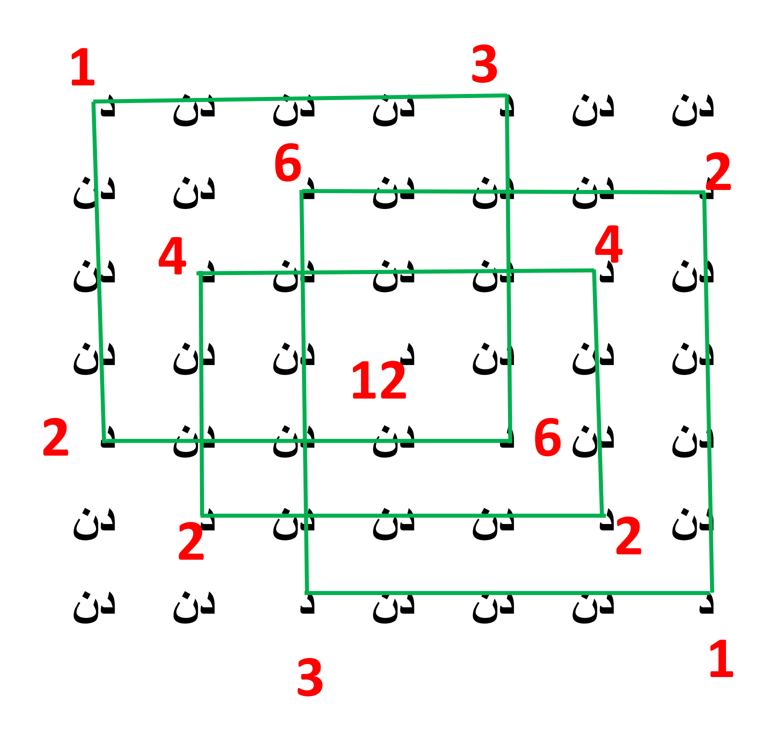


وهي مؤلفة من مستطيلين.

فنجد فيها، أن مكونات الأشكال الهندسية الإثني عشر تعتمد على وجود متغيرين من ركن كل من الشكلين الرباعيين مع متغيرين من متغيرات الإحداثيتين العمودية والأفقية. وبدون الأخيرين لا يمكن لأركان الأشكال الرباعية أن تؤلف شكلاً من الأشكال الهندسية الإثني عشر، وإن كل متغير من متغيرات الإحداثيات يتولد من المقولة **(دن دن دن د دن دن دن)** وعند تجسيم هذه الصورة بمكعبات نحصل على النتيجة نفسها.

نسبية أوضاع البنية

لتعين تباين نسب متغيرات المراجع القياسية للبنية في صورها الأربع من حيث مواقعها وأوضاعها ونسب الأشكال التي تمثلها والمساحات الهندسية التي تشغلها، رغم ثبات عدد الأشكال الهندسية الإثني عشر وعلاقات بعضها إلى البعض الآخر، نجد أن الصورة التي تبدأ من الموقع التالي:



تتمثل المراجع القياسية فيها كما يلي:

أولاً – نقطة المركز وتمثل جميع الأشكال بنسبة **(12)**.

ثانياً – المستطيل الكبير ويمثل في أركانه الأربعة نسباً من الأشكال هي

(2، 6، 3، 1).

ثالثاً – المربع في أعلاه ويمثل نفس النسبة السابقة **(2، 6، 3، 1)** من الأشكال في أركانه الأربعة.

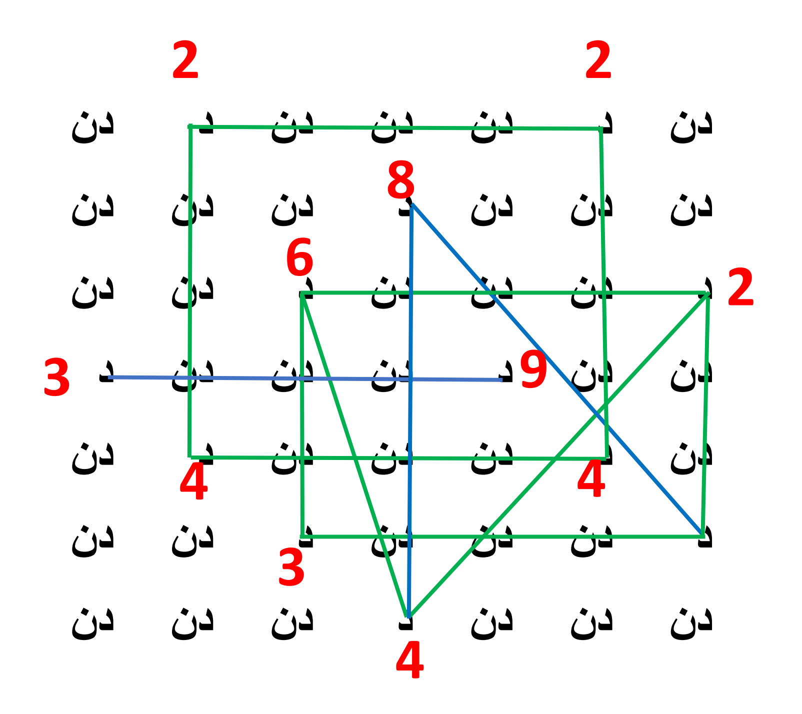
رابعاً – المستطيل الوسط ويمثل في أركانه الأشكال الإثني عشر بنسب **(4، 4، 2،2)**.

خامساً – الخط الأعلى من المستطيل الأكبر والخط الأسفل من المستطيل الصغير ويمثلان النسب **(2، 6، 2، 2)**.

سادساً - الخط الأعلى من المستطيل الصغير والخط الأسفل من المستطيل الكبير يمثلان النسب **(4، 4، 1، 3)** فهي على نسبة أحادية واحدة وخمس نسب رباعية وعدد المتغيرات في الصورة ثلاثة عشر.

أمّا في الصور الثلاث الباقية، فنلاحظ أن مجموع المتغيرات فيها لا يتجاوز الإثني عشر، وإن مساحة الأشكال الهندسية التي تشغلها كل صورة تختلف عن الأخرى. كما أن تغير مواقع الأشكال الرباعية الثلاث في كل صورة يختلف عنها في الأخرى، وإن الأشكال الهندسية ثابتة من حيث العدد والعلاقات في كل الصور.

أمّا الصورة التي تبدأ من موقع العمود الأفقي الثاني من الصورة الأولى والتي هي كما يلي:



فتتمثل المراجع القياسية فيها كما يلي:

أولاً – الإحداثية الأفقية بنسبة (**9**، **3**).

ثانياً - الإحداثية العمودية بنسبة (**8**، **4**).

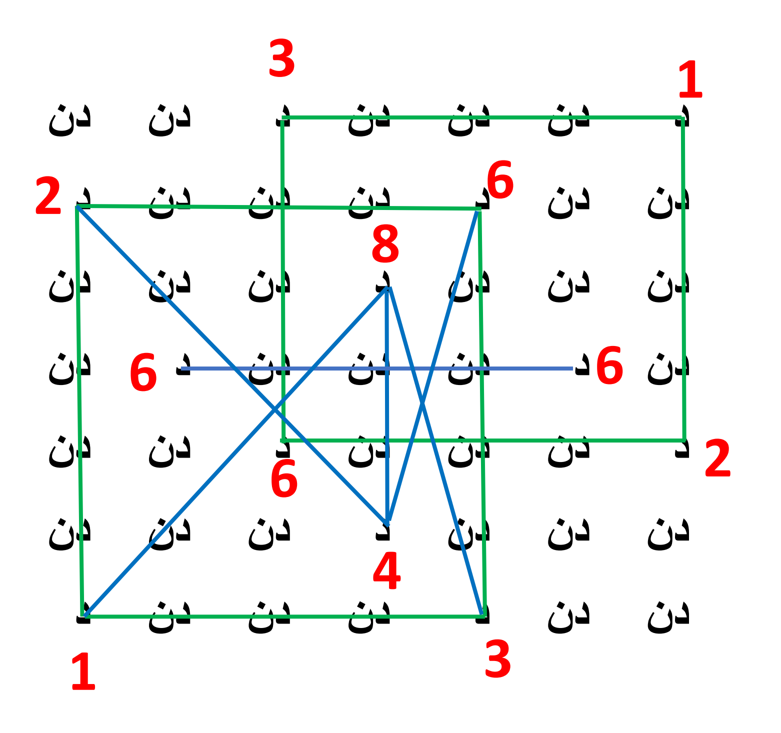
ثالثاً – المستطيل الصغير ويمثل أركانه الأربعة نسباً من الأشكال هي (**2**، **6**، **3**، **1**).

رابعاً – المربع ويمثل في أركانه النسب (**2**، **2**، **4**، **4**) من الأشكال.

خامساً – المتغير الأعلى من الإحداثية العمودية مع الضلع الأسفل من المستطيل حيث تتمثل النسب (**8**، **1**، **3**) على شكل ثلاثي.

سادساً – المتغير الأسفل من الإحداثية العمودية مع الضلع الأعلى من المستطيل حيث تتمثل النسب (**2**، **6**، **4**) على شكل ثلاثي.

أما الصورة التي تبدأ من الموقع التالي:



فتتمثل المراجع القياسية فيها كما يلي:

أولاً – الإحداثية الأفقية بنسبة (**6**، **6**).

ثانياً – الإحداثية العمودية بنسبة (**8**، **4**).

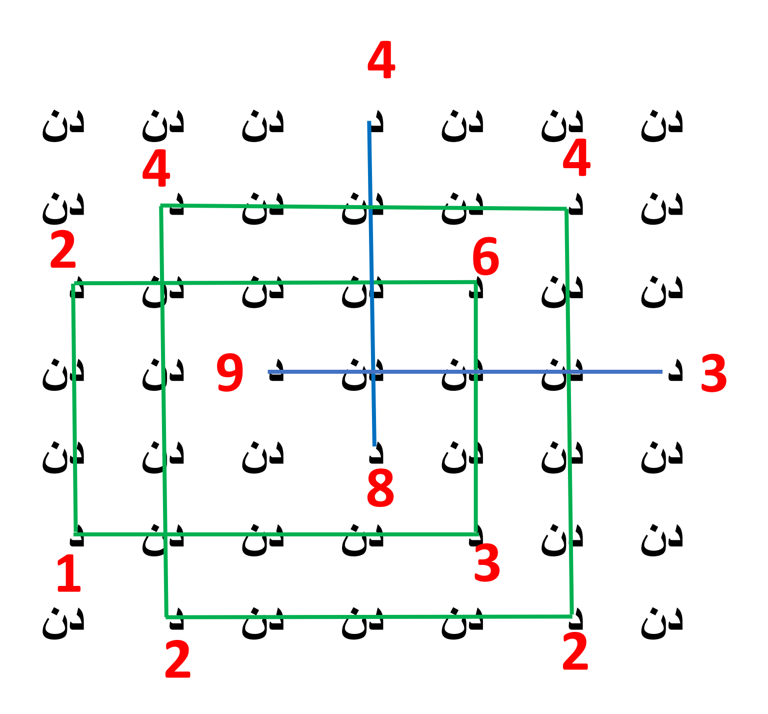
ثالثا – المربع بنسبة (**1**، **3**، **2**، **6**).

رابعاً – المستطيل الكبير بنسبة (**6**، **2**، **1**، **3**) على التعاكس مع الأول بالنسب التي يمثلها.

خامساً – المتغير الأعلى من الإحداثية العمودية على الضلع الأسفل من المستطيل بنسبة (**8**، **3**، **1**).

سادساً – المتغير الأسفل من الإحداثية العمودية مع الضلع الأعلى من المستطيل بنسب (**2**، **4**، **6**) على شكل ثلاثي في الأخيرين.

أمّا الصورة التي تبدأ من الموقع التالي:



فتتمثل المراجع القياسية فيها كما يلي:

أولاً – الإحداثية الأفقية بنسبة (9، 3).

ثانياً – الإحداثية العمودية بنسبة (4، 8).

ثالثاً – المستطيل الكبير ويمثل في أركانه النسب (4، 4، 2، 2).

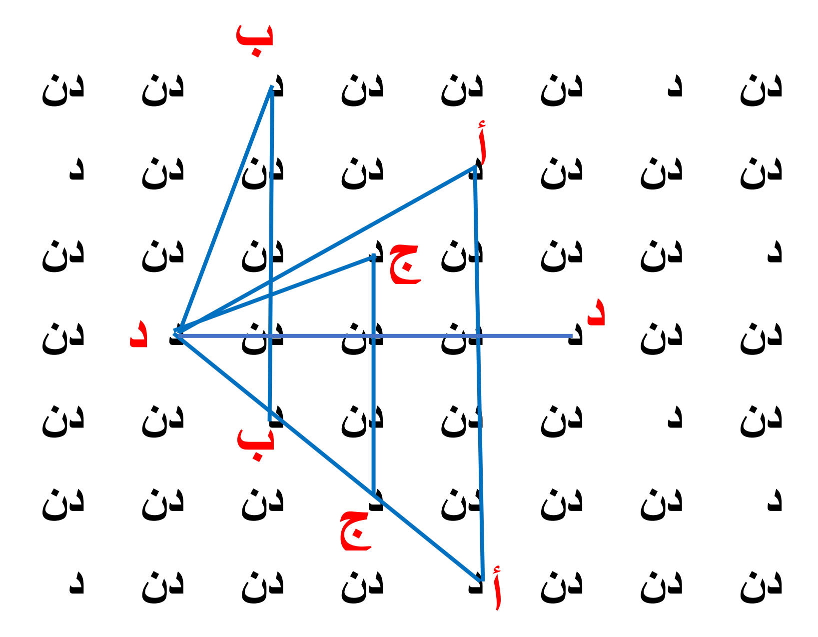
رابعاً – المستطيل الصغير ويمثل في أركانه النسب (6، 2، 3، 1).

خامساً – الضلع الأعلى من المستطيل الكبير والضلع الأسفل من المستطيل الصغير حيث يمثلان نسب الأشكال بالأعداد (4، 4، 3، 1).

سادساً – الضلع الأسفل من المستطيل الكبير والضلع الأعلى من المستطيل الصغير حيث يمثلان نسب الأشكال بالأعداد (2، 2، 6، 2).

وبالإضافة إلى ما مرّ ذكره نجد اختلافات نسبية أخرى في أوضاع هذه الصور.

بين النسبية والتعميم



بما أن دوران الشكل الموحد لصورة البنية أعلاه حول نفسه اسطوانياً باتصال شرقه بغربه سيمثل كل النسب التي مرّ ذكرها بصورة واحدة وثابتة، فسوف نجد أن الوصل بين إحدى نقطتي الاحداثية الأفقية مع طرفي أية إحداثية من الإحداثيات العمودية الثلاث يوفر لنا تمثيل جميع الأبعاد التي تصل بين نقاط المتغيرات، حيث تشكل مثلثات التقاطع بين تلك الأبعاد نسباً ثابتة تختفي بوجودها صور النسب المتعددة المار ذكرها في كل صورة من صور المسطحات الأربعة.

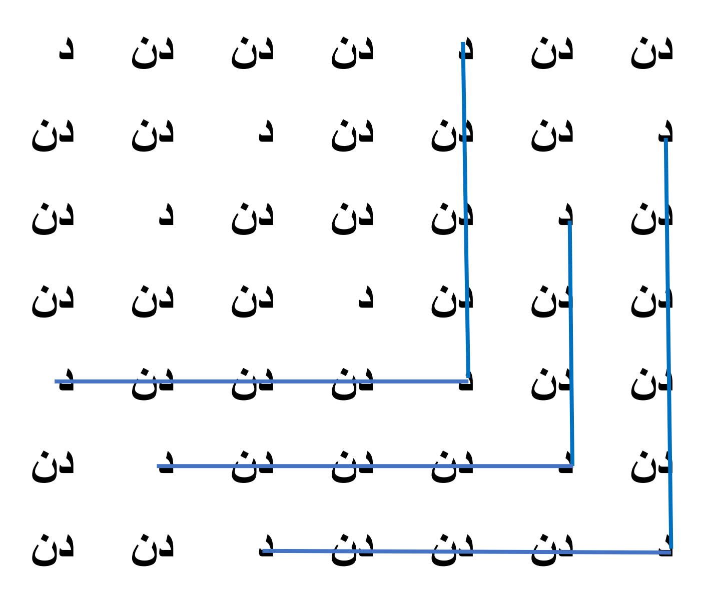
فيكون الضلع العمودي **(أ أ)** هو ضلع المستطيل الأطول والضلع العمودي **(ج ج)** هو ضلع المستطيل الأقصر وكل من الضلع العمودي **(ب ب)** والضلع الأفقي **(د د)** هو ضلع المربع من حيث طول الأخير، وتكون الأضلاع من الأعلى والأسفل **(أ د، ج د، ب د)** تمثل الأضلاع الستة التي تتألف منها أبعاد الأشكال الهندسية

الإثني عشر، وبذلك يتم التعميم بين نسب الصور الأربع التي تجمع بين الأوتار والأضلاع او الأقطار والأشكال.

وعن طريق الوصل بين متغيري الاحداثية الأفقية نحصل على المثلثات القائمة الزوايا التي من خلالها يتم الحصول على الخط الفاصل. وبإيصال المسافات بين المتغير الآخر من الاحداثية الأفقية ومتغيرات الاحداثيات العمودية يتم الحصول على المثلثات الأخر.

تعامد الإحداثيات

لمّا كانت أصغر وحدة قياسية مساوية في مساحاتها وأطوالها لمساحة وأطوال كل من بقية الوحدات المماثلة لها في شكل البنية الرياضية هي الوحدة الرباعية المؤلفة من اجتماع أربع نقرات كنتيجة لتقاطع الأعمدة الطولية مع الأعمدة الأفقية من البنية في مربعات متساوية، لذا أمكن هذا الوضع اتخاذ هذه الوحدات وحدة قياس عددية لمساحة وأطوال كل الأشكال الهندسية، ففي الشكل التالي من البنية:



نجد أن طول الإحداثيات العمودية الأولى يساوي طول خمسة اضلاع [8] من هذه الوحدات، ويمكن إنشاء مربع على الخط الواصل بين متغيريها تكون مساحته **(25)** وحدة. وإن طول الإحداثية العمودية الثانية يساوي مجموع ثلاثة اضلاع من الوحدات، ويمكن إنشاء مربع على الخط الواصل بين متغيريها تكون مساحته **(9)** وحدات. وإن طول الإحداثية الثالثة عمودية كانت أم أفقية يساوي مجموع أربعة

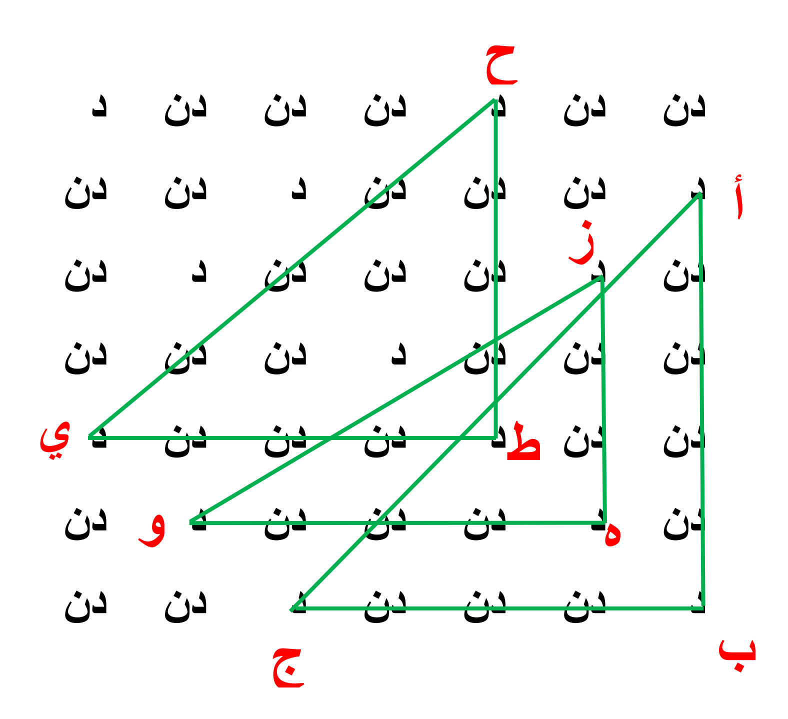
---

8 الضلع يساوي طول وحدة القياس.

أضلاع من الوحدات، ويمكن إنشاء مربع على الخط الواصل بين متغيريها تكون مساحته **(16)** وحدة.

وعلى ذلك تكون أطوال هذه الإحداثيات ممثلة لأضلاع مثلث فيثاغورس القائم الزاوية المتمثل بالقانون الآتي: $\mathbf{3^2 + 4^2 = 5^2}$ أي **9 + 16 = 25**

ولو جمعنا بين أطوال كل من الإحداثيات العمودية والإحداثيات الأفقية الثابتة الطول كما يفرضه شكل البنية التالي:



ووصلنا بين الأوتار بخط مستقيم، لوجدنا أن أضلاع المثلث الأكبر **(أ ب ج)** تمثل:

(أ ب)^2 + (ب ج)^2 = (أج)^2 أي $\mathbf{5^2 + 4^2 = 41}$.

وإن أضلاع المثلث الأصغر (ز ه و) تمثل:

(زه)^2 + (ه و)^2 = (زو)^2 أي $\mathbf{3^2 + 4^2 = 25}$.

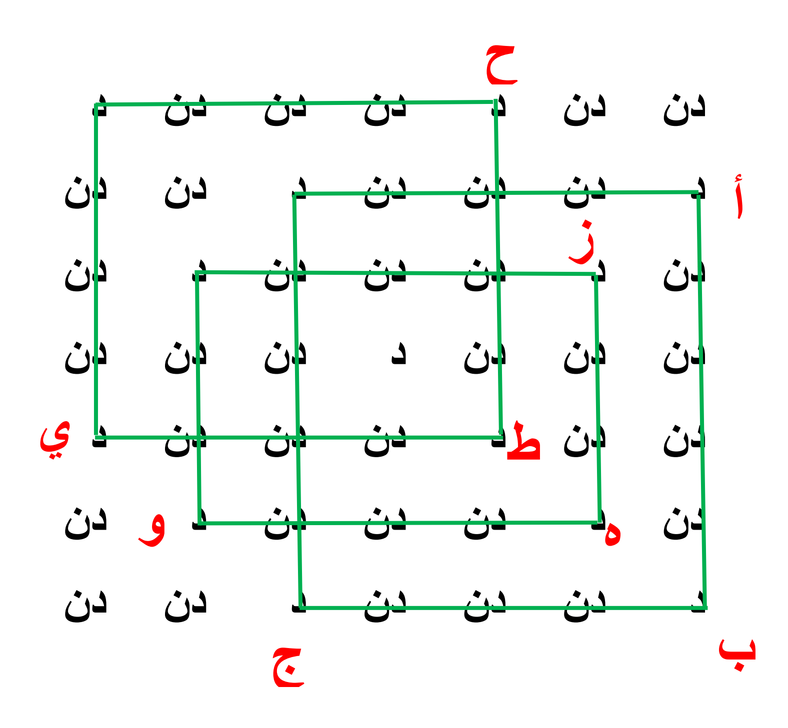
وإن أضلاع المثلث **(ح ط ي)** تمثل:

(ح ط)^2 + (ط ي)^2 = (ح ي)^2 أي $4^2 + 4^2 = 32$.

ومن ذلك نجد أن طول الإحداثية **(أ ب)** يكون ضلعاً للمثلث الأكبر تارة ووتراً للمثلث الأصغر تارة أخرى متمثلاً في الخط **(ز و)**، وعلى ذلك يكون مربع وتر المثلث الأصغر زائداً مربع ضلعه الأطول يساوي مربع وتر المثلث الأكبر،

أي أن **(ز و)^2 + (ه و)^2 = (أ ج)^2** .

ولو حولنا هذه المثلثات إلى أشكال رباعية كما يفرضها شكل البنية بالصورة التالية:



لوجدنا أن مساحة المستطيل الأكبر المنشأ على المثلث **(أ ب ج)** تساوي

(5 × 4) = 20 من الوحدات.

وإن مساحة المستطيل الأصغر المُنشأ على المثلث **(ز ه و)** تساوي

3 × 4 = 12 من الوحدات.

وإن مساحة المربع المُنشأ على المثلث **(ح ط ي)** تساوي **4 × 4 = 16** من الوحدات.

وحيث أن مجموع الوحدات التي تتألف منها كل صورة من صور البنية الأربع هي **36** وحدة، وإن مجموع الوحدات التي يتألف منها شكل البنية الموحدة حين تدور حول نفسها على أعمدة ثمانية تساوي **48** وحدة، لذا تكون مساحة مجموع الأشكال الرباعية مساوية للمساحة العامة لشكل البنية الموحدة ويكون المستطيل الصغير ممثلاً لربع المساحة والمربع ممثلاً لثلث المساحة المذكورة.

كما يكون مجموع مساحة المربع والمستطيل الأكبر ممثلاً لمجموع وحدات كل صورة من صور البنية الأربع، والمستطيل الصغير ممثلاً لثلثها.

ويلاحظ من ذلك أن مربع قطر المربع وهو حاصل القانون التالي:

$4^2 + 4^2$ يكون **32** وهو ما يساوي حاصل الجمع بين مساحتي المستطيلين أو ضعف مساحة المربع، لأن مساحة الأخير نصف مساحة المستطيلين.

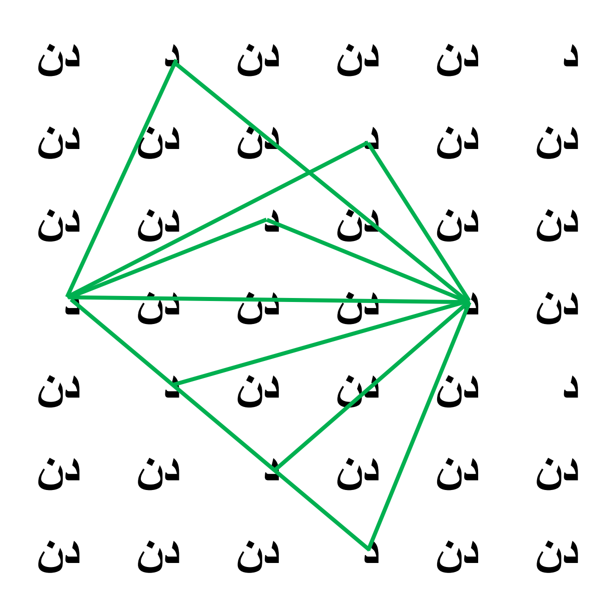
وسبب ذلك أن قاعدة كل من الأشكال ثابتة الطول بنسبة **4** وحدات وأن ارتفاع كل منها متغير الطول بنسب **(3، 4، 5)** لذا كانت مساحة هذه الأشكال تساوي النسب المذكورة وهي **(12، 16، 20)**، لذا كان الفرق بين كل قطر وآخر هو:

16 = 25 – 41

25 = 16 – 41

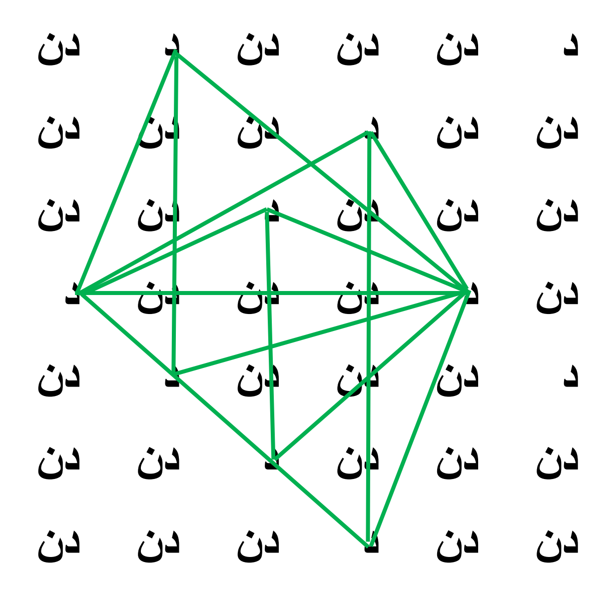
32 = 9 – 41

ولو وصلنا بين متغيري كل من الاحداثيات العمودية مع متغيري الإحداثية الأفقية التي هي المرجع القياسي الأول كما يلي:



لوجدنا هذه الأطوال ممثلة لجميع أقطار وأوتار وأضلاع الأشكال الإثني عشر كما مر بنا.

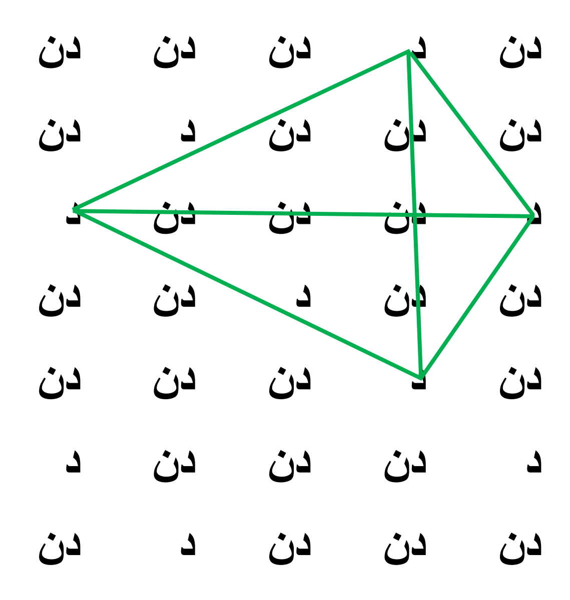
ولو رسمنا خطوط التعامد بين الإحداثيات كما يلي:



نجد أن هذا التعامد يشكل مثلثاً قائم الزاوية مع كل من أطوال الأشكال ويكون مجموع هذه المثلثات إثني عشر مثلثاً، وبتعيين نسب أطوال المثلثات المتعامدة مع نسب الوحدات التي يمثلها كل طول يمكن معرفة مساحات وأطوال كل مثلث وبالتالي معرفة أوتارها.

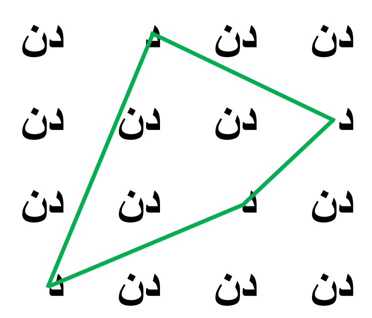
ومن الجمع بين هذه المثلثات بعضها إلى بعض نحصل على نسب مختلفة من المساحات...الخ، ولكل صورة من صور البنية نصيبها من النسب المختلفة من هذه المساحات، كما مرّ بنا بالنسبة لأشكالها.

كما يمكن الحصول على نسب أخرى من المثلثات عن طريق العلاقة بين الاحداثيات الأخر، وعلى سبيل المثال الشكل التالي:

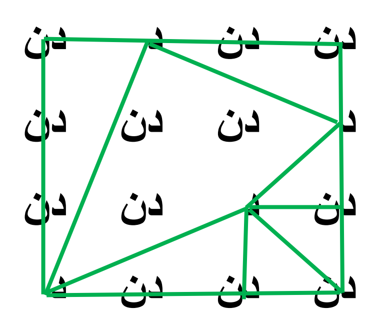


استخراج المساحات

على ضوء ما قدمنا يمكن إذن استخراج نسب ومساحات وأطوال أي شكل أو منطقة من صور البنية باستعمال الوحدات القياسية منها كنسب ثابتة لهذه الغاية، فلمسح شكل المنحرف التالي من البنية:

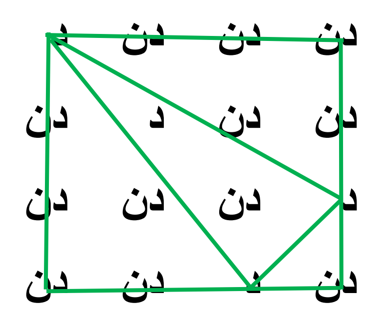


يمكن رسم مربع حول محيطه فتكون مساحته تسع وحدات، وبإيصال متغيراته بأضلاع هذا المربع بمثلثات قائمة الزاوية وحساب الوحدات التي تضمها تلك المثلثات يكون الباقي من أصل تسع وحدات هو مساحة المنحرف وكما يلي:



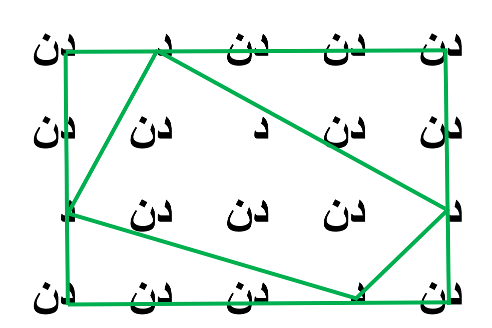
فتكون مساحة المثلث الأكبر (**1,5**)، وكل من المثلثين الوسط (**1**)، وكل من المثلثات الثلاثة الصغرى نصف وحدة، فالمجموع خمس وحدات، ومساحة المنحرف اذن **4** وحدات**.** ويمكن كما لا يخفى معرفة أضلاع المنحرف لأنها تمثل أوتار هذه المثلثات.

أمّا مساحة المنشور التالي:



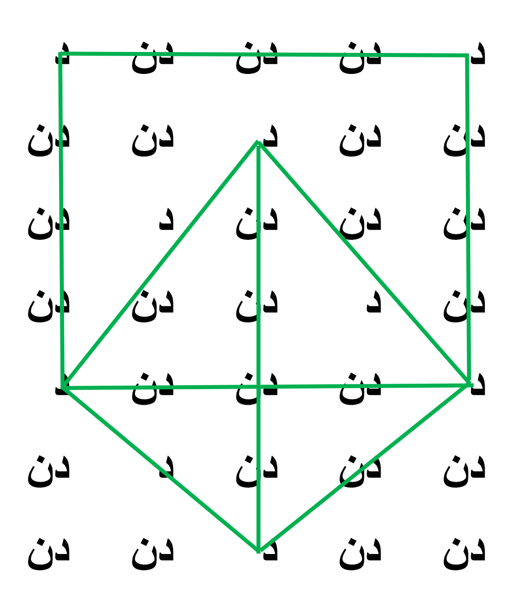
فهي نسبة (**2,5**) من الوحدات، لأن مساحة المثلث الصغير تساوي نصف وحدة ومساحة كل من المثلثين الكبيرين تساوي ثلاث وحدات.

ولو أردنا استخراج مساحة الشكل التالي:



لوجدنا أنه يضم **12** وحدة، ومجموع مساحات المثلثات تكون **(3)** و **(1)** و **(1,5)** و **(5 ,0)** ومجموعها ست وحدات فتكون مساحة الشكل ست وحدات ايضاً.

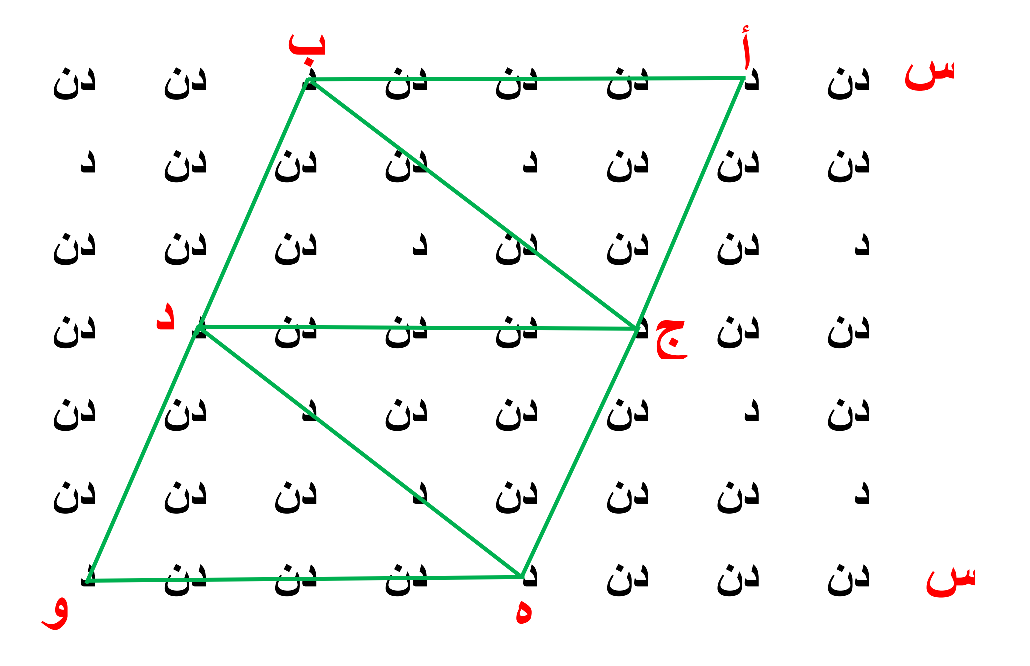
كما يمكن إيجاد العلاقة في النسب بين المربع والمثلث من المساحات في الشكل التالي:



فمساحة المربع **(16)** وحدة، ومساحة المثلث الأعلى ست وحدات، ومساحة المثلث الأسفل أربع وحدات.

وبهذا يمكن معرفة الأبعاد والمساحات عن طريق المثلثات في وحدات البنية.

كما يمكن استخراج مضلعات هندسية مختلفة النسب من صور البنية الرياضية كما مرّ بنا، فيمكن تقسيم شكل البنية العام إلى مضلعات متساوية المساحة ومتماثلة الأشكال، ولتوضيح هذه الصورة وتطبيقاً لما ورد ذكره في فصل النسبية والتعميم فلو أخذنا الشكل التالي للبنية:



لوجدنا أن الضلع **أ ج = ب د = ج ه = د و.**

وإن الضلع **أ ب = ج د = ه و.**

وإن الضلع **ب ج = ه د.**

فتكون الصورة **(أ ب ه و)** تحتوي على أربع مثلثات متساوية متشابهة.

وبما أن البنية تدور حول نفسها على ثمانية أعمدة، فبإضافة العمود **(س س)** الثامن إليها إكمالاً لدورانها تكون المسافة **أ ب = ب س أ،**

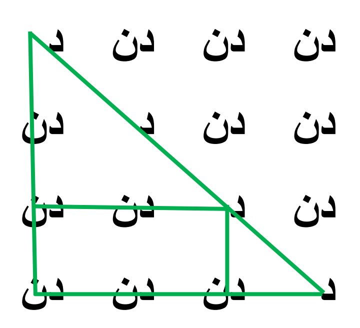
وتكون المسافة **ه و = ه س و.**

وبالتالي تكون الأجزاء الخارجة على الصورة **(أ ب ه و)** من جانبيها على وجه الاجتماع بينهما عند الدوران مساوية لها في الشكل والمساحة والصورة، وبذلك تضم البنية العامة المساحات الثابتة التناسب والمتساوية الأشكال، والتي تتألف من متغيراتها الثابتة العدد والتي هي **14** من المتغيرات أفقية كانت أو عمودية التراكيب، وبذلك يتم التوافق بين التناسب والتعميم.

فذلكة التعميم

ذكرنا أن الأطوال الستة التي تتألف منها جميع الأشكال الهندسية الإثني عشر، تمثل جميع النسب التي تفرضها البنية الرياضية وفقاً لقانون ثابت وعام.

فما نلاحظه على نسب المربعات المنشأة على أوتار وأضلاع المثلثات القائمة الزوايا التي تحدثها هذه الأطوال حين تكون أوتاراً لها، أنها تتألف وفقاً لقانون فيثاغورس بالنسب التالية من الوحدات:



فمن الشكل أعلاه نلاحظ أن الوتر **(أ ج)** من المثلث **(أ ج د)**، يمثل طول الخط أو قطر المعين، فيكون مربعه **(أ د) 3^2 + (ج د) 3^2 = (أ ج) 18.**

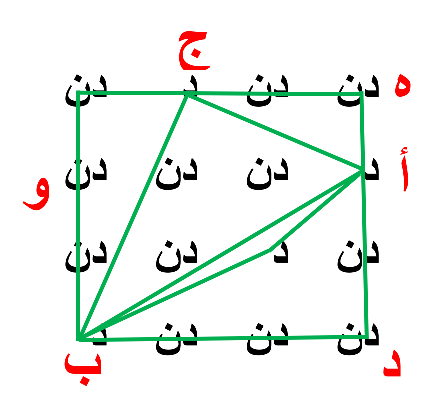
وإن الوتر **(أ ب)** من المثلث **(أ ب ه)** يمثل قاعدة المنشور أو ضلع المستطيل أو المنحرف أو قطر المعين الأقصر ويكون مربعه:

(أ ه) 1^2 + (ب ه) 1^2 = (أ ب) 2.

وإن الوتر **(ب ج)** من الثلث **(ب ج و)** يمثل ارتفاع أو قاعدة المثلث أو ضلع المستطيل من الأشكال الهندسية ويكون مربعه:

(ب و) 2^2 + (ج و) 2^2 = (ب ج) 8.

ومن الشكل التالي:



نجد أن الوتر **(أ ب)** من المثلث **(أ د ب)** يمثل قطر المنحرف الأطول أو ضلع المنشور ويكون مربعه **(أ د) 2^2 + (ب د) 3^2 = (أ ب) 13.**

وإن الوتر **(ج ب)** من المثلث **(ج و ب)** يمثل قطر المربع أو المستطيل أو وتر المثلث من الأشكال الهندسية ويكون مربعه:

(ج و) 1^2 + (ب و) 3^2 = (ج ب) 10.

وإن الوتر **(أ ج)** من المثلث **(أ ه ج)** يمثل ضلع المربع أو المعين أو المنحرف أو ضلع المنشور الداخلي ويكون مربعه:

(أ ه) 1^2 + (ه ج) 2^2 = (أ ه) 5.

وعليه يكون مجموع المربعات المنشأة على أوتار هذه المثلثات أو مجموع المربعات المنشأة على أضلاعها يساوي **56** وحدة قياسية، وهو نفس عدد الثوابت والمتغيرات التي يتألف منها الشكل الدائر للبنية. ذلك أن هذه النسب تتولد عن التقاء الأطوال الستة بكل من الإحداثيات السبع التي تتألف من **56** وحدة تضم **14** متغيراً.

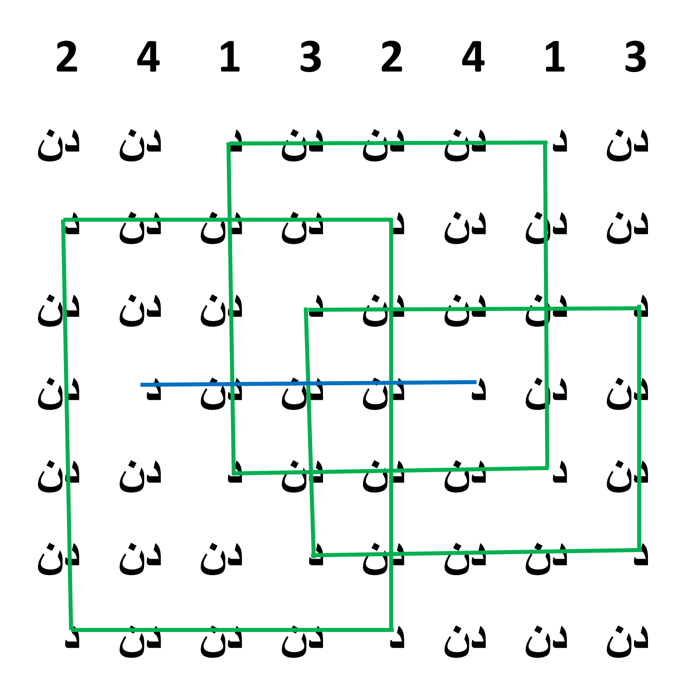
وبذلك تصبح جميع أضلاع وأوتار وأقطار الأشكال الهندسية التي تمثل أعداداً غير جذرية، أوتاراً لهذه المثلثات أو أضلاعاً للمربعات.

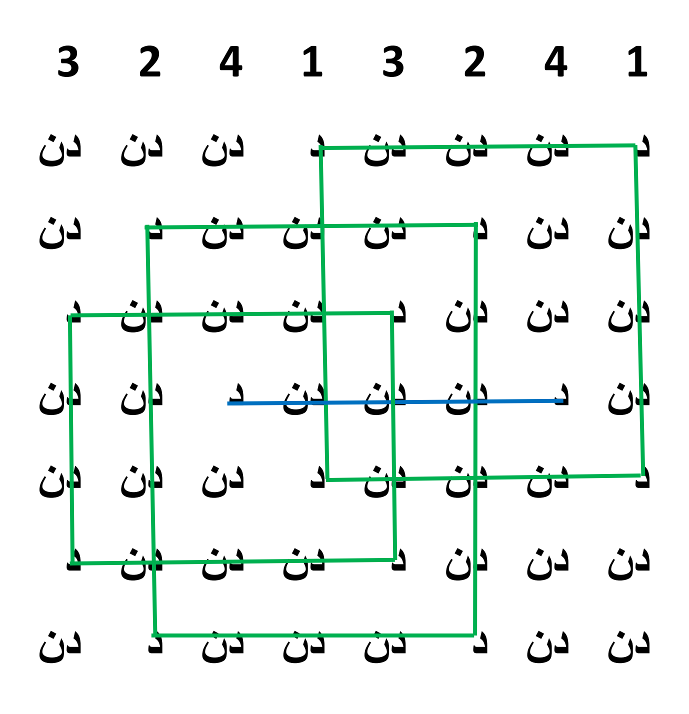
كما أن من الملاحظ، كما مر بنا سابقاً، أن مجموع مساحات الأشكال الرباعية الثلاثة **12 + 16 + 20** يساوي **48** وحدة قياسية، وهو نفس مجموع الوحدات التي يمثلها شكل البنية في دورانه حول نفسه.

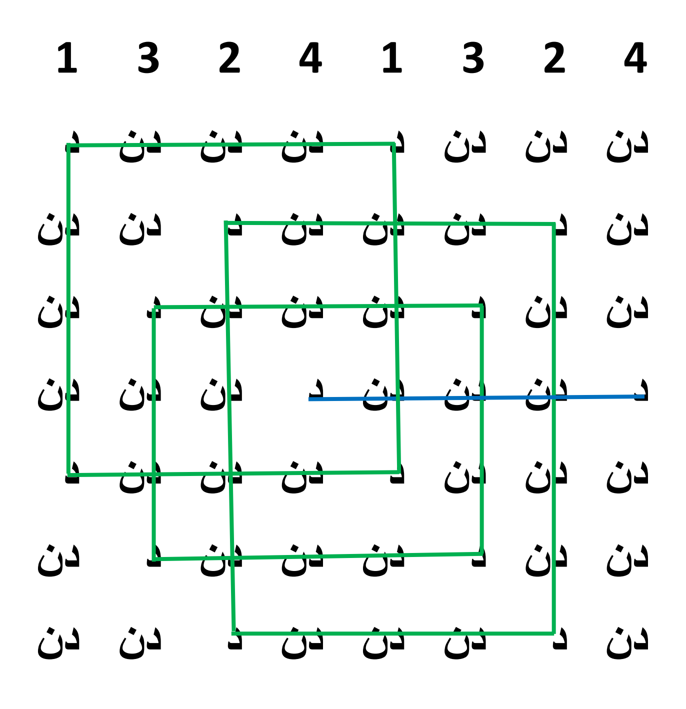
وبهذا نلاحظ مرة أخرى على شكلي المكعبين المنتظمين من صور البنية أن أحدهما يمثل **48** وحدة على التداخل، وإن الثاني يمثل **36** وحدة، وهي مجموع وحدات الصورة، وأمّا وحدات الشكلين الآخرين فأقل من ذلك مما يؤكد تشكيل البنية من أعمدة دائرة حول نفسها لتمثيل النسب الكاملة للمجاميع.

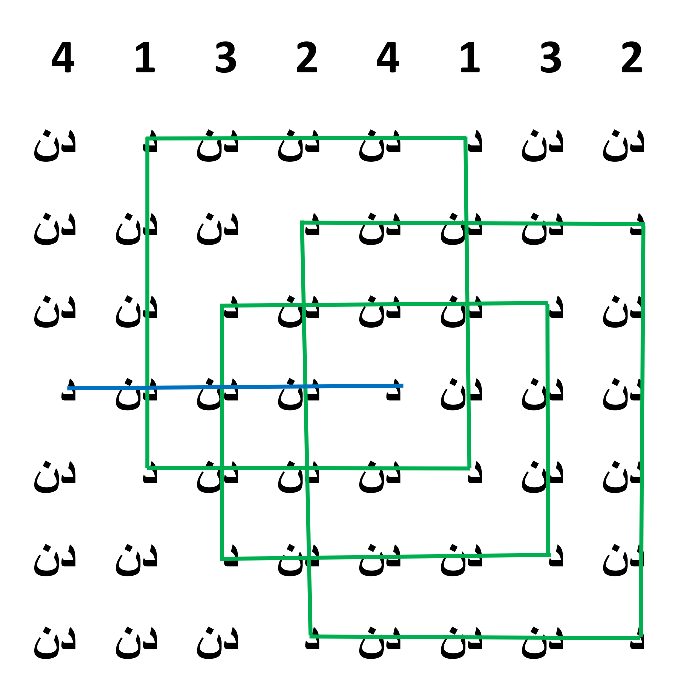
عمومية النسب

ذكرنا أن نسب المثلثات القائمة الزوايا تنجم عن تقاطع الأطوال الستة من الأشكال الهندسية المختلفة النسب مع احداثيات البنية الأفقية والعمودية أو عن تقاطع الإحداثيات فيما بينها، وحيث أن تقاطع إحداثيات البنية على وجه التكامل لا يتم إلاّ في بنية تتألف من **56** نقرة تختلف فيها أوضاع ونسب تلك الإحداثيات ومواضع الأشكال الرباعية الناجمة عن تقاطعها باختلاف صور البنية الأربع كما تختلف أوضاع الأشكال الهندسية الإثني عشر بالنسبة لتلك النسب كما في الأشكال التالية:




3 2 4 1 3 2 4 1
د دن دن دن د دن دن دن
دن دن د دن دن دن د دن
دن دن دن د دن دن دن د
دن د دن دن دن د دن دن
د دن دن دن د دن دن دن
دن دن دن د دن دن دن د
دن دن د دن دن دن د دن


1 3 2 4 1 3 2 4
دن دن دن د دن دن دن د
دن د دن دن دن د دن دن
دن دن د دن دن دن د دن
د دن دن دن د دن دن دن
دن دن دن د دن دن دن د
دن دن د دن دن دن د دن
دن د دن دن دن د دن دن



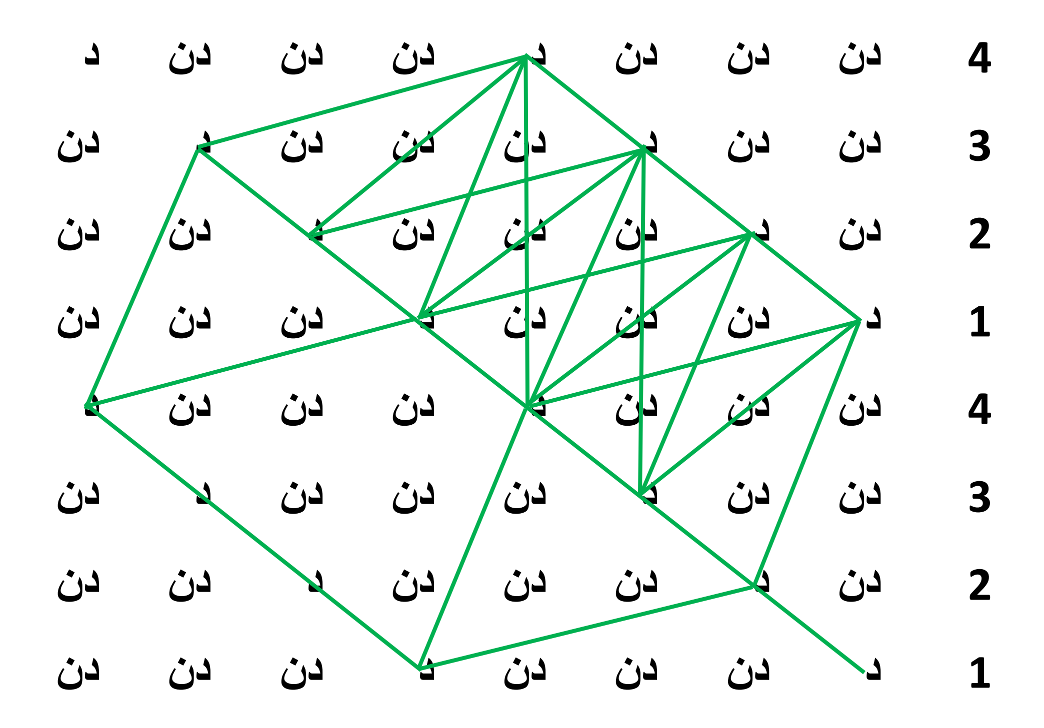
حيث تختلف مواقع الأشكال الرباعية ونسب مساحاتها المتداخلة ونسب أوضاع الأشكال الهندسية الإثني عشر عنها في كل صورة.

لذا نجد أن تمثيل أو تعميم صورة كل هذه الأوضاع لا يتم إلاّ عند لف البنية في إحدى صورها ودورانها حول نفسها متمثلة في **48** وحدة قياسية، حيث تزداد عدد وحدات الصورة البالغة **42** وحدة من جراء التقاء الجانبين منها بمقدار ست وحدات، فيكون المجموع ممثلاً لمجموع مساحة وحدات الأشكال الرباعية الثلاثة.

فن التشكيل

على أساس الجمع بين الموازين الموسيقية السالفة يمكن إذن تفريع الأشكال التجريدية منها إلى أنواع لا تحصى تمثل العلاقات النسبية بمتغيراتها وفواصلها المبنية على القانون الذي يمثل هذه العلاقات.

ففي الشكل التالي يمكن تكوين مكعب يضم عدة مثلثات ومستطيلات ناجمة عن تكرار المجموعة الرياضية للفئة المتوالية التالية:



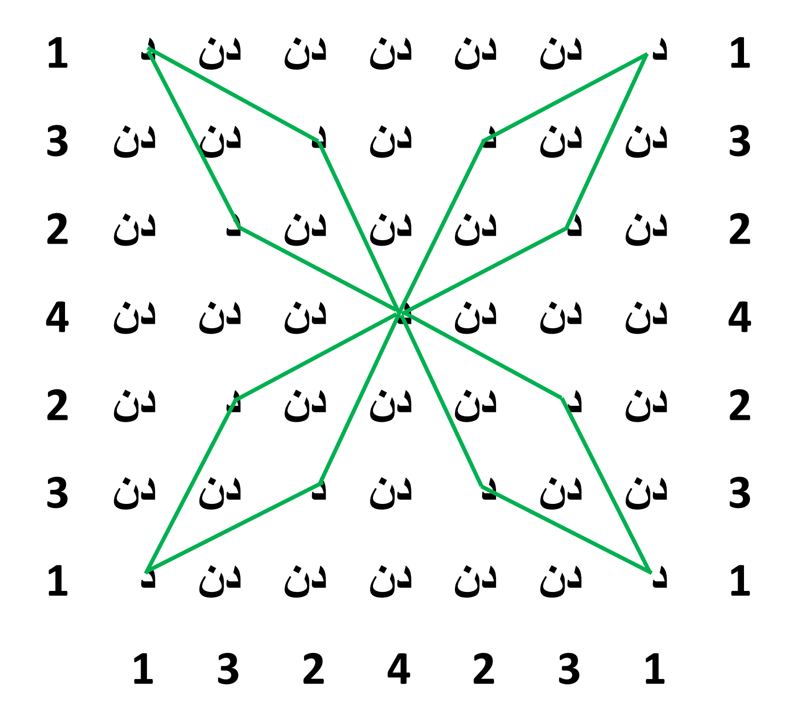
ويمكن قلب هذا الشكل إلى عدة أنواع حسب تفريع الميزان الشعري الموسيقي الذي يتألف منه الشكل حسب البداية به. وعلى سبيل المثال، يمكن إنشاء أربع معينات نظامية على أربعة اضلاع المربع الرياضي كما يلي:

	3	1	4	2	3	1	4	2	
2	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	3
4	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	1
1	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	4
3	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	2
2	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	3
4	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	1
1	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	4
3	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	2

وبالعكس يمكن إنشاء أربع مربعات على أربعة أضلاع المعين النظامي كما يلي:

1	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	4
3	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	2
2	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	3
4	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	1
1	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	4
3	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	2
2	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	3
4	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	1
	4	2	3	1	4	2	3	1	

ولو عكسنا شكل المعين على أربع صور متقابلة على سبيل المثال نحصل على الشكل التالي:



ومن هذا يتضح أن الفنون التشكيلية تصويرية كانت أم رياضية أو موسيقية، مبنية على نظام أساسي يمكن للطالب المبتدئ الإلمام بالنسب المختلفة دون الحاجة إلى مسطرة أو إلى افتراض خيالي، وإن تشكيلات المقولات التي تضمها دائرة الوحدة الأم لا تقيّد أو تحدد من عمل الصانع بل تطلق وتعمم عمل المبدع على أوسع نطاق. وبذلك تكون المعلم الأول بوسائلها الإيضاحية الموسيقية المبسطة لعلوم شتى بمبادئ وأوليات بديهية لا يد لأحد في وجودها.

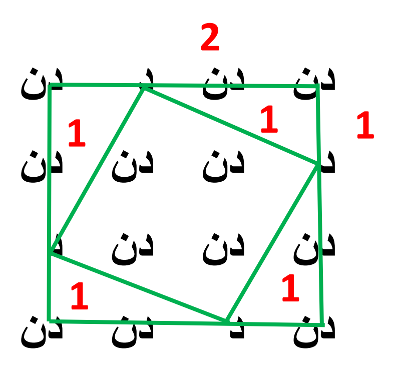
فذلكة المربع الرياضي

ذكرنا أن الوحدة القياسية المتمثلة في أصغر مربع مؤلف من أربع نقرات يمكن أن تكون أساساً قياسياً لحساب كل النسب المتولدة عن الأشكال الهندسية الإثني عشر وما يتفرع عنها استناداً لقياسات المربع والمستطيل أو المثلث القائم الزاوية.

ولإيضاح الأساس الطبيعي الذي قامت عليه تلك الوحدة، نجد من دراسة تشكيل المربع الرياضي المؤلف من الموازين الرباعية الأربعة بشكلها التالي:

دن دن د دن	**مستفعلن**
د دن دن دن	**مفاعيلن**
دن دن دن د	**مفعولات**
دن د دن دن	**فاعلاتن**

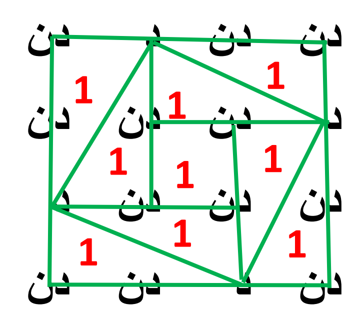
أننا لو وصلنا بين متغيراته الأربعة، ووصلنا بين أضلاع محيطه الخارجي كما يلي:



لوجدنا إن وتر كل مثلث من المثلثات القائمة الزاوية المتولدة حوله، يكون ضلعاً من أضلاع المربع الداخلي، وإن طول كل من ضلعي هذه المثلثات يساوي طول

وحدة أو وحدتين من الوحدات القياسية، أي إن مساحة كل مثلث تساوي وحدة مربعة واحدة.

فلو أكملنا مستطيلات هذه المثلثات بما يقابلها من مساحة المربع الداخلي كما يلي:



لوجدنا إن مساحة المربع الداخلي المائل تساوي مساحة هذه المثلثات الأربعة زائداً الفضلة المتبقية في وسطه والتي تساوي وحدة قياسية واحدة، فتكون مساحة المربع خمس وحدات مربعة من أصل تسع وحدات. وعلى ذلك تكون مساحة المربع مساوية لمجموع مساحتي المربعين المنشأين على كل من المثلث القائم،

أي $2^2 + 1^2 = 5$ وهو مربع الوتر.

وعليه فإن هذا المربع الرياضي يوضح لنا النسبة الثابتة لأقل الوحدات التي تمثل مخططاً برهانياً واضحاً وواسعاً لأثبات نظرية فيثاغورس بأسهل السبل. وهذا ما يدلل على صحة اتخاذ الوحدة القياسية المؤلفة من أربع (دنادن) أساساً قياسياً لحساب كل النسب والأطوال وعلى نطاق أوسع مما مرّ ذكره.

فبالحساب الدقيق من خلال هذا المربع أو من خلال مضاعفاته نجد أن الوحدة القياسية التي فَضُلت في وسطه تمثل في حقيقتها حاصل مربع الفرق بين ضلعي المثلث أو ضلعي المستطيل من كل من المثلثات أو المستطيلات المحيطة به.

وبذلك نثبت أن مساحة المربع المنشأ على وتر المثلث القائم أو على قطر المستطيل تساوي ضعف حاصل ضرب الضلعين زائداً مربع الفرق بينهما:

أي $2\,(3 \times 4) + (4 - 3)^2 = 25$

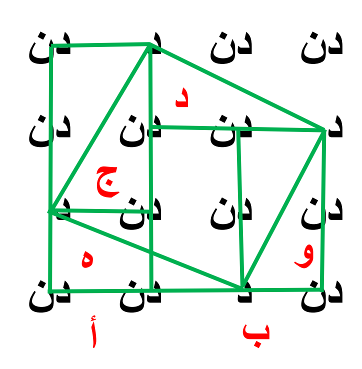
لأن مساحة المربع المنشأ على قطر مربع آخر أو على وتر مثلث قائم متساوي الساقين تساوي ضعف حاصل ضرب الضلعين، أو بعبارة أخرى ضعف مربع الضلع لعدم وجود فرق بين هذه الأضلاع. وذلك قياساً على ما يلي:*إن ضعف حاصل ضرب أي عدد في آخر زائداً مربع الفرق بينهما يساوي مجموع مربع كل منهما.*

$$2\,(4 \times 5) + (5 - 4)^2 = 4^2 + 5^2$$

$$40 + 1 = 16 + 25$$

أو بعبارة أخرى *حاصل ضرب أي عدد في ضعف الآخر زائداً مربع الفرق بينهما يساوي مجموع مربع كل منهما.*

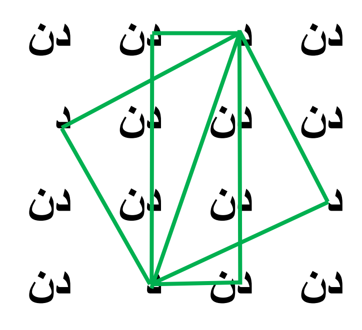
كما يوضح لنا هذا المربع الرياضي أن الفرق بين مساحة المربع المحيط الكامل ومساحة المربع الداخلي المائل تساوي مساحة مستطيلين. ولعل أهم ما يوضحه هذا المربع هو البرهان على أن مجموع مساحة المربعين المنشأين على كل من ضلعي المثلث يساوي مساحة المربع المنشأ على وتره كما يظهره الشكل التالي:



فالمربع الصغير **(أ)** زائداً المربع الكبير **(ب)** يساوي مساحة المربع المائل المنشأ على وتر المثلث، وذلك لأن ما أُخذ من المربع الكامل وأضيف إلى المربعين الصغير **(أ)** والكبير **(ب)** هو المثلث **(ه)** والمثلث **(و)**، وإن ما ترك من المربع المائل هو المثلث **(د)** والمثلث **(ج)**، ومساحة كل من هذه المثلثات تساوي وحدة واحدة. وعليه فإن ما ترك يساوي وحدتين وإن ما أخذ يساوي وحدتين.

وحيث أن مساحة المربع الصغير**(أ)** تساوي وحدة قياسية واحدة وأن مساحة المربع الكبير **(ب)** تساوي (**2 × 2**)، أي أربع وحدات قياسية، فالمجموع خمسة. وبذلك يثبت لنا هذا المربع أن مجموع مساحتي المربعين المنشأين على ضلعي أي من هذه المثلثات يساوي مساحة المربع المائل المنشأ على وترها دون استعمال آلة قياس.

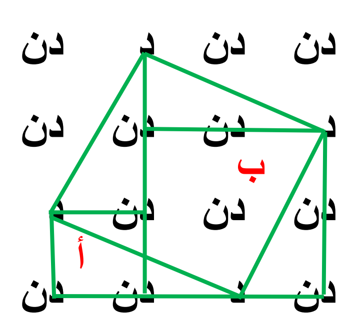
كما يوضح لنا هذا المربع أن مساحة المربع الذي قطره قطر المستطيل تساوي مساحة هذا المستطيل زائداً نصف مربع الفرق بين ضلعيه كما في الشكل التالي:



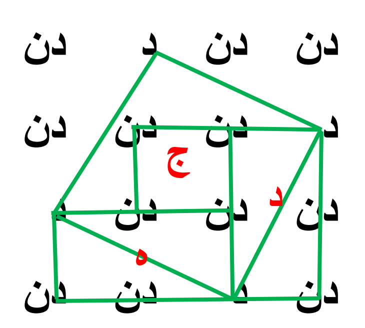
فالمستطيل الذي في الوسط يشترك مع المربع الرياضي في قطره، ومساحته تساوي ثلاث وحدات، وعليه تكون مساحة المربع تساوي:

$(3 \times 1) + 1 \backslash 2\ (3 - 1)^2 = 5$.

كما أننا نجد من الشكل التالي الذي مر بنا سابقاً:



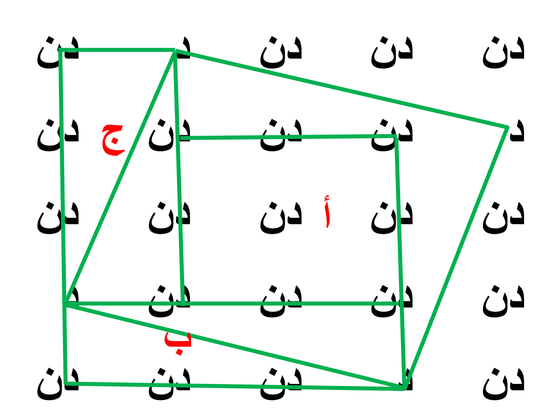
إن مجموع مساحتي المربع المنشأ على الضلع الأطول من القائمة هو المربع (**ب**) والمربع المنشأ على الضلع الأقصر من القائمة هو المربع (**أ**) يساوي مساحة مستطيل زائداً مربع الفرق بين ضلعي المستطيل كما هو واضح من الشكل التالي:



فالمربع (**ج**) يمثل مساحة مربع الفرق بين الضلعين زائداً مساحة المستطيل (**د**)، ومساحة المستطيل (**ه**) يساوي المربعين (**أ، ب**) من الشكل السابق وضعاً ومساحةً.

وبذلك نبرهن على أن الربع المنشأ على قطر المستطيل يساوي ضعف مساحة المستطيل زائداً مربع الفرق بين ضلعيه، أي ما يساوي ضعف حاصل ضرب الضلعين زائداً مربع الفرق بينهما، أي $\mathbf{2\ (2 \times 1) - (2 - 1)^2 = 5}$ دون اللجوء الى آلة القياس.

وتوضيحاً لذلك نرسم الشكل التالي:

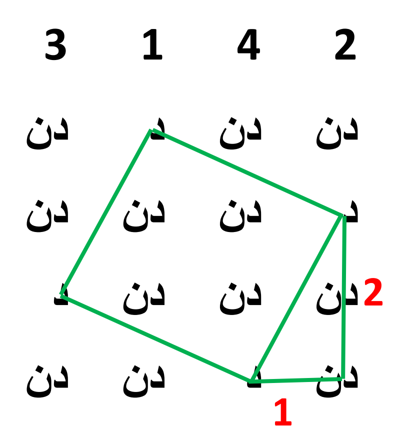


فالمربع **(أ)** وسط الشكل يمثل مساحة مربع الفرق بين ضلعي المستطيل **(ب)** أو المستطيل **(ج)**، فالفرق $(3 - 1)^2 = 4$ مربع فرق الضلعين أي:

$2(3 \times 1) + (3 - 1)^2 = 10$ مربع القطر.

مساحة الدائرة

لما كان المربع الرياضي (2 4 1 3) المنشأ على وتر القائمة $2^2 + 1^2 = 5$



يشترك مع الدائرة المحيطة به في القطر والمركز، وحيث أن مساحة هذا المربع تساوي نصف مساحة المربع المنشأ على قطره، وبما أن قطره يساوي **10**، لذا فإن القاعدة التالية: **1 \ 2** مربع القطر × **11 \ 7** = مساحة الدائرة، تكون أتمّ نسبة وأيسر استخراجاً، ذلك لأن النسبة **11 \ 7** ستمثل النسبة الثابتة بين مساحتي الدائرة والمربع المشترك معها في القطر والمركز، فيكون الفرق بين المساحتين يساوي

11 – 7 = 4.

وبما أن نصف مساحة هذا المربع يساوي مربع نصف قطره، فيكون حاصل ضرب مربع نصف قطره **× 11 \ 7** يساوي مساحة الدائرة التي يحيط بها هذا المربع، وتكون النسبة **11 \ 7** تمثل النسبة الثابتة بين مساحة هذه الدائرة ومساحة المربع الذي تحيط به، فيكون الفرق بين مساحتيهما يساوي: **11 – 7 = 4.**

وبما أن المربع المنشأ على قطر الدائرة يساوي ضعف مساحة المربع المشترك معها في قطرها لذا تكون النسبة التالية:

1 \ 2 ق^2 × 11 \ 7 تساوي **ق^2 × 11 \ 14.**

فالنسبة **11 \ 14** تمثل النسبة الثابتة بين مساحة الدائرة ومساحة المربع المقام حولها، والنسبة **11 \ 7** تمثل النسبة الثابتة بين مساحة الدائرة ومساحة المربع الذي تحيط به، وعليه فإن: **5 × 11 \ 7** يساوي مساحة الدائرة المحيطة بالمربع الرياضي وتمثل النسبة **11 \ 7** النسبة الثابتة للفرق بين المساحتين.

وإن **2.5 × 11 \ 7** تساوي مساحة الدائرة التي يحيط بها المربع الرياضي، وتمثل النسبة **11 \ 7** النسبة الثابتة للفرق بين مساحة الدائرة ومساحة المربع الذي تحيط به والتي تساوي **2.5.**

وإن **5 × 11 \ 14** تساوي مساحة الدائرة التي يحيط بها المربع الرياضي أيضاً، ولكن النسبة **11 \ 14** تمثل النسبة الثابتة للفرق بين مساحة الدائرة ومساحة هذا المربع.

وعليه فإن **10 × 11 \ 14** تساوي مساحة الدائرة التي يحيط بها مربع قطر المربع الرياضي، فتكون النسبة **11 \ 14** تمثل النسبة الثابتة بين مساحتيهما والتي تساوي **14 – 11 = 3.**

وبذلك نعرف العلاقة بين مساحة المربع والدائرة التي تحيط به أو الدائرة التي يحيط بها.

تفريع الأوتار

حيث أن تفريع الأوتار التي تمثل الأوتار القائمة الزوايا لا حصر له من النسب بين الأضلاع، لذا فإننا لو دققنا مربعات أوتار المثلثات قائمة الزوايا ذات النسب المختلفة المتمثلة بالأعداد الصحيحة التسعة، أي من العدد **1** الى العدد **9**، والتي هي كما يلي:

$1^2 + 1^2 = 2$	$2^2 + 2^2 = 8$
$1^2 + 2^2 = 5$	$2^2 + 3^2 = 13$
$1^2 + 3^2 = 10$	$2^2 + 4^2 = 20$
$1^2 + 4^2 = 17$	$2^2 + 5^2 = 29$
$1^2 + 5^2 = 26$	$2^2 + 6^2 = 40$
$1^2 + 6^2 = 37$	$2^2 + 7^2 = 53$
$1^2 + 7^2 = 50$	$2^2 + 8^2 = 68$
$1^2 + 8^2 = 65$	$2^2 + 9^2 = 85$
$1^2 + 9^2 = 82$	$3^2 + 3^2 = 18$
$4^2 + 4^2 = 32$	$3^2 + 4^2 = 25$
$4^2 + 5^2 = 41$	$3^2 + 5^2 = 34$
$4^2 + 6^2 = 52$	$3^2 + 6^2 = 45$

$65 = 7^2 + 4^2$

$80 = 8^2 + 4^2$

$97 = 9^2 + 4^2$

$50 = 5^2 + 5^2$

$61 = 6^2 + 5^2$

$74 = 7^2 + 5^2$

$89 = 8^2 + 5^2$

$106 = 9^2 + 5^2$

$128 = 8^2 + 8^2$

$145 = 9^2 + 8^2$

$162 = 9^2 + 9^2$

$58 = 7^2 + 3^2$

$73 = 8^2 + 3^2$

$90 = 9^2 + 3^2$

$72 = 6^2 + 6^2$

$85 = 7^2 + 6^2$

$100 = 8^2 + 6^2$

$117 = 9^2 + 6^2$

$98 = 7^2 + 7^2$

$113 = 8^2 + 7^2$

$130 = 9^2 + 7^2$

لوجدنا أن حاصل مربع وتر كل من النسبتين:

$25 = 5^2 = 4^2 + 3^2$

$100 = 10^2 = 8^2 + 6^2$

يكون عدداً جذرياً.

وإن مربع وتر كل من النسبتين من النسب التالية:

$50 = 5^2 + 5^2 = 7^2 + 1^2$

$4^2 + 7^2 = 1^2 + 8^2 = 65$. الى آخر ذلك من الملاحظات.

فلأجل توضيح الأساس الذي قامت عليه تلك النسب باختصار وضعنا الجدول الرياضي التالي:

أ	ب	ج	د
1	1	4	1
2	3	8	4
3	5	12	9
4	7	16	16
5	9	20	25
6	11	24	36
7	13	28	49
8	15	32	64
9	17	36	81

ففي الجدول **(أ)** وضعنا المتوالية العددية **(1 – 9)**، وفي الجدول **(ب)** وضعنا مجموع كل عددين مما يقابل هذا المجموع من الجدول **(أ).**

وفي الجدول **(ج)** وضعنا مجموع كل عددين مما يقابل هذا المجموع من الجدول **(ب).**

وفي الجدول **(د)** وضعنا مجموع الأعداد التي تسبق هذا المجموع من الجدول **(ب)** على مراحل المتوالية.

فمجموع العددين من الجدول **(أ)** **(1 + 2)** = **3** من الجدول **(ب)**، ومجموع العددين **(2 + 3)** = **5** وهكذا.

ومجموع العددين من الجدول **(ب)** **3 + 5 = 8** من الجدول **(ج)**، ومجموع العددين **5 + 7 = 12** وهكذا.

وفي الجدول **(د)** **1 + 3 = 4** من الجدول **(ج)**، ومجموع الأعداد **1 + 3 + 5 = 9**، ومجموع الأعداد **1 + 3 + 5 + 7 = 16** وهكذا.

مما يلاحظ على هذا الجدول أن:

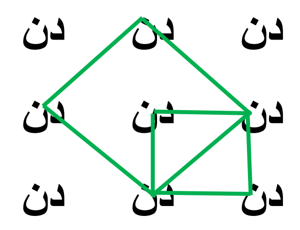
1. مجموع كل عددين متتاليين من الجدول **(ب)** يساوي العدد الذي يقابله من الجدول **(أ)** مضروباً في العدد **4** وهو الناتج المتمثل في الجدول **(ج)**، فحاصل ضرب العدد **2** من الجدول **(أ)** في **4** يساوي مجموع **3 + 5** من الجدول **(ب)** ويساوي **8** في الجدول **(ج)**، ومجموع ضرب العدد **3** في **4** يساوي جمع **5 + 7 من** الجدول **(ب)** وهو ما يقابله في الجدول **(ج)** أي **12**.
2. إن حاصل تربيع أي عدد من الجدول **(أ)** يساوي مجموع الأعداد التي تسبقه في الجدول **(ب)** كما هو في الجدول **(د).** فان مربع **2** من الجدول **(أ)** يساوي **1 + 3** من الجدول **(ب)** وهو **4** كما في الجدول **(د)**، وأن مربع العدد **3** يساوي **1 + 3 + 5** من الجدول **(ب)** ويقابله العدد **9** من الجدول **(د)** وهكذا.

3. إن الفرق بين مربع كل عدد من الجدول **(أ)** كما ورد في الجدول **(د)** ومربع ما يليه يساوي حاصل جمعهما. فالعدد **4** تربيعه **16** والعدد **5** تربيعه **25** والفرق بين التربيعين **9**، وهو حاصل جمع **4 + 5** وهكذا.
4. إن مجموع أي عددين من الجدول **(د)** على التوالي يكون وتراً للعددين المقابلين له من الجدول **(أ)**، فمربع العدد **4** ومربع العدد **5** يكون مساوياً **16 + 25** من الجدول **(د)**.
5. إن مجموع كل عددين من الجدول **(د)** يكون مربع وتر جذريهما كما لا يخفى.
6. إن حاصل طرح أي عدد من الجدول **(أ)** مما يقابله من الجدول **(د)** يساوي حاصل ضربه بالعدد الذي قبله. وبالعكس، إن حاصل جمع أي عدد من الجدول **(أ)** بما يقابله من الجدول **(د)** يساوي حاصل ضربه بالعدد الذي قبله.

ومثال الأول **36 – 6 = 5 × 6 = 30**.

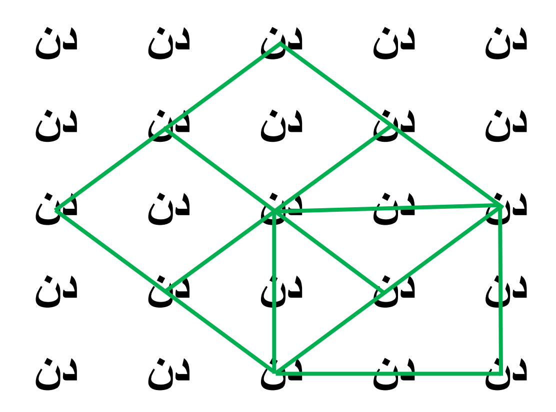
ومثال الثاني **36 + 6 = 7 × 6 = 42** وهكذا.

وحيث أن هذه الأوتار تمثل أقطار المربعات والمستطيلات فلإثبات عدم وجود نسبة طولية صحيحة العدد بين قطر المربع وضلعه عن طريق الوحدة القياسية المؤلفة من الأوتاد الأربعة، نجد في الشكل التالي:



إن المربع المنشأ على قطر الوحدة القياسية يساوي ضعف مساحتها، أي أن مربع الوحدة المائلة يساوي وحدتين قياسيتين، وعليه يكون عدد الوحدات القياسية لضلع أي مربع يساوي عدد الوحدات المائلة في قطره. وإن عدد الوحدات المائلة من ضلع أي مربع يساوي نصف عدد الوحدات القياسية من قطره، وبعبارة أخرى أن عدد الوحدات القياسية لطول ضلع المربع يساوي عدد الوحدات المائلة من طول قطره، وإن عدد الوحدات القياسية لطول قطر المربع يساوي عدد الوحدات المائلة من طول ضلعه.

وعلى هذا تكون مساحة المربع تساوي مربع ضلعه أو نصف مربع قطره حسب موقع العدد الصحيح من الوحدات القياسية أو المائلة، ففي الشكل التالي:



نجد أن المربع الذي طول ضلعه يساوي **2** وحدة قياسية يكون قطره يساوي **2** وحدة مائلة، والمربع الذي طول ضلعه يساوي **2** وحدة مائلة طول قطره يساوي **4** وحدات قياسية.

فارق النسب

لأجل إيضاح الفروق بين النسب المار ذكرها في مربعات بعض الأوتار أو الأقطار من المثلثات أو المستطيلات نجد مثلاً أن النسبة التالية:

$8^2 + 1^2 = 64 + 1 = 65$ تساوي من خلال المربع الرياضي النسبة:

$2(8 \times 1) + (8 - 1)^2 = 16 + 49 = 65$.

والنسبة التالية **$4^2 + 7^2 = 16 + 49 = 65$** تساوي النسبة:

$2(4 \times 7) + (7 - 4)^2 = 56 + 9 = 65$. كما نجد أن النسبة:

$9^2 + 2^2 = 81 + 4 = 85$ تكون من خلال المربع،

$2(9 \times 2) + (9 - 2)^2 = 36 + 49 = 85$. والنسبة التالية:

$6^2 + 7^2 = 36 + 49 = 85$ تكون:

$2(6 \times 7) + (7 - 6)^2 = 84 + 1 = 85$.

والنسبة: **$6^2 + 3^2 = 45$** تساوي **$36 + 9 = 45$** وتساوي:

$2(6 \times 3) + (6 - 3)^2 = 45$ وتساوي **$36 + 9 = 45$.**

فلا يحدث ثمة فرق النسبتين في حالة كون الضلع ضعف الآخر.

والنسبة: **$7^2 + 1^2 = 49 + 1 = 50$**،

وتكون **$2(7 \times 1) + (7 - 1)^2 = 14 + 36 = 50$**

والنسبة التالية: $5^2 + 5^2 = 25 + 25 = 50$ تساوي النسبة **2(5×5) = 50**،

لانعدام الفرق بين الضلعين في النسبة الثانية.

فمن هذه النسب تتوضح لنا علاقات الأوتار والأقطار بنسب مساحات وأضلاع المثلثات والمستطيلات والمربعات والدوائر التي تتشكل حولها وحول مضاعفاتها، الأمر الذي يكشف عن المفاهيم الكامنة في نظرية فيثاغورس ونتائجها كما استهدفها هو في مثلثه القائم بالنسبة للأعداد $3^2 + 4^2 = 5^2$ لتوحيد نسب العلاقات الموسيقية والرياضية...الخ كقاعدة عامة بالنسبة لكل المثلثات القائمة دون أن يوضح إياها، بالرغم عما ذكروه عن وجود مثل مثلثه لدى البابليين سواء بالأعداد **17، 15، 8** والتي تكون $8^2 + 15^2 = 17^2$ أي **64 + 225 = 289.**

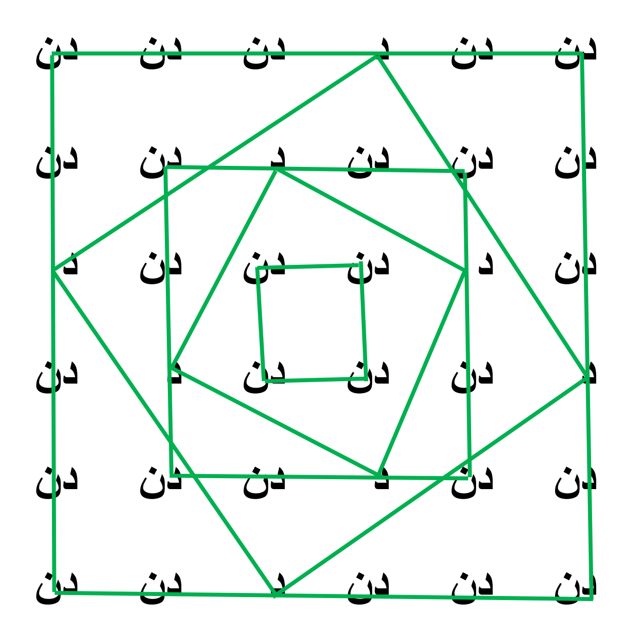
أو بالأعداد **4825، 3367، 3456** حيث تكون $3367^2 + 3456^2 = 4825^2$

وبالضرب تكون **11336689 + 11943936 = 23280625.**

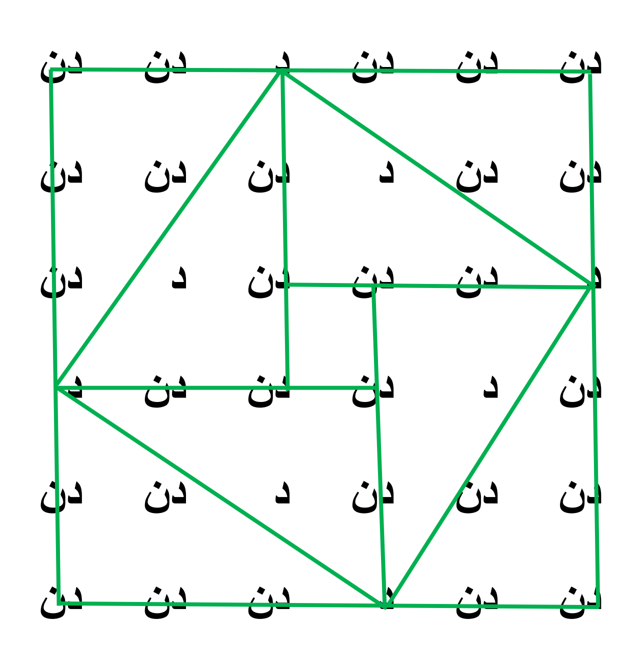
وبتطبيق قاعدة *ضعف حاصل ضرب العددين زائداً مربع الفرق بينهما* تؤول النسبة أعلاه الى $2(11636352) + (89)^2$ = مجموع مربعيها:

23272704 + 7921 = 23280625.

ولتوضيح نسب مربعات الفرق بين الضلعين نضاعف مربعنا الرياضي الأساس كما يلي:

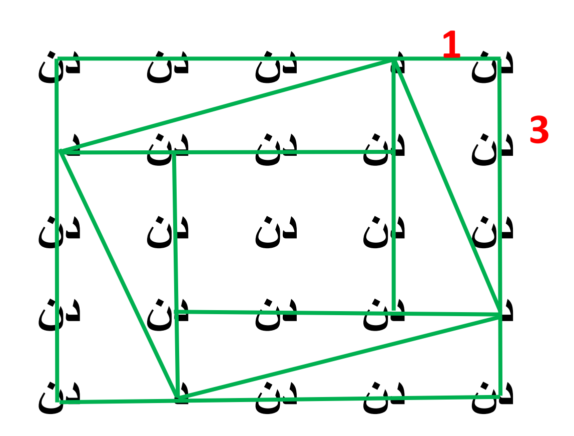


حيث تتضح نسب هذه الفروق باختلاف أطوال أضلاع المثلثات وبالنسب التي تنطبق عليها القاعدة المار ذكرها إذا ما أكملنا مستطيلات كل من هذه المثلثات وكما يلي على سبيل المثال بالنسبة للمربع الذي طول ضلعي مثلثه يساوي طول ثلاث وحدات في اثنتين.



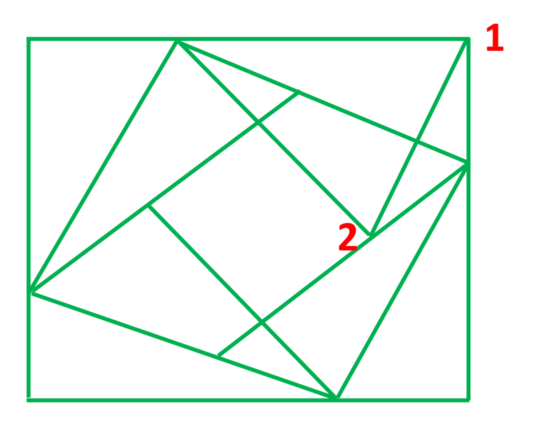
حيث يبقى الفرق بين الضلعين $(3 - 2)^2$ وحدة واحدة في وسطه.

أما لو رسمنا المربعات ذات الأضلاع الزوجية الوحدات وعلى سبيل المثال ما يلي بالدندنة القياسية:



فستكون الفضلة مساوية لأربع وحدات **$(3 - 1)^2 = 4$**

أما إذا طوينا المثلثات الخارجية المحيطة بالشكل على مساحة المربع المنشأ على أوتارها (حيث يمكن تطبيق ذلك بأية ورقة مربعة) ورسمنا ما يقابل هذه المثلثات من مساحة المربع فسنحصل على الشكل التالي:



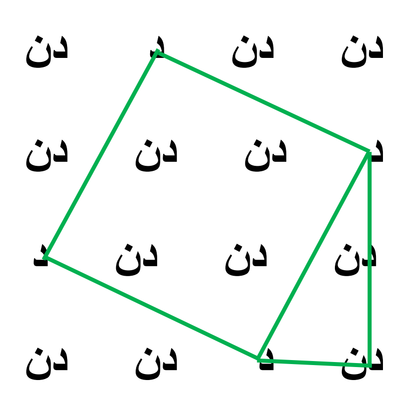
أي أننا نحصل على معينات قائمة الزاويتين بدلاً من المستطيلات ويبقى مربع فرق الضلعين بمساحته المعهودة.

فيكون المربع المنشأ على قطر المعين يساوي مساحة معينين زائداً مربع الفرق بين الضلعين المختلفين، كما يساوي مساحة المربعين المنشأين على كل من هذين الضلعين. وإذا رسمنا وتر المعين الأقصر **(أ ب)** فستكون الأطوال أوتاراً تارةً وأضلاعاً تارةً أخرى لمثلثات مختلفة النسب.

نسب محيط المربع الكامل

مما يلاحظ على المربعات المنشأة على أوتار المثلثات القائمة أن نسبة الثوابت الى المتغيرات في محيط مربعها الكامل تكون كما يلي:

أولاً – على أوزان دائرة المتفق، إذا كان طول ضلع المربع الكامل يساوي طول ثلاث وحدات وكانت نسبة ضلعي المثلث تساوي **1/2** من الوحدات:

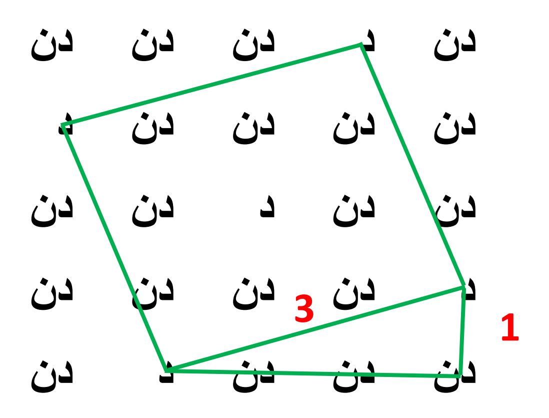


فمحيط المربع الخارجي يكون كما يلي:

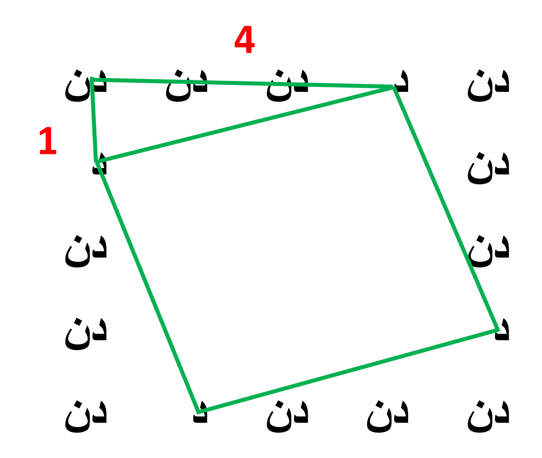
د دن دن د دن دن د دن دن د دن دن

وهي أوزان المتقارب والمتدارك والمجتث.

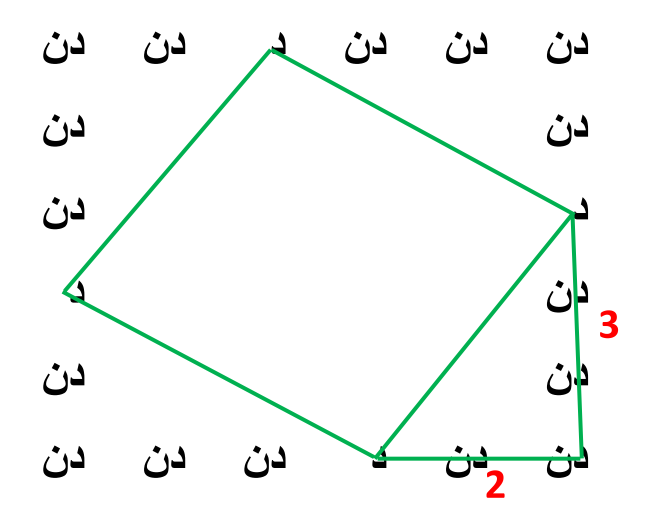
ثانياً – على أوزان دائرة المؤتلف، إذا كان طول ضلع المربع الكامل يساوي أربع وحدات وكانت نسبة طول ضلعي المثلث تساوي **1/3.**



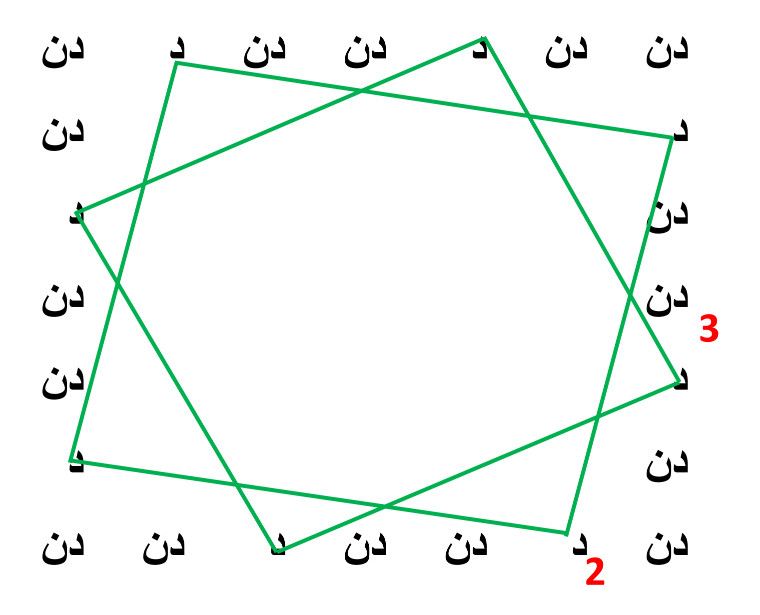
ثالثاً – على وزن مجزوء المنسرح أو مشعث الخفيف الخ، إذا كان طول ضلع المربع يساوي خمس وحدات وكانت نسبة ضلعي المثلث **4/1** و**5/2** فالأول كما يلي:



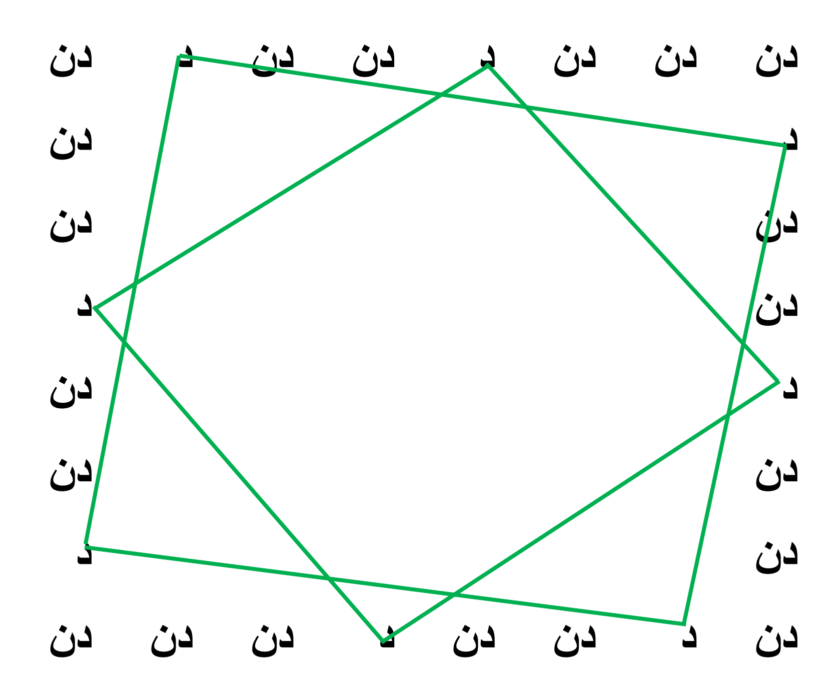
والثاني كما يلي:



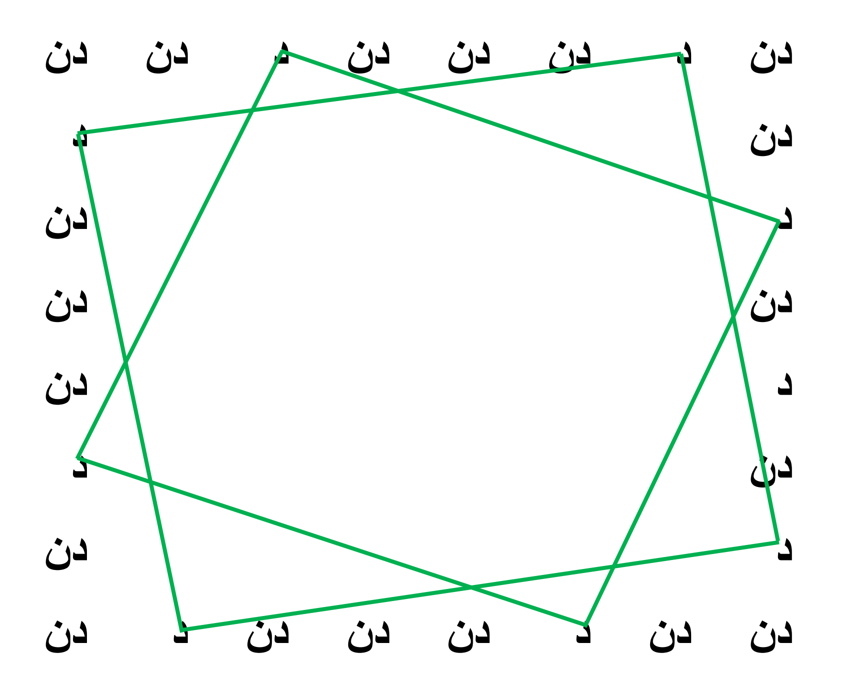
رابعاً – على أوزان دائرة المتفق، إذا كان ضلع المحيط يساوي ست وحدات وضلعي كل مثلث فيه بنسبة **5/1** و **4/2** كما يلي:



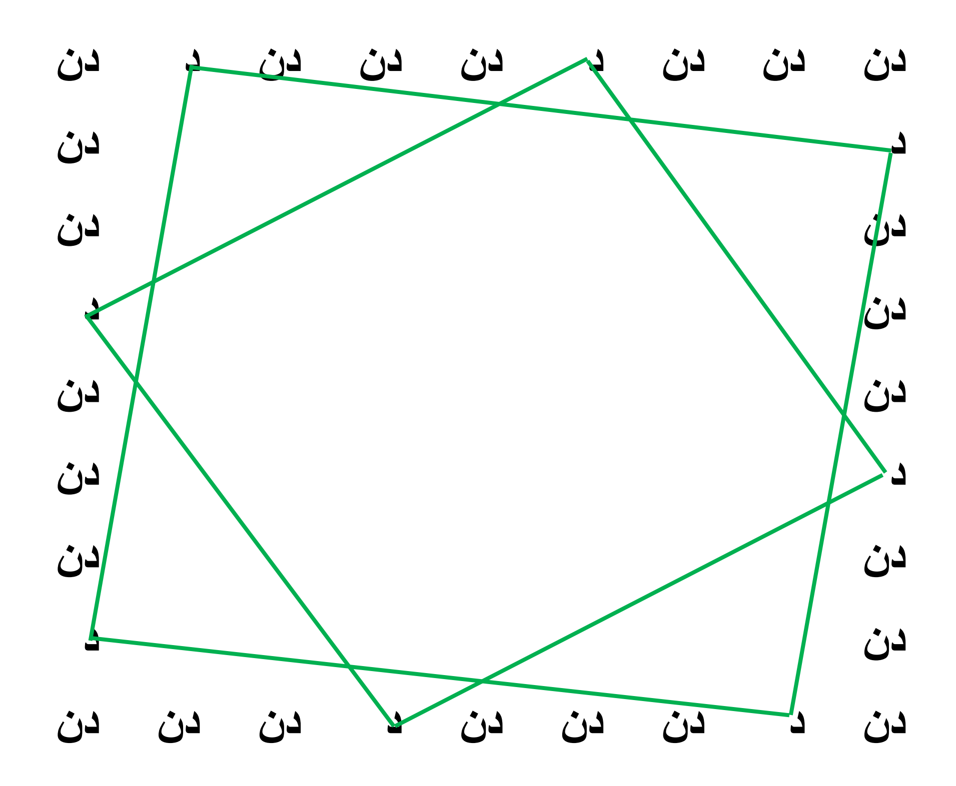
خامساً – على وزن دائرة المختلف، إذا كان طول الضلع سبع وحدات وكانت نسبة ضلعي المثلثين فيه هي **4/3** و **6/1** كما يلي:



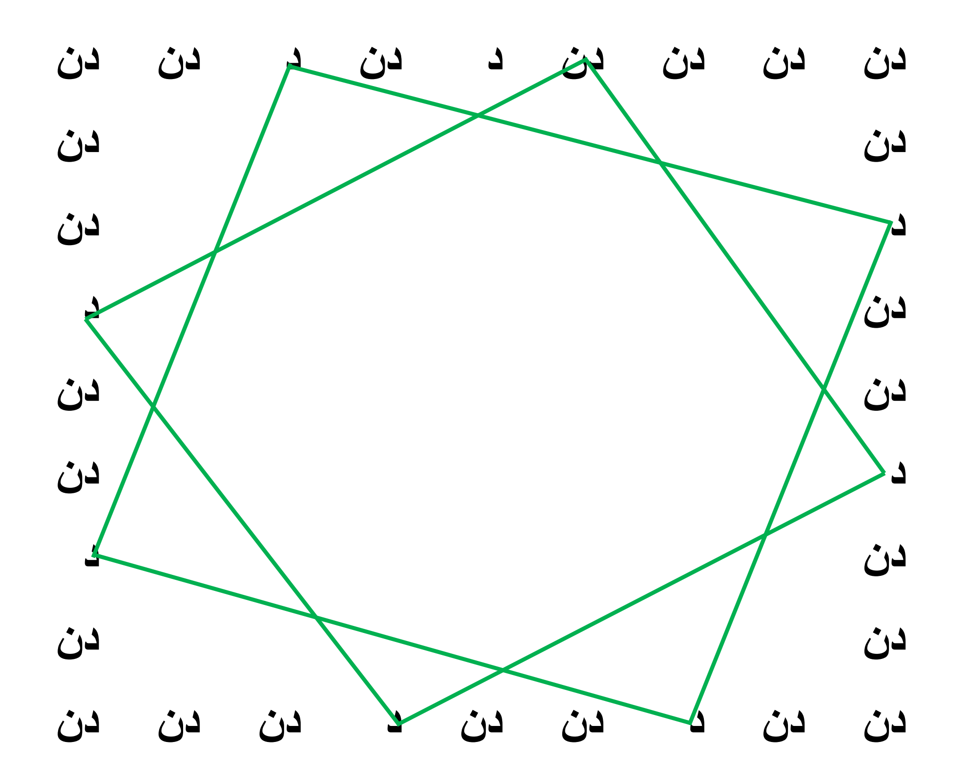
أو كانت نسبة ضلعي المثلثين فيه هي **6/1** و **5/2** كما يلي:



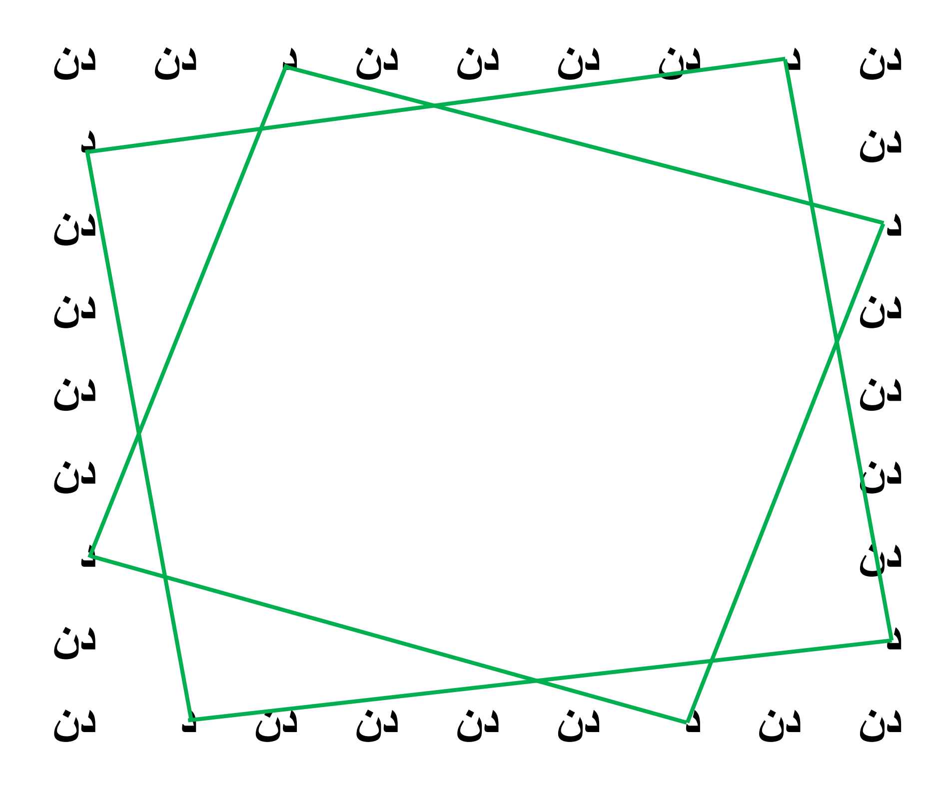
سادساً – على أوزان دائرة المؤتلف، إذا كان طول الضلع ثماني وحدات ونسبة ضلعي المثلثين **5/3** و **7/1** كما يلي:



أو على دائرة المشتبه، إذا كانت نسبة ضلعي المثلث **5/3** و **6/2** وكما يلي:



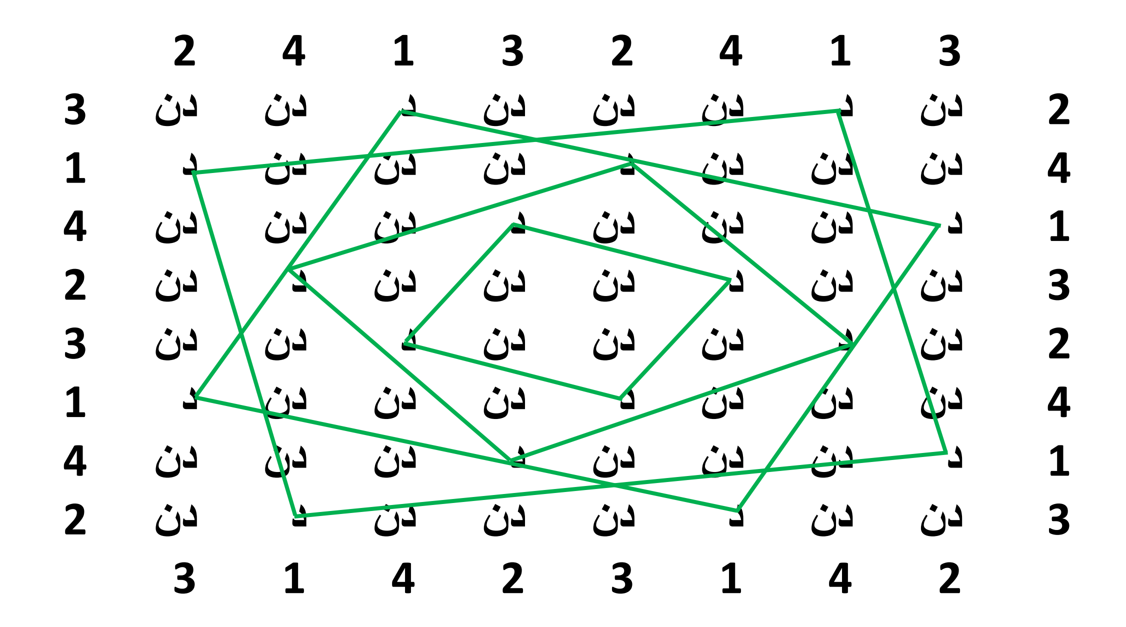
أو على نسبة ضلعي المثلثين **6/2** و **7/1** وكما يلي:



ومما يلاحظ أن نسب إنشاء المربعات على الأوتار تبدأ بالنسبة للأضلاع المختلفة من المربعات الكاملة التي طول أضلاعها ثلاث أو أربع وحدات، وبهذا يكون العدد **36** مبدأ للنسب الفردية من أطوال المربعات، ويكون العدد **4** مبدأ للنسب الزوجية من أطوال المربعات ولغاية العدد **7** حيث يبدأ اختلاف النسب بين الثوابت والمتغيرات.

وفيما يلي بعض الأمثلة على اجتماع هذه المربعات:

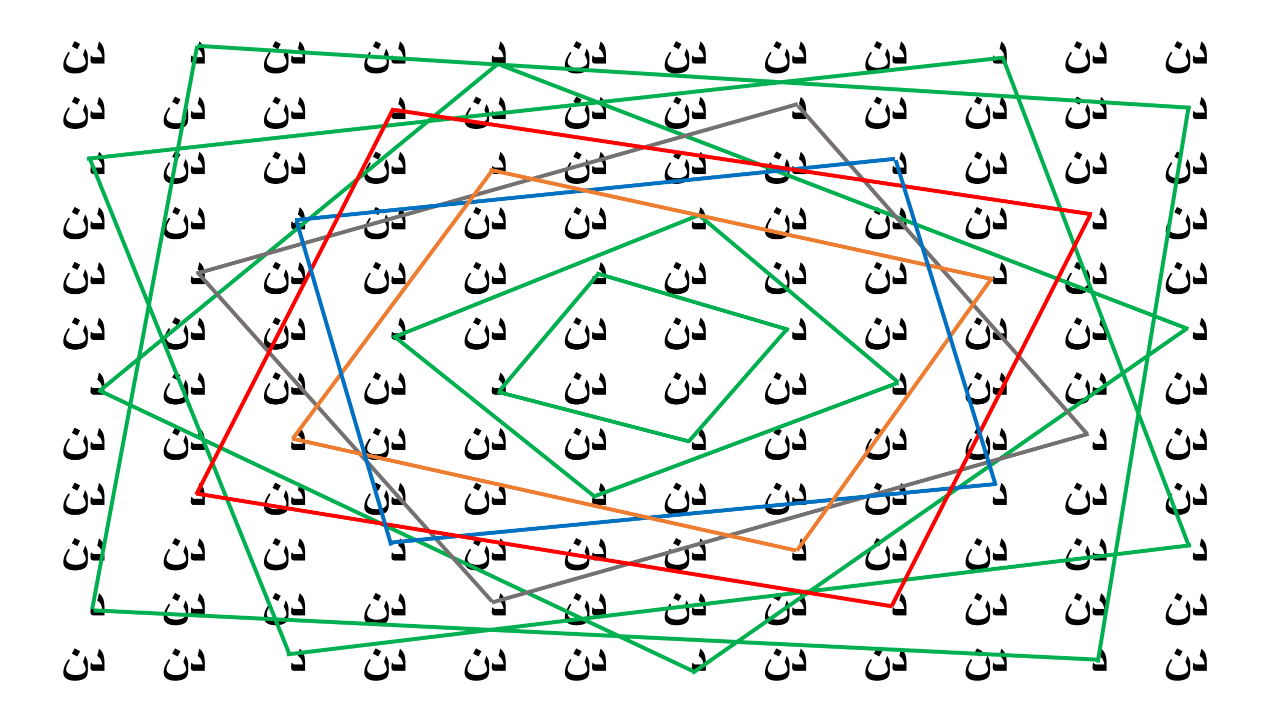
	2	3	1	4	2	1	3	
3	دن	دن	د	دن	دن	د	دن	2
1	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	3
2	دن	د	دن	دن	دن	دن	د	1
4	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	4
1	د	دن	دن	دن	دن	د	دن	2
3	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	1
2	دن	د	دن	دن	د	دن	دن	3



مساحات المربعات الكاملة الفردية

وأضلاعها 11، 9، 7، 5، 3

بالأوزان الرباعية



الخط الأفقي الأول يساوي مستفعلن ثلاث مرات.

الخط الأفقي الثاني يساوي مفاعيلن ثلاث مرات.

الخط الأفقي الثالث يساوي مفعولات ثلاث مرات.

الخط الأفقي الرابع يساوي فاعلاتن ثلاث مرات.

ونفس الأمر بالنسبة للأعمدة، لتكرر هذه الأوزان بشكلها الرباعي أعلاه.

ومما مرّ ذكره، يتضح أن هذا المربع الموسيقي الذي يكشف عن مربع الفرق بين الضلعين والحقائق التي تكمن في تمييز نسب ومساحات وأبعاد المثلثات والمستطيلات والمعينات والمربعات بالنسبة للمربعات المنشأة على الأوتار أو الأقطار، وعلاقاتها بالدوائر التي تدور حولها وحول مضاعفاتها العديدة، والتي يمكن استخراجها بالاستناد إلى الوحدة القياسية فيه دون الحاجة لأي برهان أو قياس آخر، دليلاً رياضياً مبَسَطاً لإيضاح مكنونات نظرية فيثاغورس بأبعادها الشاملة كما هدف إليها.

الدندنة كوسائل إيضاح

ذكرنا ما لدائرة الوحدة والبنية الرياضية والمقولات والمجاميع الرياضية التي تتألف منها، من أساس متين لتعليم تراكيب اللغة وعلوم الرياضة والمنطق والموسيقى والفنون التشكيلية والأعداد والمساحات ونسب الأطوال...الخ كوسائل إيضاحية مبسطة، ولا يخفى سهولة تطبيق هذا القول بالنسبة للمجاميع والبنى الرياضية من أشكال هندسية ذات أعداد ومساحات وأوزان موسيقية وشعرية.

أمّا بالنسبة لتراكيب اللغة الأم التي اعتمدت هذه المقاطع الصغيرة التسعة والعشرين (وهو الموضوع الأهم الذي لا يزال يشغل بال العلماء)، فمن الممكن تعليم الطلبة في السنة الأولى أساليب تراكيب هذه الدنادن كقولنا (زيزي أو زازا) بتشابه الحروف وتماثلها الجزئي، فبالدندنة يكون التماثل بين الحروف الأساس الأول الأعم لتعليم الطفل أصول تراكيب اللغة الأم كقولنا **(دن دن)** أو **(د دن)** أو **(دن د)** أو **(د دن دن دن)**...الخ، حيث يسهل على المبتدئ بتعلم تراكيب اللغة في السنة التالية أن يركب الكلمات والأسماء التالية مثلاً: (ليلى، ماري، جاءت، لندن، مسيو، قامت...الخ) على وزن **(دن دن)**. أو الكلمات والأسماء التالية مثلاً: (علي، متى، الى، حسن...الخ) على وزن **(د دن)**. أو الكلمات (ذاك، ليت، حول، قال...الخ) على وزن **(دن د)**. أو الكلمات والأسماء التالية (عصافيرٌ، أقاويلٌ، سماواتٌ...الخ) على وزن **(د دن دن دن)** وهكذا بالنسبة للمقولات أو المقولات أو الأفاعيل الأخر.

هذا بالإضافة لتعليم البالغين أصول العروض والمنطق والرياضيات وعلوم الفيزياء...الخ مما لا مجال للتفصيل أهميته البالغة الشاملة في هذا المختصر.

ولهذه الغاية يمكن استعمال (دنادن) معدنية أو خشبية أو من أي مادة أخرى يعلق على لوحة خاصة ذات مساند لتغيير تراكيب مواقع الثوابت من الدنادن بالنسبة للمتغيرات منها من حيث المواقع المختلفة لاستنباط مختلف التراكيب النسبية للأعداد والمساحات والأشكال والموسيقى والإحداثيات بمثلثاتها ومستطيلاتها...الخ مما ينبغي معه إشراك أهل الاختصاصات المختلفة للتأكد من صحة تطبيق ما ذكرناه في شتى المجالات التربوية.

بين الضرب والجمع

كمثل من أمثلة وسائل الإيضاح بالنسبة لعمليات الضرب والجمع، نجد فيما يلي أن حاصل ضرب الأعداد المتقابلة من المجاميع الرياضية تساوي:

أولاً: الخط **4321** والمعين **1324**

4321	**1324**
<u>1234</u>	**<u>4231</u>**
4664	**4664**

ثانياً: المستطيل **2143** والمربع **1324**

2143	**1324**
<u>3412</u>	**<u>2413</u>**
6446	**6446**

ثالثاً: المنشور **3421** والمنحرف **4213**

3421	**4213**
<u>2134</u>	**<u>1324</u>**
6464	**6464**

رابعاً: المثلث **4123** والمنحرف **4132**

4123	**4132**
<u>1432</u>	**<u>1423</u>**
4466	**4466**

بينما نجد أن مجموع الأعداد المتقابلة من الأوجه التالية تساوي نفس النتائج المار ذكرها:

أولاً: من جمع وجهي المنشور المتضّادين التاليين:

3	**4**	**2**	**1**	
دن	**دن**	**دن**	**د**	**1**
دن	**دن**	**د**	**دن**	**2**
د	**دن**	**دن**	**دن**	**4**
دن	**دن**	**د**	**دن**	**3**

1243	أو جمع وجهي المنحرف	**3241**
3421		**1423**
4664		**4664**

وهو نفس ناتج ضرب الخط والمعين.

ثانياً: من جمع وجهي المنشور المتضّادين التاليين:

4	**دن**	**دن**	**دن**	**د**
3	**دن**	**دن**	**د**	**دن**
1	**د**	**دن**	**دن**	**دن**
2	**دن**	**د**	**دن**	**دن**
	2	**1**	**3**	**4**

2134 أو جمع وجهي المنحرف 4132

4312 2314

6446 6446

وهو نفس ناتج ضرب المستطيل أو المربع.

ثالثاً: من جمع وجهي المثلث مقلوباً:

	3	2	1	4	
3	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**2**
2	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**3**
1	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**4**
4	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**1**

4123 أو من جمع وجهي الخط والمستطيل 4321

2341 2143

6464 6464

وهو نفس الناتج الثالث من الضرب.

رابعاً: من الجمع بين وجهي المنحرف المعكوس مقلوباً:

3	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**2**
1	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**4**
2	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**3**
4	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**1**

1324	أو من الجمع بين وجهي المعين والمربع	2413
3124		4231
4466		6644

وهو نفس الناتج الرابع من الضرب، وبالطبع أن المنشور والمثلث والمنحرف في حالات الجمع هي التي تمثل الواقع الهندسي للتعليم.

وعليه يكون حاصل ضرب الأعداد المتقابلة التالية للأوجه المتكاملة:

214321	314231
341234	241324
644664	644664

مساوياً لحاصل جمع الأعداد المتقابلة التالية:

213421	231423
431243	413241
644664	644664

ويمكن الجمع بينهما لتمثيل كل الأعداد.

وفي هذا المثال ما ينُم عن فوائد معرفة تراكيب العمليات الحسابية التي تضمها المجاميع الرياضية بالنسبة لأشكالها الهندسية.

ويمكن استعمال الحروف الأبجدية **(أ ب ج د)** للتعبير عن الأعداد **(1 2 3 4)** والتربيع والتكعيب عند اللزوم.

اختلاف الأقيام

حيث أن العدد الأكبر يقابله العدد الأصغر في المجموعتين:

4213　　4123

1342　　1432

وأن العدد في كل من وجهي المجموعتين:

2134　　2314

3421　　3241

يتكافأ مع ما يقابله من حيث الكبر أو الصغر.

أما في المجاميع التالية:

2143　　1324　　2413　　4321

3412　　4231　　3142　　1234

فيتساوى كل وجه مع ما يقابله من حيث التماثل في القيمة.

لذلك نجد أن المجموعة التأليفية:　**34213**

21342

تتغير من مختلف القوة العددية إلى المتكافئ منها.

وإن المجموعة الموسيقية:　**132413**

423142

تتغير من التساوي إلى المتكافئ ثم التساوي.

أما في المجموعة المتوالية التالية: **214321**

341234

فتتغير من التساوي إلى المختلف القيمة ثم إلى التساوي، وعلى هذا نلاحظ مبدأ التفاضل والتكامل عند تأليف البنية، حيث تتوسط المجموعة التأليفية لتؤلف بين المجموعتين المتباينتين في تسلسلات أقيامها، وفقاً للمنطق الرياضي الذي يجمع بين أوجه الأشكال المختلفة على وجه الانسجام بين أقيامها العددية. حيث تتولد أوجه الأعداد التالية:

2312 2342 2142

3243 3213 3413

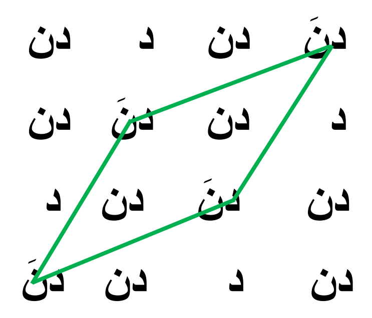
4313 4124 1321

1241 1431 4234

وذلك عند تدوير البنية الرياضية بأعمدتها السبعة على الشكل الأسطواني.

الهاجس الظل

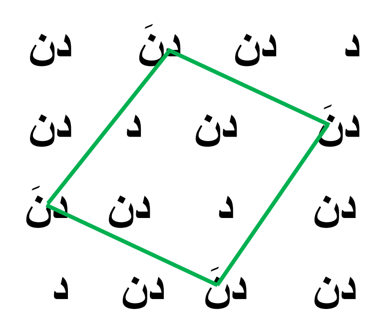
ذكرنا أن النقرة الصامتة (**د**) تحدد موقع النقرة الثقيلة (**دنَ**) منها بأن تستبعدها من جوارها، لأن الحركة الطارئة على الحرف الساكن لا تدخل على ساكن الوتد مفروقاً كان أو مجموعاً (**دن د**) و (**د دن**)، وقياساً على موازين الشعر التي تتألف منها المجاميع الرياضية، نجد أن هذه الحركة تطرأ على موازين شكل المربع التالي دون أن تطرأ على سواكن الأوتاد منه كما يلي:



مؤلفة هاجساً طارئاً على شكل معين يماثل المعين الذي يعقب هذا المربع بعد المنحرف بكل أوصافه وضعاً وعدداً، كما يلي:

دنَ دن د دن دن دن
د دن دنَ دن د دن
دن دنَ دن د دن دن
دن د دن دنَ دن د

كما تطرأ هذه الحركة على المعين المذكور دون أوتاده كما يلي:



مؤلفة هاجساً طارئاً له نفس شكل المربع السابق.

وتطرأ على شكل الخط التالي دون أوتاده كما يلي:

دنَ دن د دن

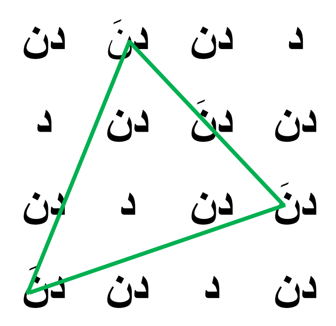
دن دنَ دن د

د دن دنَ دن

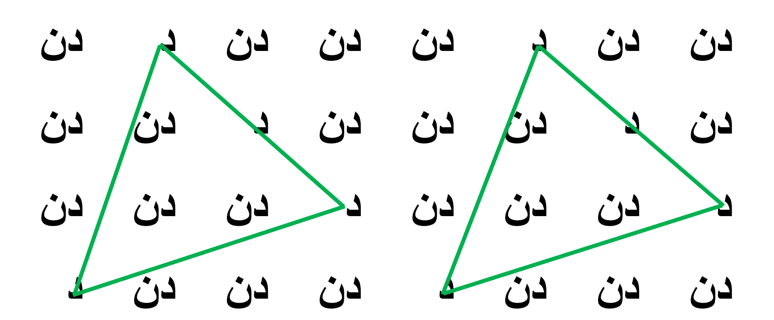
دن د دن دنَ

مؤلفة نفس شكل الخط المارّ ذكره.

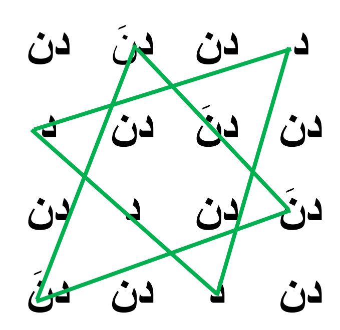
وتطرأ على شكل المثلث التالي دون أوتاده كما يلي:



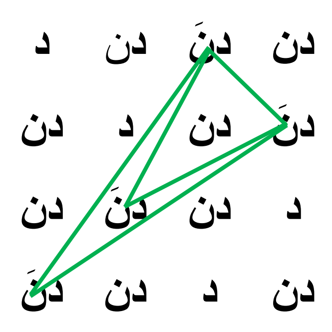
مؤلفة نفس شكل المثلث الذي يلي الخط، أو الذي يلي المستطيل، بكل أوصافه كما يلي:



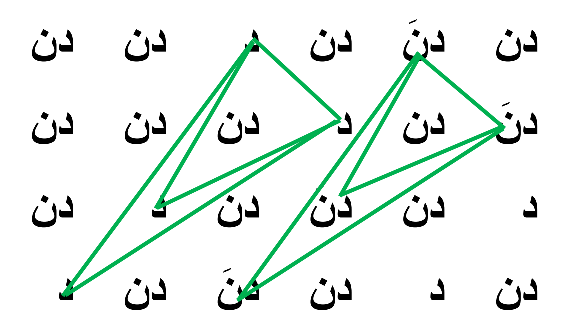
وبالتقاء المثلث بظله المعاكس يتألف الخط والمستطيل منهما كما يلي:



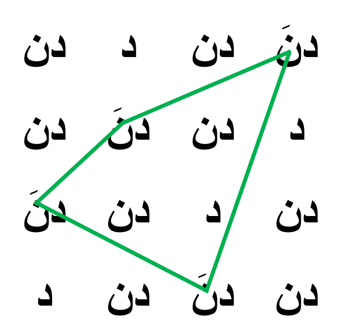
كما تطرأ على شكل المنشور التالي دون أوتاده كما يلي:



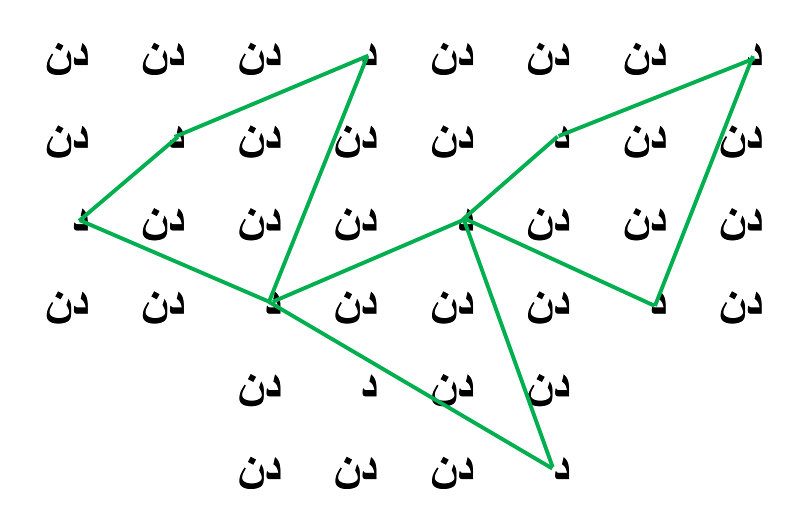
مؤلفة نفس شكل المنشور الذي يعقب المنحرف كما يلي:



كما تطرأ هذه الحركة على شكل المنحرف التالي دون أوتاده كما يلي:

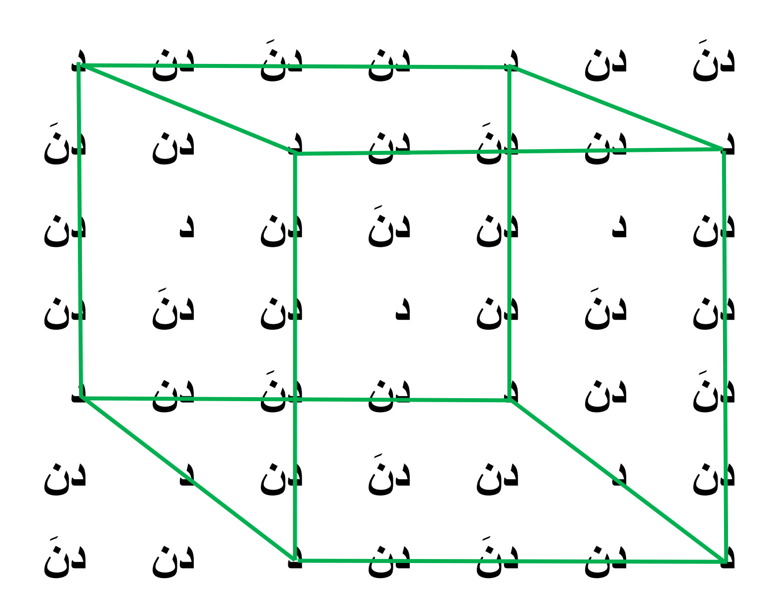


مؤلفة ظلاً مماثلاً لكل من أشكال المنحرف التي تعقب المنحرف الأصلي السابق، بعد شكل المعين أو المربع أو المنشور كما يلي:

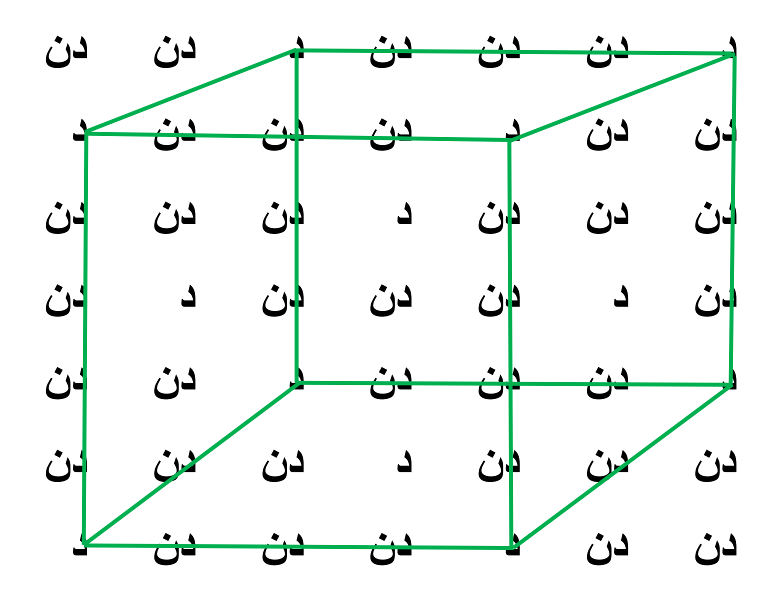


وبذلك تتحقق علاقات بين الأشكال على وجه المنطق والانسجام، بالرمز إلى ما سيعقب كلاً منها على التوالي عن طريق هذه الحركة الطارئة.

وتوحيداً لما مرّ ذكره، فإن الحركة الطارئة تدخل على المكعب التالي دون أن تطرأ على سواكن الأوتاد الأفقية منه كما يلي:



فتشكل مكعباً آخراً من نفس هذا المكعب، مؤلفاً من **12** نقرة صامتة ومتمثلاً في الصورة التالية للبنية:



فيكون الشكل في الحقيقة مؤلفاً من مكعبين، مكعب الظل والمكعب الظاهر، ولا اختلاف بينهما في الأبعاد والمساحات، ألاّ أن الأول يبدأ بالخط من اليمين الأسفل،

وبالمعين من اليسار الأعلى، والثاني يبدأ بالمستطيل من اليمين الأسفل وبالمربع من اليسار الأعلى، الى غير ذلك من فروق مر ذكرها سابقاً.

كما تطرأ هذه الحركة على الشكل التالي من صور البنية، الذي يبدأ بالمعين من اليمين الأعلى وبالمستطيل من اليسار الأسفل دون المساس بسواكن أوتادها الأفقية وكما يلي:

دن دنَ دن د دن دنَ دن

دن د دن دنَ دن د دن

دنَ دن د دن دنَ دن د

د دن دنَ دن د دن دنَ

دن دنَ دن د دن دنَ دن

دنَ دن د دن دنَ دن د

دن د دن دنَ دن د دن

فيتمثل الشكل الناجم عن ذلك بالصورة التالية للبنية:

دن **د** دن دن دن **د** دن

دن دن دن **د** دن دن دن

د دن دن دن **د** دن دن

دن دن **د** دن دن دن **د**

دن **د** دن دن دن **د** دن

د دن دن دن **د** دن دن

دن دن دن **د** دن دن دن

فيبدأ الشكل بالمربع من اليمين الأعلى وبالخط من اليسار الأسفل، ويختلف الشكلان رغم تساويهما في عدد النقرات الصامتة كما مر سابقاً.

ولما كان تركيب البنية قد قام من حيث الأساس على تناوب المقولات التي تمثل موازين الشعر كما مر بنا، وهي المقولات التالية:

دن دن دن **د** دن دن دن

د دن دن دن **د** دن دن

دن **د** دن دن دن **د** دن

دن دن **د** دن دن دن **د**

لذا فإن الحركة الطارئة لا تدخل على سواكن الأوتاد من هذه المقولات من البنية.

مفارقات المجاميع

من خلال نسب التفاضل والتكامل التي تعينها المجاميع الرياضية ضمن أبعادها الأربعة، وعلى أسس محددة من المنطق الرياضي، حيث تظهر الأعداد الموجبة (المتساوية القيمة) بين كل من وجهي الأشكال المتضادة المتقابلين، والأعداد السالبة (المختلفة القيمة) بين كل من وجهي الأشكال الأخرى المتقابلين، بالإضافة الى اختلاف اتجاهات عددي طرف كل منها، نجد أن الفارق الكمي بين الأرقام المتجاورة في كل من الفئات الموسيقية والمتتالية والتأليفية:

في أرقام شكل الخط $\frac{4321}{1234}$ يساوي **111.**

وفي أرقام شكل المستطيل $\frac{2143}{4312}$ يساوي **131.**

وفي أرقام شكل المثلث $\frac{3214}{2341}$ تساوي **113.**

وفي كامل هذه المجموعة $\frac{214321}{341234}$ يساوي **13111.**

وفي أرقام شكل المربع $\frac{2413}{3142}$ يساوي **232.**

وفي أرقام شكل المعين $\frac{1324}{4231}$ يساوي **212.**

وفي أرقام المنحرف بينهما $\frac{4132}{1423}$ يساوي **321.**

وفي كامل هذه المجموعة $\frac{132413}{423142}$ يساوي **21232.**

وفي أرقام شكل المنشور $\frac{3421}{2134}$ يساوي **121**.

وفي أرقام شكل المنحرف $\frac{4213}{1342}$ يساوي **212**.

وفي كامل هذه المجموعة $\frac{34213}{21342}$ يساوي **1212**.

ونظراً لما في هذه الاختلافات من أهمية فكرية في احتمالات تراكيب البنية الموحدة بين هذه الفئات الثلاث، بالإضافة إلى غيرها من المعلومات المفصلة الأخرى، كعلاقة الأقطار والأطوار بعضها بالبعض الآخر، فإن ضرورة إعادة التذكير باستنباطات أمثالها عند التطبيق العملي لحقل علمي ما لابد أن يكون مفيداً، لأن هذه النسب هي في الحقيقة نسب مسافات الأطوال التي تمثلها الأشكال. فكيفية الفئة الأولى تكون كما يلي:

2	**1**	**4**	**3**	**2**	**1**
دن	د	دن	دن	دن	د
د	دن	دن	دن	د	دن
دن	دن	دن	د	دن	دن
دن	دن	د	دن	دن	د
3	**4**	**1**	**2**	**3**	**4**

وكيفية الفئة الثانية تكون كما يلي:

2	4	1	3	2	4
دن	دن	د	دن	دن	دن
د	دن	دن	دن	د	دن
دن	دن	دن	د	دن	دن
دن	د	دن	دن	دن	د
3	1	4	2	3	1

وكيفية الفئة الثالثة تكون كما يلي:

3	4	2	1	3
دن	دن	دن	د	دن
دن	دن	د	دن	دن
د	دن	دن	دن	د
دن	د	دن	دن	دن
2	1	3	4	2

وتبعاً لهذا مثلاً يكون مربع طول الضلع التالي:

2	دن	د	دن	2
1	د	دن	دن	3

المتمثل في (**2**، **3**) أو في (**1**، **2**) أو المتمثل في (**3**، **4**)

2	دن	د	دن	دن	3
1	د	دن	دن	دن	4

يساوي **2** من الوحدات.

ومربع طول الضلع التالي:

3 دن دن د 1

1 د دن دن 3

المتمثل في (**3**، **1**)، أو المتمثل في (**4**، **2**):

4 دن دن دن د 1

2 دن د دن دن 3

يساوي خمس وحدات.

ومربع طول الضلع التالي المتمثل في:

4 دن دن دن د

1 د دن دن دن

يساوي عشر وحدات.

ولا يخفى أن الأعداد الثلاثية (**1**، **2**، **3**) تولد مجموعتين بثلاثة أنواع من الأطوال كما يلي:

1 2 3
د دن دن
دن د دن
دن دن د
3 2 1

2 3 1
دن دن د
د دن دن
دن د دن
2 1 3

وبإكمال المجموعة الأولى رباعياً يتولد الخط، وبإكمال المجموعة الثانية رباعياً

يتولد قطر المربع وضلع المنشور كما يلي:

د دن دن دن
دن **د** دن دن
دن دن **د** دن
دن دن دن **د**

دن دن د دن
د دن دن دن
دن د دن دن
دن دن دن د

وعليه لو جمعنا بين المتسلسلتين:

المتتالية **1 2 3 4 1 2**

4 3 2 1 4 3

والموسيقية **3 1 4 2 3 1**

2 4 1 3 2 4

على وجه التناوب وكما يلي: **1 2 3 4 1 2**

3 1 4 2 3 1

4 3 2 1 4 3

2 4 1 3 2 4

نكون قد حصلنا على أعداد المتسلسلة التأليفية عمودياً، والعكس بالعكس، حيث تجمع الهيئة التالية جميع أوجه الأعداد:

4 1 3 2

1 2 3 4 1 2

3 1 4 2 3 1

3 2 1 4

بين السلب والإيجاب

لأجل معرفة تأثير الفروق الكمية بين الأعداد المتجاورة الرباعية الأبعاد على الأطوال التي تتولد عنها من حيث منطقها الهندسي نأخذ مثلاً الشكل المتضاد التالي:

	2+		3-		2+	
2		**4**		**1**		**3**
دن		دن		د		دن
د		دن		دن		دن
دن		دن		دن		د
دن		د		دن		دن
3		**1**		**4**		**2**
	2-		3+		2-	

أما الشكل المتعاكس فيكون كما يلي:

	1+		2-		1-	
3		**4**		**2**		**1**
دن		دن		دن		د
دن		دن		د		دن
د		دن		دن		دن
دن		د		دن		دن
2		**1**		**3**		**4**
	1-		2+		1+	

وأما في المتناقض فيكون كما يلي:

1-	1-	3+	
3	2	1	4
دن	دن	د	دن
دن	د	دن	دن
د	دن	دن	دن
دن	دن	دن	د
2	3	4	1
1+	1+	3-	

وأمّا الشكل المتضايف فيجمع بين التعاكس والتناقض كما يلي:

		2-	1-	2+			
		4	2	1	3		
	3	دن	دن	د	دن	2	
1+							1-
	2	دن	د	دن	دن	3	
2-							2+
	4	دن	دن	دن	د	1	
3+							3-
	1	د	دن	دن	دن	4	
		1	3	4	2		
		2+	1+	2-			

وعلى ذلك تكون الأوجه المتضّادة كما يلي:

$$\frac{2+\ 3-\ 2+}{2-\ 3+\ 2-} = \frac{2431}{3124}$$

$$\frac{2+\ 1-\ 2+}{2-\ 1+\ 2-} = \frac{1324}{4231}$$

$$\frac{1+\ 3-\ 1+}{1-\ 3+\ 1-} = \frac{3412}{2143}$$

$$\frac{1-\ 1-\ 1-}{1+\ 1+\ 1+} = \frac{4321}{1234}$$

وتكون في الأوجه المتعاكسة كما يلي:

$$\frac{2-\ 1-\ 2+}{2+\ 1+\ 2-} = \frac{4213}{1342}$$

$$\frac{1+\ 2-\ 1-}{1-\ 2+\ 1+} = \frac{3421}{2134}$$

وتكون عند التناقض كما يلي:

$$\frac{1-\ 1-\ 3+}{1+\ 1+\ 3-} = \frac{3214}{2341}$$

$$\frac{1-\ 2+\ 3-}{1+\ 2-\ 3+} = \frac{3241}{2314}$$

ويتغير محل الإيجاب من السلب تبادلياً بتغيير مواقع الأوجه ففي الحالة الأخيرة مثلاً تكون:

$$\frac{3+\ 2-\ 1+}{3-\ 2+\ 1-} = \frac{1423}{4132}$$

أو تكون كما يلي:

$$\frac{1+\ 2-\ 3+}{1-\ 2+\ 3-} = \frac{2314}{3241}$$

وتبقى الفروق الموضعية بين الفئات الثلاث ثابتة التشابه من حيث نوعية المرايا الثلاث التي تظهر بها كل فئة، حيث تنتقل نصف الشكل إلى النصف المقابل على إحدى حالات ثلاث كما مر بنا سابقاً.

تغير الأوضاع

مما يلاحظ كمثال على تغير أوضاع البنية عند دورانها حول نفسها كما في الشكل التالي:

1	3	2	4	1	3	2	4
ج د	دن	دن	دن	ه د	دن	دن	دن
دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن
دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن
دن	دن	دن	د أ	دن	دن	دن	د ج
د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن
دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن
دن	دن	د د	دن	دن	دن	ب د	دن
3	2	1	4	3	2	1	4

إن قطر المعين الأيسر **(أ ج)** يلتقي بالخط المستقيم **(أ ب)**، وإن قطر المربع الأعلى **(ه أ)** يلتقي بقطر المستطيل الأسفل الأيسر **(أ د)**.

وعند تحول البنية بالدوران نجد أن قطر المعين الأيمن **(ه ج)** قد أصبح موازياً للخط المستقيم **(أ ب)**، وإن قطر المربع **(ه أ)** قد أصبح موازياً لقطر المستطيل **(ج ب)**.

كما أن المشاهد للمعين من مركز البنية مثلاً يشاهدهُ تارةً طولياً وتارةً أخرى عرضياً، وكذلك بالنسبة لأوضاع وتفاصيل أخرى لا مجال لحصرها، الأمر الذي يدلل على أن هذه البنية المتطورة بالزيادة أو بالمضاعفة يمكن أن توضح أو تغير الكثير من المفاهيم ومنها ما تعلق بنظرية المجال الموحد أو بوجهة نظر المراقب للأحداث، حيث يفرض فيها الموضوع نفسه على وجهات نظر المراقبين مما يتيح

للإنسان تحرير إرادته في الأبداع والتفنن باقتصاد فكري شامل، لمعرفة الإمكانيات المحتملة للزمان المكاني من خلال هندسته وأبعاده، وتغير أوضاعه.

فإذا ضاعفنا البنية عمودياً وأفقياً مثلاً لظهرت أوضاع مختلفة أخرى ومنها وقوع تلاقي خطين مع قطر المعين أو تلاقي معينين مع طرفي الخط كما في الشكل التالي على سبيل المثال:

2	4	1	3	2	4	1	3	2	4	1	3	
دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	2
د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	4
دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	1
دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	3
دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	2
دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	1
د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	4
دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	2
دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	3
دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	1
د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	4
دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	3
دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	2

معنى العدد التأليفي

لو وضعنا أساس المتسلسلة الترتيبية (**1 2 3 4 1 2**) على شكل دائري كما يلي:

2 1

3 4

5 5

2	**1**
دن	د
د	دن
دن	دن
دن	دن
3	**4**

كان مجموع كل عددين على وجه التقابل يساوي **5 5.**

ولو وضعنا المتسلسلة الموسيقية (**3 1 4 2 3 1**) على شكل دائري كما يلي:

1 3

4 2

5 5

1	**3**
د	دن
دن	دن
دن	د
دن	دن
4	**2**

كان مجموع كل عددين على وجه التقابل يساوي **55** أيضاً.

ولو وضعنا أساس المتسلسلة التأليفية (**3 1 2 4 3 1**) على شكل دائري كما يلي:

1 3

2 4

فلن نجد تقابلاً مكانياً على وجه التكامل بين هذه الأعداد بالدندنة، الأمر الذي يوحي بأن ثالث النظامين إنما يتألف من الجمع بينهما، دون أن يكون موجوداً بالمكان، كما تفرده الموازين الشعرية الأربعة المتعاقبة كما يلي:

3	1	2	4	3	1	2
دن	د	دن	دن	دن	د	د
دن	دن	د	دن	دن	دن	دن
د	دن	دن	دن	ن	دن	دن
دن	دن	دن	د	دن	دن	دن
2	4	3	1	2	4	3

فقراءة كل أربعة أعداد متقابلة مكانياً وبشكل دائري، تمثل أحد النظامين الترتيبي

1 2
3 4

أو الموسيقي

3 1
2 4

دون النظام التأليفي الذي يقوم على أساس الأعداد الأربعة

3 1
4 2

ولو نظرنا إلى مجموع كل عددين متجاورين من المجاميع الرياضية بفئاتها الثلاث، لوجدنا أن الفئة الترتيبية لا تنتج جمعاً زوجياً من الأعداد الأربعة كما مر بنا وكما يلي:

الخط = $\frac{4321}{1234} = \frac{753}{357}$

المثلث = $\frac{1432}{4123} = \frac{575}{535}$

المستطيل = $\frac{2143}{3412} = \frac{357}{735}$

ومن الجمع بين هذه الأشكال تكون كما يلي:

$$\frac{35753}{75357} = \frac{214321}{341234}$$

وإن الفئة الموسيقية تتضمن جمعاً زوجياً بين الأعداد الأربعة وكما يلي:

المربع $\frac{654}{456} = \frac{2413}{3142}$

المنحرف $\frac{565}{545} = \frac{3241}{2314}$

المعين $\frac{456}{654} = \frac{1324}{4231}$

ومن الجمع بين هذه الأشكال تكون كما يلي:

$$\frac{45654}{65456} = \frac{132413}{423142}$$

أمّا في الفئة التأليفية التالية فلا نجد جمعاً بين عددين متجاورين بحاصل العدد **5**

فالمنحرف $\frac{634}{476} = \frac{4213}{1342}$

والمنشور $\frac{763}{647} = \frac{3421}{2134}$

ومن الجمع بينهما يكون الحاصل: $\frac{4763}{6347} = \frac{13421}{42134}$

أو يكون كما يلي: $\frac{3476}{7634} = \frac{21342}{34213}$

وعليه لابد لإحدى هاتين المجموعتين من الفئة التأليفية أن تتوسط بين الفئتين الأولى والثالثة، كما مر بنا، عند تشكيل المستطيلين المؤلفين على هذا المنهاج من **12** مقولة رباعية فقط حذو نهج البنية الرياضية.

وعلى ذلك يظهر التفاضل والتكامل بين الأعداد في المجاميع الرياضية بجميع الاحتمالات، عند الطرح أو الجمع أو التركيب فيما بينها...الخ وفقاً لمبادئ المنطق الرياضي المنسجم مع الأعداد السبعة من كل هذه الفئات.

قياس التقابل

إكمالاً لتوضيح بعض قياسات السلب والإيجاب بين حالات النسب الأربع فيما يتعلق بوضعية كل عددين بالنسبة إلى ما يقابلهما من الوجه الآخر، نجد في المجموعتين التاليين:

3 1 2 4	**ج أ ب د**
2 4 3 1	**ب د ج أ**

1 2 4 3	**أ ب د ج**
4 3 1 2	**د ج أ د**

أوضاع التساوي بين ألكم والكيف وبين السلب والإيجاب بين كل من الطرفين المتبادلين على جهة التعاكس مع اختلاف الوسط، فمثلاً نجد أن:

(ج أ = ج أ) وأن **13 = 13 = + 2 + 2.**

و **(أ ب = أ ب)** وأن **21 = 21 = - 1 – 1.**

وفي المجموعتين التاليين:

4 1 2 3 **د أ ب ج**

1 4 3 2 **أ د ج ب**

1 4 2 3 **أ د ب ج**

4 1 3 2 **د أ ج ب**

نجد الاختلاف بين ألكم والكيف وبين السلب والإيجاب بين كل من الطرفين المتبادلين على جهة التقابل مع اختلاف الوسط، فمثلاً نجد أن:

(أ د) = (د أ) وإن **41 – 14 = 27 = -3 + 3.**

و **(ب ج) = (ج ب)** وإن **32 – 23 = 9 = - 1 + 1.**

أما في المجاميع التالية:

2 4 1 3 **ب د أ ج**

3 1 4 2 **ج أ د ب**

1 2 3 4 **أ ب ج د**

4 3 2 1 **د ج ب ا**

4	2	3	1		د	ب	ج	أ
1	3	2	4		أ	ج	ب	د

2	1	4	3		ب	أ	د	ج
3	4	1	2		ج	د	أ	ب

فنجد الاختلاف بين ألكم والكيف وبين السلب والإيجاب كلياً بين كل من الطرفين المتبادلين على جهة التضّاد وبين جهة التقابل عند الوسط.

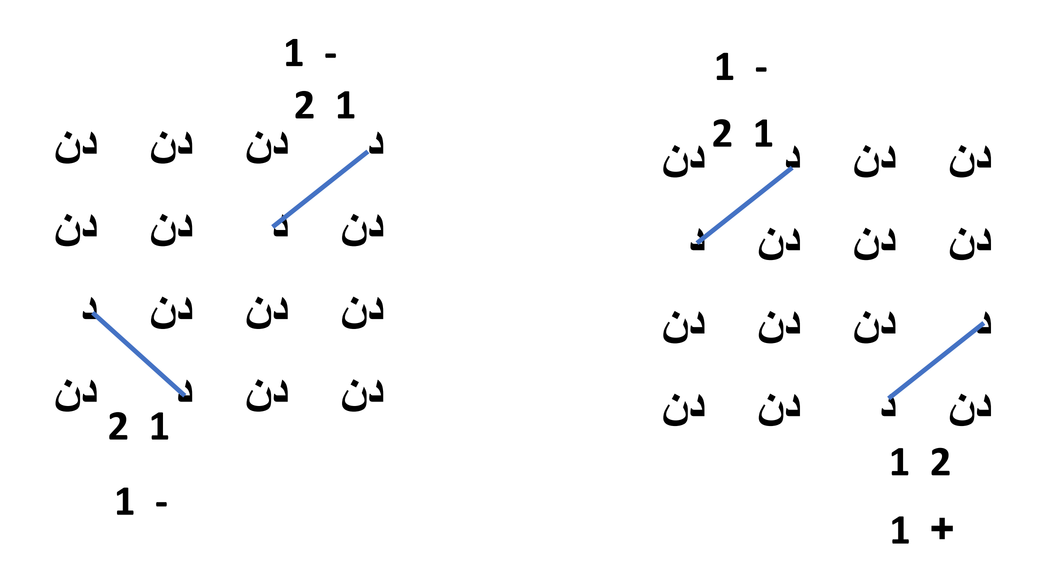
فمثلاً نجد أن **(ب د) = (د ب)** وأن **42 -24 = 18 = -2 + 2.**

وإن **(ج د) = (د ج)** وأن **43 – 34 = 4 = 9 = - 2 + 1.**

وإن **(أ ب) = (ب أ)** وأن **21 – 12 = 9 = -2 + 1.**

ومن الملاحظ عدم ظهور وجه مضاد في مجموعة الأعداد المتضايفة في شكل المنحرف.

ومن الأمثلة التطبيقية نجد أن كلاً من الخطوط التالية متساوية الطول ولكنها مختلفة الاتجاه في كل من المجموعتين على وجه التضاد أو على وجه التعاكس:



بينما نجد اختلاف طول كل من الخطين في المجموعة التالية:

1 - 3 +
3 2 1 4
دن دن د دن
دن د دن دن
د دن دن دن
دن دن دن د
3 2 4 1
1 + 3 -

وعليه إذا كان الفرق بين كل عددين مجتمعين من الأعداد الأربعة يساوي **1**، فإن مربع الوتر الذي يمثل المسافة الحادثة بين الحركتين يساوي **2** من الوحدات.

وإذا كان الفرق بينهما **2** فإن مربع الوتر يساوي **5**، وإذا كان الفرق بينهما يساوي **3**، فإن مربع الوتر يساوي **10** من الوحدات. وتتحول هذه الأوتار الى أضلاع وأقطار عند تغير الأشكال بتغير أوضاعها.

فإذا تكرر أحد هذه الأطوال في طرفي الشكل، كان الشكل مبنياً إمّا على التضاد أو على التعاكس، وإذا اختلف الطول في كل من طرفي الشكل فيكون مبنياً على التناقض، وإذا اجتمع الحالين كان الشكل مبنياً على التضايف كما مر بنا.

وعليه فإن المسافة الوترية لا تختلف بين كل من العددين (**1، 2**) (**2، 3**) (**3، 4**). كما أنّها متساوية بين كل من العددين (**1، 3**) و (**2، 4**)، وتكون واحدة في العددين (**1، 4**)، وهي تتأصل في الحقيقة بالأعداد (**1، 2**) و (**1، 3**) و (**1، 4**) لأن مساحة المربع المحيطة بالعددين (**1، 2**) = **1**

دن د

د دن

ومساحة المستطيل المحيط بالعددين (**1، 3**) = **2**

دن دن د

د دن دن

والمحيط بالعددين (**1، 4**) = **3**

دن دن دن د

د دن دن دن

فضعف مساحة كل منهما زائداً مربع الفرق بين الضلعين تساوي مساحة مربع القطر لأن ضلع الأول يساوي وحدة واحدة.

وطول ضلعي الثاني يساوي (**2، 1**)، وطول ضلعي الثالث يساوي (**3، 1**)، أمّا طول ضلعي الخط فيساوي (**3، 3**). وطول ضلعي الشكل التالي:

دن دن د دن

دن د دن دن

د دن دن دن

يساوي (**2 × 2**)

والوتر السادس ضلع المنشور التالي:

دن دن دن د

دن دن د دن

دن د دن دن

د دن دن دن

يكون طول ضلعي مستطيله **(3 × 3)**.

فهي إذن **(1 × 1) (2 × 2) (3 × 3) (1 × 2) (1 × 3) (2 × 3)**.

ويلاحظ أن مجموع قوى المربعات التي يمكن إحداثها على المسافات الوترية في كل شكل من الأشكال الهندسية السبعة يساوي أربعين وحدة مربعة في كل منها، ففي المعين مثلاً أربعة أضلاع مربع كل منها يساوي **5** وحدات، ومربع طول كل من قطريه يساوي **18** و**2**، وفي المستطيل مربع كل من قطريه يساوي **10** وحدات ومربع كل من ضلعيه يساوي **8** و**2** فالمجموع **40** وحدة...الخ.

بين الشكل والمضمون

من كل ما مرّ ذكره نلاحظ أن التكامل والتفاضل هما المؤشر والنتيجة، سواء كان ذلك في انتقال الصور إلى صور أخرى أو عند تغيرات الكم بالجمع والضرب أو بالسلب والإيجاب أو بنقل الحركات وتكامل الأطوال أو بتوافق وانسجام المنطق بين المدلول والمحلول باختلاف الصور الثلاث لمقامات الأعداد وهي مثلاً:

إن العدد **31** يتحول في الجهة المضادة من المقام المقابل إلى **13** كما هو في المجموعة: **4231** **1324** . وإن العدد **31** نفسه ينتقل إلى الجهة المضادة من المقام المقابل كما هو نفسه وكما المجموعة **2431** **3124** .

وإن العدد **32** يتحول في المقام المقابل له الى العدد **23** كما هو في المجموعة

4123
1432

كما يلاحظ أن تماس أضلاع المربع المنشأ على وتر القائمة مع محيط المربع الكامل هو الذي يحدد النسب الشاملة بالنسبة إلى المثلث القائم ذي الأعداد الصحيحة.

كما نلاحظ أن محيط المجاميع الرياضية يقاس بالعدد الصحيح من الوحدات القياسية، بينما تكون أطوال أوتار القائمة في كل منها والتي هي أضلاع وأقطار الأشكال الهندسية السبعة لا تمثل عدداً صحيحاً وإنما تكون مربعات أعدادها تساوي **(2، 8، 18، 5، 10، 13)**. وعلى ذلك تتغير مضامين توليد المجاميع بتغيرات مواقع وأشكال رموزها التجريدية وبالتالي يتغير منطقها الصوري بتغير منطقها

الرياضي، ويكون الشكل دالاً على المضامين دلالة الرمز على الزمان والمكان والعدد والهندسة...الخ كما مر بنا.

وعليه يمكن الحصول على جميع هذه المعلومات بتحويل الرمز التجريدي إلى الرقم **3124** مثلاً الذي يمثل شكل المنحرف وأبعاده...الخ.

المنطق الرمزي

لو رمزنا إلى الأعداد (**1**، **2**، **3**، **4**) الموضوعة على صور المجاميع الرياضية المار ذكرها بالأحرف الهجائية (أ، **ب**، **ج**، **د**) على ضوء تناوب ترتيب تلك الصور لكانت النتيجة في الأوجه المتضادة ومنها المجموعة **2143** / **3412** أن (أ) أصغر من (**ب**) في الأعلى وأن (**ب**) أكبر من (أ) في الأسفل،

وإن **أ ب** (**21**) أكبر من **ب** أ (**12**) في الوجهين وكذا الأمر في (**ج**) و (**د**).

ويكون **(ج د أ ب)** أكبر من **(ب أ د ج)** ومماثلاً له.

أمّا في المجموعة العكسية التالية **3421** / **2134** فإن (أ) أصغر من (**ب**) في الوجهين وإن (**د**) أكبر من (**ج**) في الوجهين.

وإن **أ ب** (**1 2**) تساوي أ **ب** (**1 2**) **و**

د ج (**4 3**) تساوي **د ج** (**4 3**).

ويكون **(أ ب د ج)** أصغر من (**د ج أ ب)**

ويكون **(ج د ب أ)** أكبر من (**ب أ ج د)** وهما متغايران.

بينما يكون الحال في المجموعة التالية **4213** / **1342**

إن **(ج أ ب د)** أكبر من **(ب د ج أ)**

وإن **(د ب أ ج)** أصغر من (**أ ج د ب)**

أما في الأوجه المتناقضة فيكون على مرآة ثالثة كما مر بنا سابقاً.

وعلى ذلك تتعين الصورة بالرمز أو بالعين من حيث دالتها الأصلية المبنية على الحركات والسكنات بالمنطق المنسجم.

وعلى ذلك لو وضعنا المقولة الواحدة على شكل دائري موحدة للمقولات الأربعة كما يلي:

دن[3] **دن**[4]

[2] **دن** **د**[1]

وقرأنا الدائرة أربع مرات على التكرار من الرقم **4** باتجاه عقرب الساعة فإن الناتج سيكون خطاً من هذا الرقم أو مستطيلاً من الرقم **2** أو مثلثاً من كل من الرقمين **3** و**1** وكما يلي بالصور والحروف والأرقام:

1	**2**	**3**	**4**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**
4	**1**	**2**	**3**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**
3	**4**	**1**	**2**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**
2	**3**	**4**	**1**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**
				د	**دن**	**دن**	**دن**
أ	**ب**	**ج**	**د**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**
د	**أ**	**ب**	**ج**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**
ج	**د**	**أ**	**ب**				
ب	**ج**	**د**	**أ**				

فالرقم **1** أو الحرف **(أ)** يمثل الخط، والرقم **3** أو الحرف **(ج)** يمثل المستطيل، والرقم **2** أو **4** والحرف **(ب)** أو **(د)** يمثل المثلث.

وتتغير الأرقام والحروف بتغير بداية القراءة، وتبقى الدالة الصورية راسخة المنطق والتعميم. وعليه فإن الرمز واللغة والحساب...الخ ترجع إلى الصورة الدالة بالتعميم لا بالتحديد المتعين. فالتجريد بالدال غير التحديد بالوسيط والتعيين في الأشياء غير التصوير بالإمكان، كما في تخيّل خيال المثلث المقلوب مثلاً كما يلي:

دنَ دن د دن

دن د دن دنَ

د دن دنَ دن

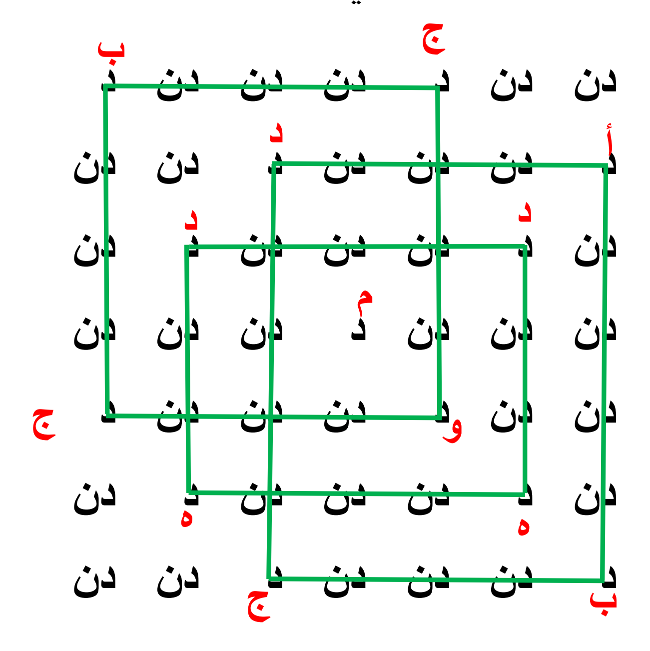
دن دنَ دن د

وأهمية ذلك في البرهان الرياضي على صحة الشكل، أو في إمكانية دلالة السلب والإيجاب على مقدار الشيء وشكله كما مر بنا، فذلك لن يتم إلاّ بالتجريد الدال لا بالرمز المبهم كاستعمال (مستفعلن) أو **(أ ب ج)** أو **(ب 1 ب 2 ب 3)** لعدم الاهتداء بالرمز إلى المدلول وإمكانية الاهتداء إلى المدلول بالدال نطقاً وسمعاً وبصراً بالنسب الرياضية الموسيقية المنطقية المتساوية المثل.

ترابط العلاقات

مما مر يتضح ارتباط الأعداد بمسافات الحركات وبالتالي آنية الأخيرة من حيث مكانية انطلاقها بالزمان الفاصل بين كل حركتين مما يعني ارتباط الزمان بالمكان والخط بالنقطة والحساب بالهندسة، على ضوء اجتماع الفئات الحسابية بأنواعها الثلاثة عن طريق التأليف المنسجم بينها، حيث تتغير مجاميع كمياتها وكتلاتها باختلاف موقع البدء عند التأليف وبين نهايات أطرافها المتممة كما هو الحال في الشكلين الأسطوانيين أو في أشكال البنية الرياضية الأربعة، وبذلك تختلف النسب باختلاف التفاضل والتكامل بين المقادير الأربعة التي تمثلها أوضاع الأعداد الأربعة على وجوه التوليد والتركيب بنسبة شاملة لا تنفصل عن نسبية الفروق بين الأعداد الممثلة لكل الأحوال من حيث الاتصال والانفصال والكم والكيف، وكل ذلك لا يخرج على مضامين المقولات التي تضمها دائرة الوحدة من حيث الأسس التي بُني عليها الاستخراج المنطقي.

فمن شكل البنية الرياضية الموحدة التالي:



نجد أن أبعاد النقطة المركزية **(م)** عن الأركان الأربعة لكل من الأشكال الرباعية الثلاثة **(أ ب ج د)** و **(ج و ج ب)** و **(د د ه ه)** تتساوى وتختلف باختلاف هذه الحروف وتساويها، حيث تكون مربعات المسافة بين المركز والأركان الأربعة في المستطيل الأول هي **(م أ، م ب، م د، م ج)** تساوي **(13، 18، 5، 10)**.

وفي المربع الثاني تكون **(م ب، م ج، م ج، م و)** تساوي **(18، 10، 10، 2)**.

وفي المستطيل الثالث تكون **(م د، م د، م ه، م ه)** تساوي **(5، 5، 8، 8)**.

فمسافات الأول مختلفة كلها، وفي الثاني تختلف مسافتان، وفي الثالث تتساوى كل مسافتين. ولا تماثل بين مسافات الثاني والثالث، بينما يوجد تماثل مشترك على التقابل بين الأول والثاني في المسافة **(18)** **(م ب)** والمسافة **(10)** **(م ج)** من كل من الشكلين. كما يوجد تماثل مشترك بين الأول والثالث في المسافة **(5)** **(م د)** من كل منهما.

ولا يخفى بين هذه النسب من تأثيرات مختلفة بالنسبة لعلاقات الأبعاد الأربعة بعضها ببعض الناجمة عن انسجام الفئات العددية الثلاث في وحدة شاملة لجميع الأوجه الرباعية التي تتألف من الأعداد الأربعة في صورها المختلفة بالإضافة الى ترابط العلاقات الأخرى المار ذكرها سابقاً.

علاقة المؤشرات

من علاقات السلب والإيجاب ومؤشرات الفروق بين المقادير التي تظهر في المجاميع نجد أن السلب والإيجاب يكون كلياً في كل من وجهي الخط ويكون الفرق بين كل عددين متتاليين يساوي **1**.

فالوجه يكون **(+1 +1 +1)** أو **(-1 -1 -1)**. بينما يكون السلب أو الإيجاب جزئياً في وسط طرفي أوجه المربع والمستطيل والمعين والمنحرف المتناقض فهو **(+ - +)** أو **(- + -)**.

ويكون جزئياً في أحد طرفي المنشور والمثلث والمنحرف المتعاكس فهو **(- - +)** أو **(+ + -)**. وبينما يتساوى فرق العددين في طرفي أوجه المعين والمنحرف المتعاكس والمنشور والمربع والمستطيل فتكون **212**، **121**، **232**، **131** فإنهما يختلفان في أوجه المثلث والمنحرف المتناقض حيث يكون الفرق **113**، **123**.

ويكون أحد وجهي المثلث أو المنحرف المتعاكس أكبر من الوجه المقابل كما مر بنا فهما: **4213** / **1342** و **4123** / **1432** فالوجه الأعلى أكبر من الأسفل.

وإذ يكون السلب جزئياً في المجموعة التالية، في أحد الوجهين والإيجاب جزئياً في الوجه المقابل

4 3 2 1 4 3

1- 1- 1- 3+ 1-

1 2 3 4 1 2

1+ 1+ 1+ 3- 1+

نجده متناوباً في المجموعة التالية مع اختلاف الفروق بين الأعداد المتوالية

3 1 4 2 3 1
2+ 1- 2+ 3- 2+

بينما يكون على التكافؤ في المجموعة التالية مع تناوب مقدار الفرق بين كل عددين

3 1 2 4 3
1+ 2- 1- 2+

أو

1 3 4 2 1
2+ 1+ 2- 1-

إلى غير ذلك من استنتاجات.

وعلى ما مر يكون الترتيب التالي مثلاً، الذي يجمع بين لونين في الوسط متضاد الوجهين: **أسود أخضر أحمر أبيض**

أبيض أحمر أخضر أخضر

ويكون الترتيب الذي يجمع بين الألوان الأربعة على النظام الدائري **2 3 / 1 4** أو على النظام **1 3 / 2 4** متناقضاً كما يلي: **أخضر أحمر أسود أبيض**

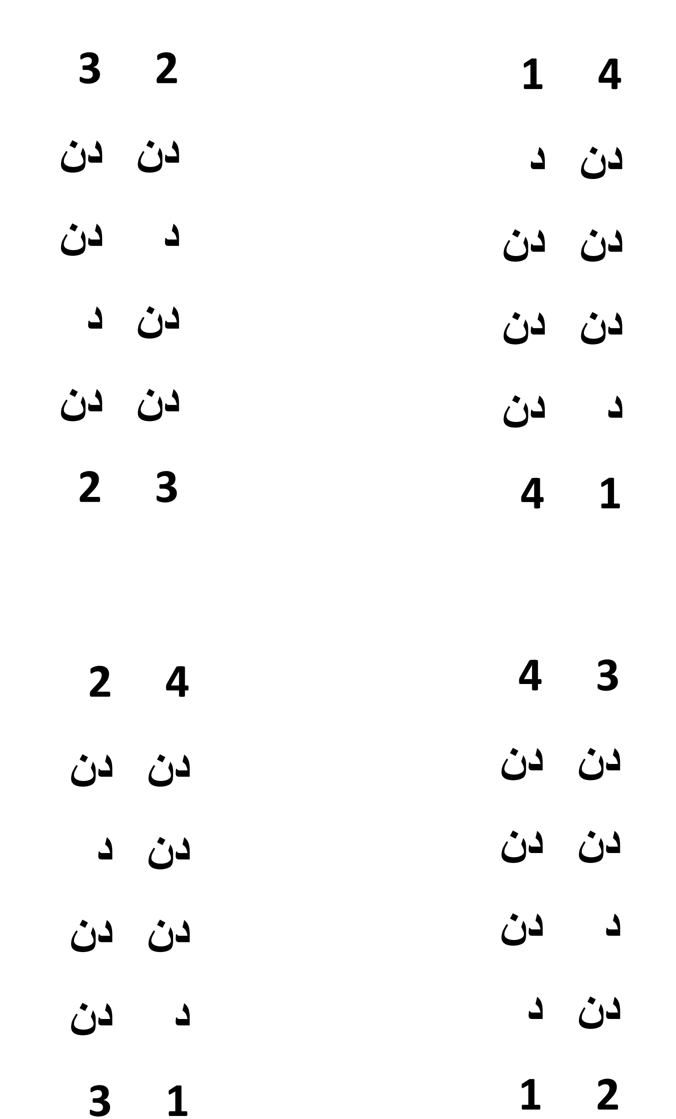
أحمر أخضر أبيض أسود

أمّا الذي يجمع بين النظامين في محتواه فيكون متعاكساً كما يلي:

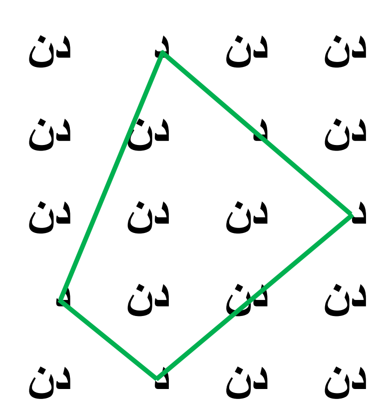
أخضر أبيض أحمر أسود

أحمر أسود أخضر أبيض

وحيث أن السلب والإيجاب يتمثل في الجمع بين أربعة أعداد على وجه التقابل كما هو الحال في كل مقولتين مما يلي:



فإن الجمع بين أوضاع هذه المقولات يؤدي الى نظام علاقات شاملة وليست محدودة العدد، فلو أخذنا الثلث وأضفنا إليه نصف مستطيل أو العكس لتولد الشكل التالي:



أي شكل شبه منحرف يختلف عن المنحرف المتولد من المجموعة المتضايفة من حيث طول ضلعين فيه ووضعية تقابل الأضلاع والمساحة بل وتقابل الأعداد...الخ، فالشكل مساحته ست وحدات ومربع طول كل ضلع من أضلاعه وأقطاره يساوي **8**، **2**، **10**، **16** ومساحة كل مثلث فيه تساوي **2** من الوحدات إلى غير ذلك من معلومات دون الحاجة إلى أدوات قياسية خارجة عنه.

ومن نظرة أخرى إلى مقادير التفاضل بين أوجه المجاميع نجد أن القيمة العددية لوجهي كل من الأشكال المتضادة تكون متساوية بين الوجهين فحاصل طرحهما يكون صفراً:

2413 – 2413 = 0

3142 – 3142 = 0

أمّا حاصل طرح أحد وجهي المثلث أو المنحرف المتعاكس بنفس الطريقة من الوجه المقابل فيكون

4213 – 2431 = 1782

3124 – 1343 = 1782

4123 – 2341 = 1782

3214 – 1432 = 1782

أمّا في المنشور أو المنحرف المتناقض فيكون

2134 – 1243 = 891

4312 – 3421 = 891

4132 – 3241 = 891

2314 – 1423 = 891

أي أن الحاصل يساوي نصف المقدار السابق، لكن هل معنى ذلك أنه لا يوجد تكامل هندسي بين الأوجه المتعاكسة أو المتناقضة على وجه التقابل؟ الجواب أن المجاميع الرياضية تظهر لنا، كما مرّ سابقاً، أن السلب أو الإيجاب في الفروق بين كل عددين متتاليين يحدد المسافة بين (**د**) و(**د**) من كل مقولتين متجاورتين.

فمربع المسافة في **+2** أو **–2 = 5**

وفي **+3** أو **-3 = 10**

وفي **+1** أو **-1 = 2**

ولما كان تقابل السلب مع الإيجاب طبيعياً كما مر بنا في المجاميع الرياضية، لذا لو أردنا رسم المجموعة المتمثلة في الفروق **-1 +2 +1** عرفنا أن ما يقابلها هو **3 4 2 1** من الأعداد وأن ما يقابلها من الفروق هو **+1 -2 -1** ويقابل هذا بالأعداد الرقم **2 1 3 4** وعلى ذلك يتم التكامل في شكل المنشور، أمّا في الفروق **+3 -1 -1** فيقابلها الرقم **4 1 2 3** بالأعداد. ويقابلها **-3 +1 +1** بالفروق ويكون الأخير يساوي **1 4 3 2** وهو شكل المثلث، وهكذا يكون التكامل. فمجموع كل وجهين يساوي **(5555)**. وعليه إذا أردنا معرفة ما يقابل العدد **9 6 8 7** بالمكان نجد أن الفروق فيه تساوي **+3 -2 +1** وما يقابله يكون **-3 +2 -1**، فالعدد المقابل يكون **6 9 7 8**، فمجموع كل عددين متقابلين يساوي **15** فيحصل التكامل بينهما، وبما أن الفرق يساوي الفرق الذي يرسمه المنحرف **3 2 4 1**
2 3 1 4

فالرقم **7 8 6 9**
8 7 9 6 سيرسم منحرفاً.

أمّا العدد **6 7 8 9** فيقابله **9 8 7 6** ويرسم خطاً مستقياً حذو العدد **1 2 3 4**، ذلك لأن الفروق بين أعداده كلها سالبة في وجه وموجبة في الآخر، كما أن العدد الدائري في كل من طرفيه **7 6**
8 9 يمثل العدد الدائري من الفئة **2 1**
3 4 .

أمّا العدد **8 9 7 6**
7 6 8 9 فإن كلاً من طرفيه يمثل العدد **2 1**
3 4 ،أمّا وسطه فيقابل الفئة **1 3**
4 2

فهو يمثل شكل المنشور لأن المنشور رقمه **3 4 2 1**
2 1 3 4 وفروقه **1+ 2- 1-**
1- 2+ 1+ وهي نفس النسب المار ذكرها.

أمّا العدد **7 8 9 6 / 8 7 6 9** فوسطه الدائري يماثل العدد **2 1 / 3 4**

وفروقه فروق المثلث **2 3 4 1 / 3 2 1 4** وتساوي **1+ 1+ 3- / 1- 1- 3+** فهو يرسم مثلثاً.

وهكذا تتم المقارنة بين المؤشرات والعلاقات وينجم عن كل سلب وإيجاب وتفريق وجمع مولدات من الأشكال والأصناف والأطوال والمساحات...الخ من الفئات المختلفة والمتشابهة أو المتماثلة من الأجناس والأنواع والهيئات.

وحيث أن العلامات **+1 +2 +3** أو العلامات **-1 -2 -3** تحدد العلاقات بين الأبعاد الأربعة

14 24 12 32

41 31 43 23

فإن **+1** و **+2** أو **-1** و **-2** يمكن أن تحدد العلاقة بين الأبعاد الثلاثة فقط وهي (**321**، **132**، **312**) والتي تتمثل في **+1 +1 -2 / -1 -1 +2** كما في الشكل التالي:

3 2 1 3

دن د دن دن

دن دن د دن

د دن دن د

1 2 3 1

وهذا الشكل يمثل المثلثات والمستقيمات في البنية الرياضية التالية:

3 دن دن د دن دن دن د 1

1 د دن دن دن د دن دن 3

2 دن د دن دن دن د دن 2

4 دن دن دن د دن دن دن 4

3 دن دن د دن دن دن د 1

2 دن د دن دن دن د دن 2

1 د دن دن دن د دن دن 3

ولا يتم تمثيل الأبعاد الأربعة في البنية الرياضية إلا عن طريق إضافة البعد الرابع الذي يربط بين هده الأبعاد، وهو العدد **4**، إلى كل من المثلث أو المستقيم، ليتم إضافة العلامة **+3** أو **-3** إلى العلامات السابقة.

صلة القرابة بين الفئات

مما مر يتضح بأن انتقالنا من الدالة الموسيقية إلى الدالة العددية يفضي بنا إلى معرفة العلاقات الزوجية بين الأعداد كممثل عام للعلاقات الطبيعية لبعض الإحصاءات الرياضية ونظمها التقابلية، حيث نجد أن المربع متمثلاً بالعدد $\begin{matrix}1&3&2&4\\4&2&3&1\end{matrix}$ والمعين المتمثل بالعدد $\begin{matrix}1&3&2&4\\4&2&3&1\end{matrix}$ يحمل كل منهما في طرفيه نظام فئته المتمثل بالعدد الدائري $\begin{matrix}1&3\\4&2\end{matrix}$ فهما يشابهان المنحرف المتعاكس المتمثل بالعدد $\begin{matrix}3&1&2&4\\2&4&3&1\end{matrix}$ لإنه يحمل نفس النظام المارّ ذكره في طرفيه على الشكل الدائري $\begin{matrix}1&3\\4&2\end{matrix}$.

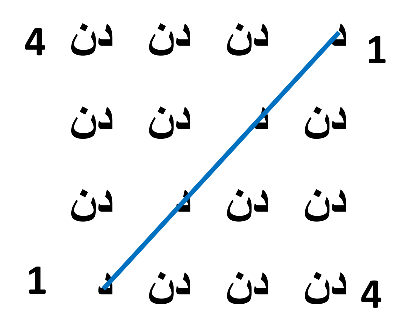
وبما أن المثلث $\begin{matrix}4&1&2&3\\2&3&4&1\end{matrix}$ يحمل فئته المتمثل بالعدد الدائري $\begin{matrix}2&1\\3&4\end{matrix}$ في وسطه وفي محيطه الدائريين فهو يشابه المنحرف المتعاكس المارّ ذكره لأن نفس النظام $\begin{matrix}2&1\\3&4\end{matrix}$ يتمثل في وسطه وفي محيطه على الدوران الماثل في $\begin{matrix}2&1&4&3\\3&4&1&2\end{matrix}$

وإذ نجد المستطيل المتمثل بالعدد $\begin{matrix}2&1&4&3\\3&4&1&2\end{matrix}$ والخط المتمثل في $\begin{matrix}4&3&2&1\\2&1&3&4\end{matrix}$ يحمل كل منهما نظام فئته الدائري $\begin{matrix}2&1\\3&4\end{matrix}$ في طرفيه، فهما يشابهان المنشور المتمثل بالعدد $\begin{matrix}3&4&2&1\\2&1&3&4\end{matrix}$ لإنه يحمل نفس النظام في طرفيه، وبما أن شكل المنحرف المتناقض المتمثل في العدد $\begin{matrix}3&2&4&1\\4&1&3&2\end{matrix}$ يحمل النظام الدائري $\begin{matrix}3&1\\2&4\end{matrix}$ في وسطه وفي محيطه على الدوران فهو يشابه المنشور المارّ ذكره لأن نفس النظام المذكور يتمثل في وسطه وفي محيطه على الدوران. هذا بالإضافة إلى المفارقات الأخر بين هذه الفئات في مفرداتها المتضادة مما يجعل التزاوج والانسجام والتوليد والتنافر كائناً طبيعياً بينها، وعلى هذه العلاقات وأمثالها تنبني أواصر القربى والتراكيب مما لا يخفى ذكره في البنية الرياضية ومجموعاتها.

وعلى ذلك مثلاً كان المربع يجتمع مع المعين من جهتي المنحرف المنعكس وأن الأخير يجتمع مع المثلث، وأما الخط فيجتمع مع المستطيل من جهتي المثلث، وإن المنشور يجتمع بكل من الخط والمستطيل من إحدى جهتين، وإن المنحرف المتناقض يجتمع به من الجهة الأخرى...الخ من التصورات التي يمكن تفسر الكثير من العلاقات الشاملة بين الفئات المختلفة.

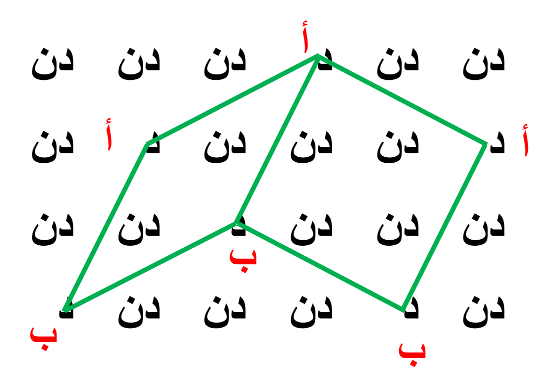
قانون السقوط

لو دققنا في المجاميع الرياضية والبنية التي تجمع بينها لوجدنا أنها تدل على مسارات ومسافات وعقبات حالات السقوط ففي الشكل التالي للخط المستقيم:



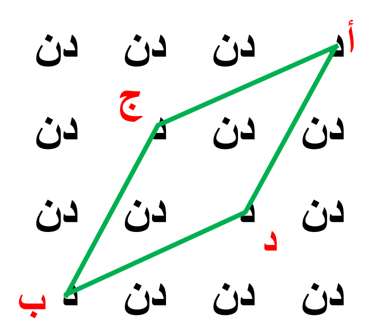
نجد أن مربع المسافة بين نقطة السقوط (**د 1**) ونقطة الإسقاط (**د 4**) يساوي **18**، وبين هذه النقطة وثاني نقطة يساوي **2**، وبين هذه النقطة والنقطة الثالثة يساوي **8**.

أما في الشكل التالي:



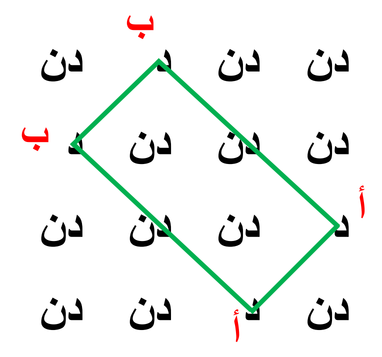
فنجد أن مربع المسافات كما هو ظاهر فيه يساوي خمس وحدات ولكننا نجد أن سرعة السقوط بين كل (أ، **ب**) أسرع من السرعة بين (أ، أ) أو بين (**ب**، **ب**) بسبب ارتفاع المسافة بين نقطة الأسقاط وخط السقوط في الحالة الأولى عنها في الحالة

الثانية مما يولد الاختلاف بين حدة الانحدار في كل منهما، فهي تساوي وحدتين في الارتفاع في الأولى، وتساوي وحدة واحدة في الحالة الثانية، مما يشير إلى أن المسافة والارتفاع يتدخلان في عامل سرعة الإسقاط، ولو لاحظنا الانحدار التبادل بين البطيء والسريع في الشكل التالي:



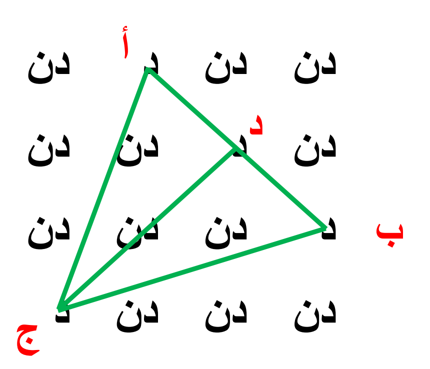
نجد أن مربع المسافة بين (**أ، ب**) يساوي **18** كما هو في الخط المستقيم وإن الانحدار بين (**أ، ج**) أبطأ سرعةً منه بين (**ج، ب**) وبالعكس أن الانحدار بين (**أ، د**) أسرع منه بين (**د، ب**) بسبب العقبة (**ج**) في التساقط (**أ ج د**) وبسبب العقبة (**د**) في التساقط (**أ د ب**) مع أن المسافات واحدة بين كل نقطتين.

أما في الشكل التالي:

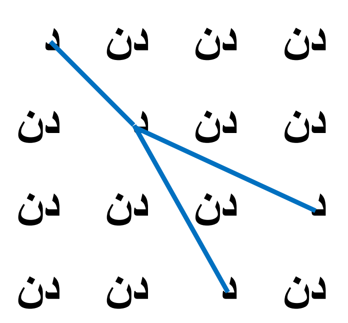


فنجد أن المسافة والانحدار بين (أ، **ب**) واحدة والمسافة بين (أ، أ) و(**ب**، **ب**) واحدة لكن المسافة بين (**ب**، **ب**) تختلف عن المسافة بين (أ، **ب**) لكن حدة الانحدار متشابهة لتوافق البعد المكاني بين القاعدة والارتفاع في كل منهما.

بينما نجد في الشكل التالي:



إن المسافة بين (**د**، **ج**) تساوي المسافة بين (أ، **ب**) كما هو الحال بالنسبة للانحدار لإن الارتفاع بين نقطة الاسقاط وخط السقوط لا يختلف في الحالين ولكن العقبة (**د**) بين (أ، **ب**) قد تؤخر التسّارع كما هو الحال في الشكل التالي الذي يمثل موقعياً:



وهكذا القياسات المتباينة في بقية المسافات بين الدالات المختلفة الأبعاد.

استخراج الأبعاد من الأعداد

يتم استخراج الأبعاد الهندسية المربعة ومساحات أشكالها بواسطة الأعداد التي يمثلها الثابت والمتغير من دنادن المجاميع الرياضية على أساس أن:

مربع الفرق بين طرفي عدد ما زائداً مربع عدد الفواصل بينهما يساوي مربع البعد الهندسي بينهما.

والمقصود بالفاصلة هو الفراغ الفاصل بين كل عددين، فالفاصلة بين كل من هذين العددين **(1 2)** و **(3 4)** و **(2 3)** هي واحدة. وبين كل من الأعداد الرباعية **(1 2 3 4)** و **(4 1 2 3)** مثلاً هي ثلاث فواصل وعليه يكون مربع طول الخط الفاصل بين طرفي العدد **(1 3 4)** يساوي: $(4-1)^2 + 2^2 = 13$.

والفاصل بين كل من العددين **(1 3)** و **(3 4)** يساوي على التوالي:

$$(3-1)^2 + 1^2 = 5$$

$$(4-3)^2 + 1^2 = 5$$

فيكون الشكل الهندسي للعدد **(1 3 4)** كما يلي:

13

د دن دن

دن دن دن

دن د دن

دن دن د

5 2

ويكون ما يقابله هو العدد (**4 2 1**) وتكاملهما هو (**5555**).

ففي شكل المنحرف التالي:

	4	**2**	**1**	**3**	
3	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**2**
2	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**3**
4	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**1**
1	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**4**
	1	**3**	**4**	**2**	

لو أخذنا أعداد أي وجه من أوجهه الأربعة ومن ذلك مثلاً العدد (**3 1 2 4**)، فمجموع الفواصل فيه يساوي **3**، والفرق بين طرفيه يساوي $4 - 3 = 1$، وعليه فمربع المسافة بينهما يكون $1^2 + 3^2 = 10$ وهو مربع طول الخط الأسفل،

أما مربع طول الخط الأعلى فيكون العدد (**1 2**) يساوي $(2 - 1)^2 + 1^2 = 2$

والخط الأيمن يكون $(3 - 1)^2 + 1^2 = 5$

والخط الأيسر يكون $(4 - 2)^2 + 1^2 = 5$

ويكون مربع كل من قطريه (**3 1 2**) و (**1 2 4**) يساوي

$$(3 - 2)^2 + 2^2 = 5$$

$$(4 - 1)^2 + 2^2 = 13$$

وهي أطوال المنحرف الستة.

ومن ثم يمكن استخراج مساحة الشكل الذي يمثله العدد بعد رسمه هندسياً بدلالات فروق واتجاهات السلب والإيجاب كما سيأتي ذكرها.

والملاحظ أن مربع المسافة التي يمثلها العدد $\begin{matrix} \mathbf{3\ 4\ 2\ 1} \\ \mathbf{2\ 1\ 3\ 4} \end{matrix}$ والعدد $\begin{matrix} \mathbf{3\ 2\ 4\ 1} \\ \mathbf{2\ 3\ 1\ 4} \end{matrix}$ بين طرفي كل منهما يساوي **13.**

وبين طرفي العدد $\begin{matrix} \mathbf{4\ 3\ 2\ 1} \\ \mathbf{1\ 2\ 3\ 4} \end{matrix}$ والعدد $\begin{matrix} \mathbf{4\ 2\ 3\ 1} \\ \mathbf{1\ 3\ 2\ 4} \end{matrix}$ يساوي **18.**

وفي بقية المجاميع يساوي **10.**

مسار العدد

ذكرنا اسلوب استخراج الأبعاد من الأعداد، وأوضحنا بعض حالات السقوط، وفي هذا البحث ندلل على كيفية تعيين أوضاع الأبعاد من حيث اتجاهاتها وشدة ميلانها، ومن ثم استخراج الأشكال الهندسية التي تتألف منها، ومساحة كل منها على ضوء تلك الأوضاع، وذلك عن طريق علامات السلب والإيجاب وفارق العدد المكاني بين طرفي كل بعد منها.

فالعلامة **(-)** تشير إلى وجهة انحدار المسافة نحو اليسار، والعلامة **(+)** تشير إلى وجهة انحدار المسافة نحو اليمين، والفرق بين طرفي المسافة بالعدد يشير إلى فارق الشدة بين الميلان بالخط الفاصل بين الطرفين.

ففي الوحدات المائلة التالية:

1	2	3	4
د	**دن**	**دن**	**دن**
دن	**د**	**دن**	**دن**
دن	**دن**	**د**	**دن**
دن	**دن**	**دن**	**د**

نجد أن الإشارات فيها تشير إلى الأبعاد التي مربع كل منها يساوي **(2، 8، 18)** وتتمثل في **(-1، -2، -3)** على التوالي، وهي تمثل ثلاث مراحل من المسافات المتساوية وإشارة كل منها تساوي **(-1)** أي أن اتجاه الانحدار فيها يكون نحو اليسار.

وبالعكس تنقلب الإشارات من الشكل التالي:

1	2	3	4
د	دن	دن	دن
دن	د	دن	دن
دن	دن	د	دن
دن	دن	دن	د

إلى إشارات إيجاب تعني اتجاه الانحدار نحو اليمين وبنفس الفروق بين الأعداد.

أما في الأبعاد التي مربع كل منها يساوي (**5**، **10**، **13**) فإننا نجد في الشكل التالي:

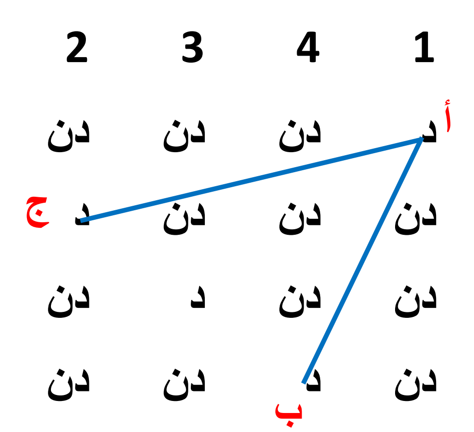
2	1	3
دن	أ د	دن
ج د	دن	دن
دن	دن	د ب

إن مربع المسافة بين كل من (**أ**، **ب**) و (**ج**، **ب**) يساوي **5**. ولكن الفرق بين عددي طرفي (**أ ب**) يساوي **+2** والفرق بين عددي طرفي (**ج ب**) يساوي **+1**، أي باتجاه انحدار كل منهما نحو اليمين مع الفارق في الشدة بين الانحدارين. وكذلك الحال في الشكل التالي:

1	2	4	3
أ د	دن	دن	دن
دن	د	دن	دن
دن	دن	دن	د ب
دن	دن	د ج	دن

حيث نجد أن مربع المسافة بين كل من (**أ، ب**) أو (**أ، ج**) يساوي **13**، لكن الفرق بين عددي طرفي الأول يساوي **+2** وبين طرفي (**أ، ج**) يساوي **+3**، أي أن الانحدار في كل منهما يتجه نحو اليمين مع الفارق في الشدة.

وكذلك الحال في الشكل التالي:



حيث نجد أن مربع المسافة بين كل من (**أ، ب**) و (**أ، ج**) يساوي **10**، ولكن الفرق بين عددي طرفي الأول يساوي **-3** وبين طرفي الثاني يساوي **-1**، أي أن الانحدار يتجه نحو اليسار في كل منهما مع الفارق في الشدة. أمّا في الشكل التالي:

3 1 2 3

دن د دن دن

دن دن د دن

أ **د دن دن د** ب

دن دن دن دن

فإن الاتجاه بين المسافة (**أ، ب**) يكون أفقياً دون أي انحدار لعدم وجود الفرق بين عددي طرفيها وبالتالي عدم وجود السلب أو الإيجاب بين الطرفين.

فمن هذه الاختلافات بين السلب والإيجاب، والفروق بين طرفي المكان، وبين مربعات الأعداد يتألف الشكل الهندسي.

وعلى هذا الأساس نجد جميع أبعاد الخط تتجه إلى جهة واحدة في ميلانها، بينما نجد بعداً واحداً في كل من المعين والمنشور يتجه إلى جهة واحدة، وإن بعدين في كل من المنحرف والمستطيل يتجهان وجهة واحدة وأن ثلاثة منها في كل من المربع والمثلث تتجه وجهة واحدة. ويمكن معرفة ذلك من الأعداد قبل رسم الأشكال والأبعاد، والمثال على ذلك العدد **3 1 2 4**:

فالمسافة $(3 - 1)^2 + 1^2 = 5$ متجهاً نحو اليمين

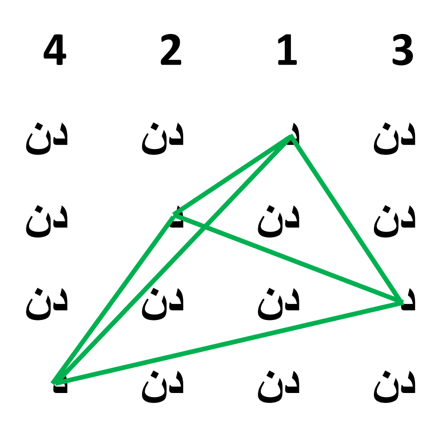
والمسافة $(3 - 2)^2 + 2^2 = 5$ متجهاً نحو اليمين

والمسافة $(2 - 4)^2 + 1^2 = 5$ متجهاً نحو اليسار

والمسافة $(1 - 2)^2 + 1^2 = 2$ متجهاً نحو اليسار

والمسافة $(3 - 4)^2 + 3^2 = 10$ متجهاً نحو اليسار

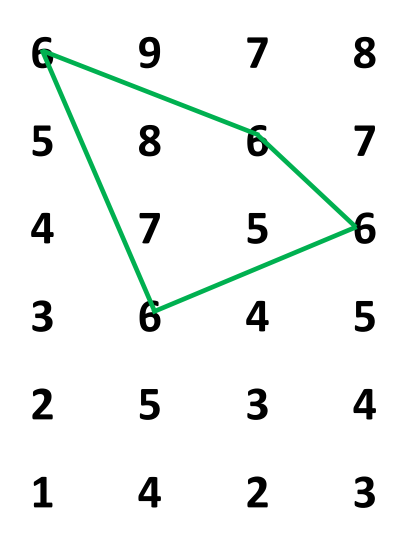
والمسافة $(1 - 4)^2 + 2^2 = 13$ متجهاً نحو اليسار



وهو يمثل شكل المنحرف

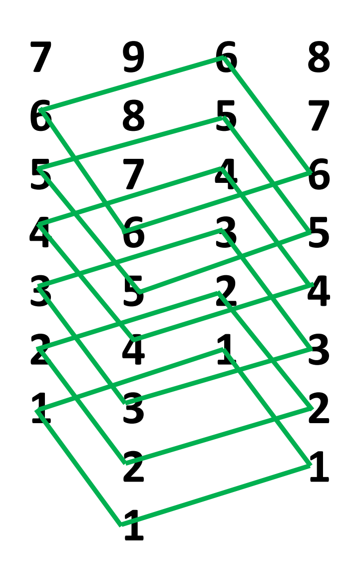
تجسيم العدد وهندسة الإشارات

لو حولنا الدندنة العددية إلى أرقام عينية، فأخذنا العدد **8 7 9 6** مثلاً، وأنقصنا منه الأعداد **1 1 1 1** في كل مرة على التوالي، فيكون ترسيم هذه الأعداد سوية كما يلي:



فالشكل الهندسي فيه يمثل المتمثل بشبه المنحرف الموصول بين الأعداد الأربعة (**6، 6، 6، 6**) سيكون هو نفسه على وجه التكرار بين كل أربعة أعداد متماثلة من الأعداد الأربعة (**8 7 9 6**) فما دون كما هو ظاهر بين الأعداد (**5، 5، 5، 5**) و (**4، 4، 4، 4**).

وعليه لو أخذنا العدد **8 6 9 7** الذي يمثل شكل المربع، ورسمناه بنفس الطريقة كما يلي:



بحيث تبقى نفس الفروق بين الأرقام المتتالية، نجد أنه يمكن معرفة أطوال الشكل ومساحته في شكل هندسي كامل، وهكذا تتجسم أشكال العدد.

وفي هذا التجسيم بين نسب الأعداد الأربعة (**1**، **2**، **3**، **4**) المختلفة وما يماثلها في الفروق بين الأعداد المتتالية لها، ما يدلل على تمثيل هذه الأعداد الأربعة لبقية كل الأعداد والنسب التي تليها.

وعلى هذا الأساس وحيث أن الأرقام التي تحمل مواصفاتها الحسابية والهندسية كما اتضح ذلك، فيمكن إذن التعبير عن المجاميع الرياضية بالأرقام على سبيل الحصر بدلاً من الدندنة دون أن تكون بديلاً عنها، كأساس جامع عام كما يلي في شكل خط المستقيم التالي:

د دن دن دن	**4 3 2 1**
دن د دن دن	**3 2 1**
دن دن د دن	**2 1**
دن دن دن د	**1**

وكما يلي في شكل المنحرف بأوجهه الأربعة:

دن	د	دن	دن
دن	دن	دن	د
دن	دن	د	دن
د	دن	دن	دن

فالوجه **3 1 2 4** يكون:

4	**2**	**1**	**3**
3	**1**		**2**
2			**1**
1			

فالعدد **1** يمثل المنحرف وكذلك في الوجه **2 4 3 1** حيث يمثل نفس الشكل كما يلي:

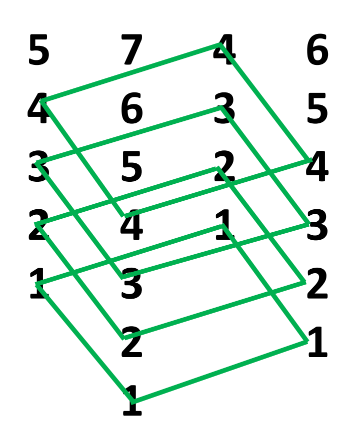
1	**3**	**4**	**2**
	2	**3**	**1**
	1	**2**	
		1	

مقلوباً وهكذا بالنسبة للوجهين الآخرين وأوجه التسلسلات الأخرى للمجاميع.

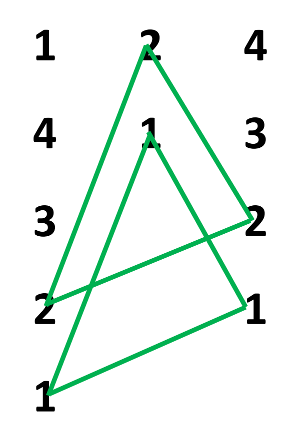
ولو أردنا تجسيم شكل المجموعة بزيادة عدد واحد على كل عدد من أعدادها الأربعة لكان في المربع مثلاً **3 1 4 2** كما يلي:

2	4	1	3
1	3		2
	2		1
	1		

فبالزيادات المتسلسلة يكون مثلاً:



وإذا أردنا رسم زاوية قائمة في مثلث متساوي الضلعين أخذنا العدد **3 1 4** أو **2 4 1** مثلاً فيكون الشكل كما يلي بالزيادات عليه:

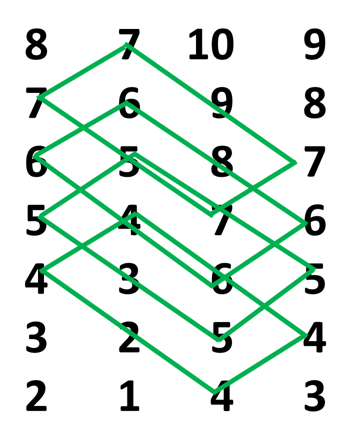


ومما مر يمكن الاستدلال على أن إشارة

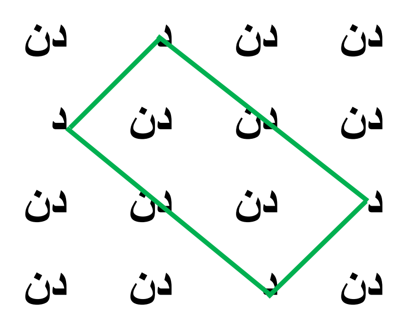
2 4 1 3 = 2+ 3- 2+

أو **-2 +3 -2 = 2 4 1 3**

أو **6 4 7 5** ترمز إلى المربع و **+1 +1 -3** ترمز إلى المثلث و **+1 +1 +1** ترمز إلى الخط، وهكذا بالنسبة للمجسمات. ومن ذلك نستدل أن إشارات السلب والإيجاب يمكن أن تتضمن مواصفات الجسم المراد إنشاؤه أو تركيبه، فالإشارات **-1 +3 -1** مثلاً تدلنا على أن الجسم الذي يبنى عليها يكون مستطيل الطوابق من القاعدة إلى الارتفاع. وعليه لو أخذنا العدد الذي يعادل هذه الإشارات كالعدد **6 7 4 5** مثلاً، وأردنا تركيب جسما ما وفاقاً له على عدة طوابق فعلينا أن نضيف إلى كل من الأعداد الأربعة عدداً واحداً على التوالي أو أن ننقص منها عدداً واحداً على التوالي كما يلي:



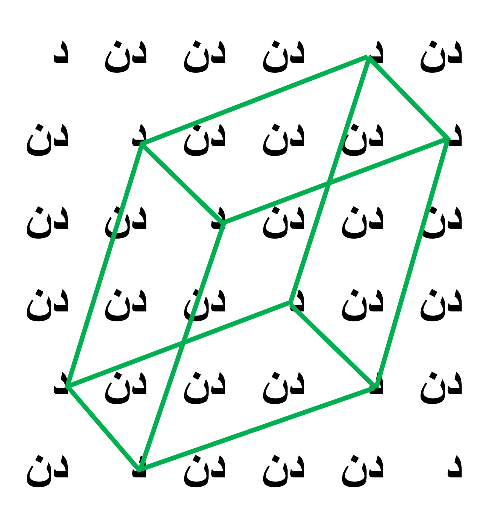
فتكون قاعدة التركيب تمثل العدد **3 4 1 2**



وهي معروفة المساحة والأبعاد.

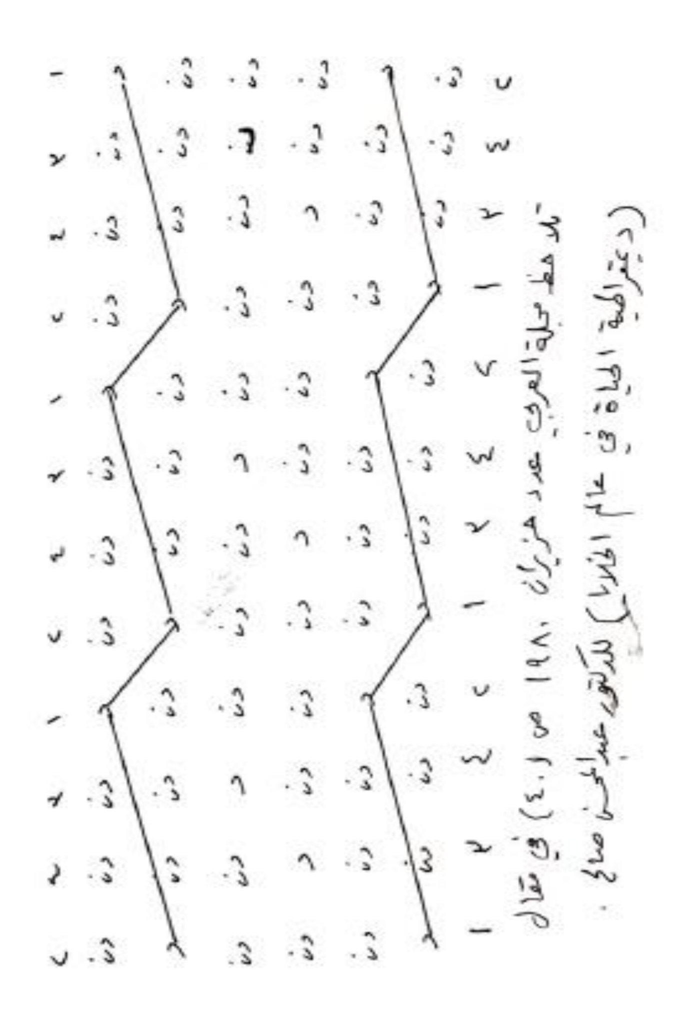
وبذلك نكون قد حصلنا على هندسة هيكل هذا البناء من هذه الإشارات الثلاث.

ويمكن إضافة أي شكل آخر إلى أعلى الترتيب أو إلى قاعدته كالشكل التالي مثلاً:



بين الخاص والعام

ذكرنا فيما سبق أن دائرة الوحدة الأم هي القانون العام أو المخزن الجامع لنسب المقولات الرياضية لوحدة الموسيقى والشعر واللغات، وعن طريقها تتألف البنى الرياضية ومجاميعها، بالإضافة إلى المربعات الكاملة والمائلة وتنوعاتها المتعددة...الخ. وفيما يلي نسرد بعض أنواع البنى الأخرى الدالة على مثل هذا التعدد إضافة لما سبق ذكره من أنواع تتعلق بالزمان أو المكان، والمنطق أو الهندسة، أو بالموازين والمقاييس. ففي البنية التالية مثلاً التي توضح الحياة في عالم الخلايا:



نجد أن هذا الشكل ينجم عن اجتماع وجهي النسبة التأليفية (**1 3 4 2 1 3 4**) الخ و (**2 4 3 1 2 4 3**) الخ على وجه التقابل والتكرار، حيث تظهر النسبة الموسيقية (**4 2 3 1 4 2 3**) بينهما في وسط الشكل.

كما نجد أن كلاً من المقولات الأفقية من الشكل تتكرر على وزن (**د دن دن دن**) أو على وزن (**دن دن دن د**) أو على وزن (**دن د دن دن**) أو على وزن (**دن دن د دن**) على التعاقب. فتتوضح العلاقات بين مختلف الأشياء على وجه التجريد.

أما في البنية التالية:

2	دن	د	دن	دن	د	دن	دن	دن	4
4	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	1
3	دن	دن	د	دن	دن	د	دن	دن	3
1	د	دن	دن	دن	دن	دن	د	دن	2
2	دن	د	دن	دن	دن	دن	دن	د	1
3	دن	دن	د	دن	دن	د	دن	دن	3
1	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	4
4	دن	دن	دن	د	دن	دن	د	دن	2

(*يلاحظ شبيه هذا الشكل في كتاب "The Ascent of Man" للمؤلف J. Bronowski ص 161*)

فالمربع الخارجي يمثل نسبة فيثاغورس $3^2 + 4^2 = 5^2$

والمربع الداخلي يمثل النسبة $2^2 + 3^2 = 13$

أما في الشكل التالي الذي يؤول إلى النسب التالية:

3	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	**2**
1	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	**4**
4	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	**1**
2	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	**3**
3	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	**2**
1	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	**4**
4	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	**1**
2	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	**3**

فالمربع الأصغر = $2^2 + 1^2 = 5$

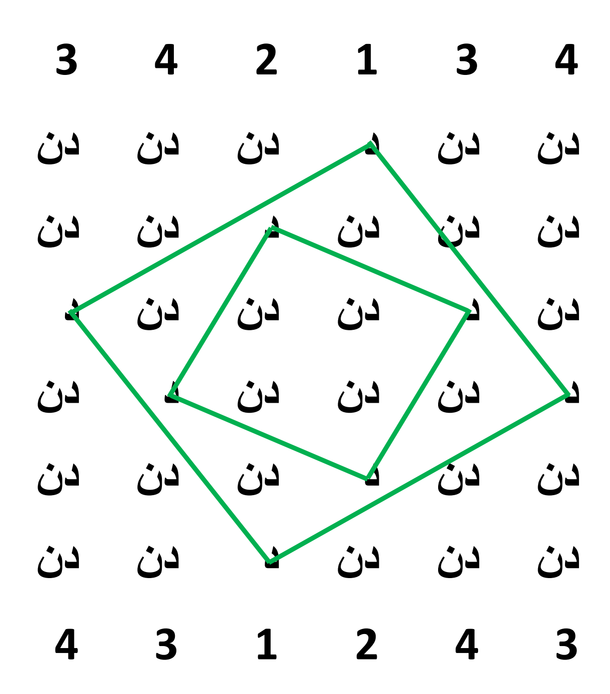
والمربع الأوسط = $2^2 + 3^2 = 13$

والمربع الثالث = $2^2 + 5^2 = 29$

والمربع الرابع = $6^2 + 1^2 = 37$

كما يمكن الجمع بين المساحات **5**، **17**، **25**، **37**، **45** و **65** في بنية أخرى.

وتكون البنية الأساسية كما في النسبة التالية:

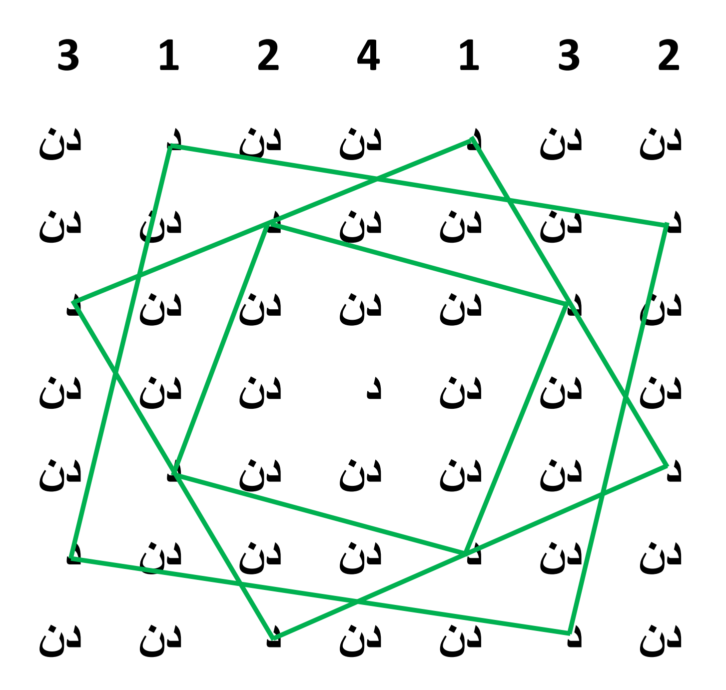


الناجمة في الأساس عن اجتماع وجهي النسبة التأليفية حيث تبدو النسبة الموسيقية وسط الشكل.

فالمربع الداخلي ومساحته **$1^2 + 2^2 = 5$**،

والمربع الخارجي مساحته **$2^2 + 3^2 = 13$**

أما إذا تألفت هذه البنية على المساحات الزوجية للمربعات الكاملة والمائلة فستكون من حيث الأساس كما يلي:



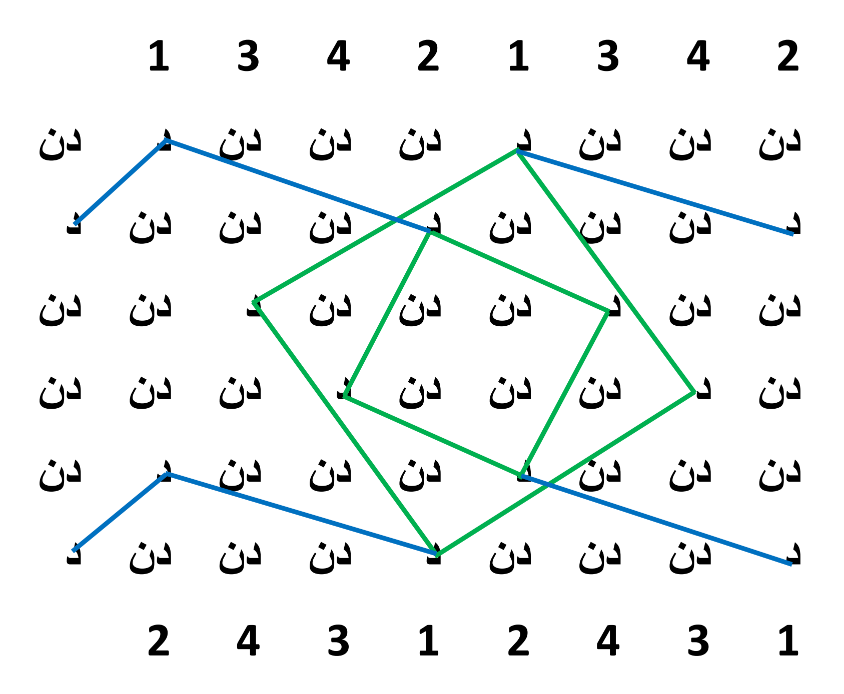
فنسبة المربع الداخلي $3^2 + 1^2 = 10$

ونسبة المربع الثاني $2^2 + 4^2 = 20$

ونسبة المربع الثالث $5^2 + 1^2 = 26$

ويمكن الزيادة على هذه المربعات بنسب لا تتعارض مع الانسجام القائم في أوزان دائرة كل محيط من دوائر العروض.

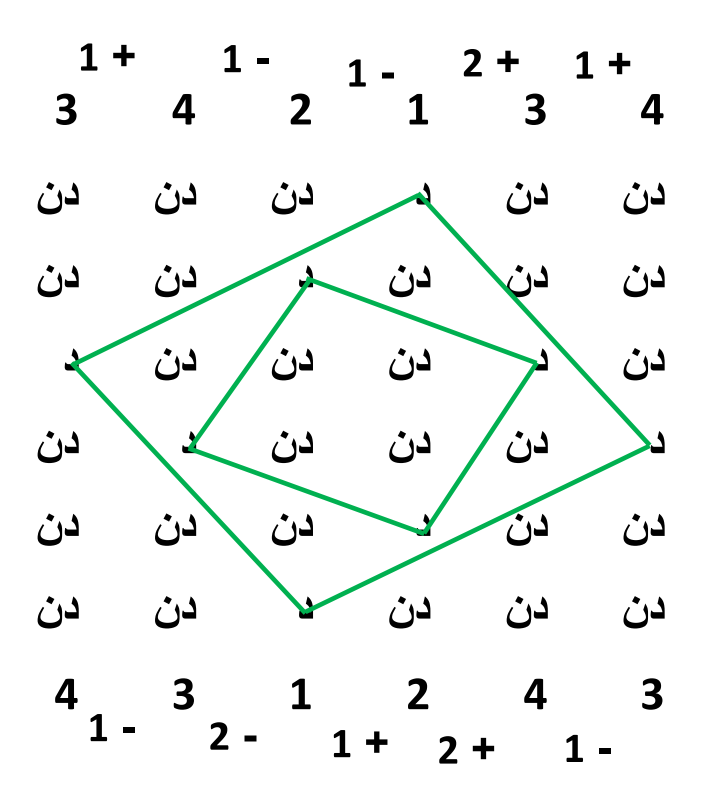
ونحن إذا دققنا الشكل التالي المشار الى شبيه المنشور في مجلة العربي على وجه التقريب:



نجد أنه يتكون من نفس البنية التي تضم المربعين ($1^2 + 2^2 = 5$) و ($2^2 + 3^2 = 13$) على وجه التكرار حيث تقع البنية الموسيقية بين وجهي النسبة التأليفية المتعاكسين على التقابل، وأنه من تراكيب البنية الرياضية بنقصان النسبة الترتيبية المتتالية من كل وجهيه المتقابلين، مما قد يدل على بعض المعاني المترابطة الأهداف سيما وأن السلب والإيجاب يتناوب بينها إضافة إلى التعارض والتوافق بينهما وبين وسطهما بالشكل المتوازن بين المقادير.

وحيث يلاحظ أن هذا المربع يضم النسبة التامة التأليفية المكونة من **4 2 1 3 4 / 1 3 4 2 1** أو من **3 4 2 1 3 / 2 4 3 1 2** فتسلسل المربع هو **3 4 2 1 3 4 / 2 1 3 4 2 1**

أمّا من الوجه المقابل فتسلسله هو **4 3 1 2 4 3 / 1 2 4 3 1 2** مما يضفي على هذا التنظيم معنى التأليف الموسيقي المنسجم، فهو مؤلف من أربعة أشكال للمنشور، يظهر وسطها المربع كما يلي من حيث الشكل والتسلسل والسلب والإيجاب في حدّيه:



مما يلوح لي معه أن المواصلة في هذا الموضوع ستكشف ما خلف هذا التنظيم من قوانين لا حد لها بين التعداد، ذلك أن هذه البنى يمكن تغييرها إلى أصناف، وفاقاً لنوع الفئة التي تتبعها في تنظيمها، فمن ذلك مثلاً أننا لو وضعنا الشكل السابق على نظام تسلسل الفئة العددية المتتالية **(1 2 3 4 1 2 3 4)** كما يلي:

2 1 4 3 2 1 4 3 2

دن دن دن د دن دن دن د دن

د دن دن دن د دن دن دن د

دن د دن دن دن د دن دن دن

دن دن د دن دن دن د دن دن

دن دن دن د دن دن دن د دن

د دن دن دن د دن دن دن د

لوجدنا الشبه بين هذا الشكل والشكل السابق

دن دن دن د دن دن دن د دن

د دن دن دن د دن دن دن د

دن دن دن د دن دن دن د دن

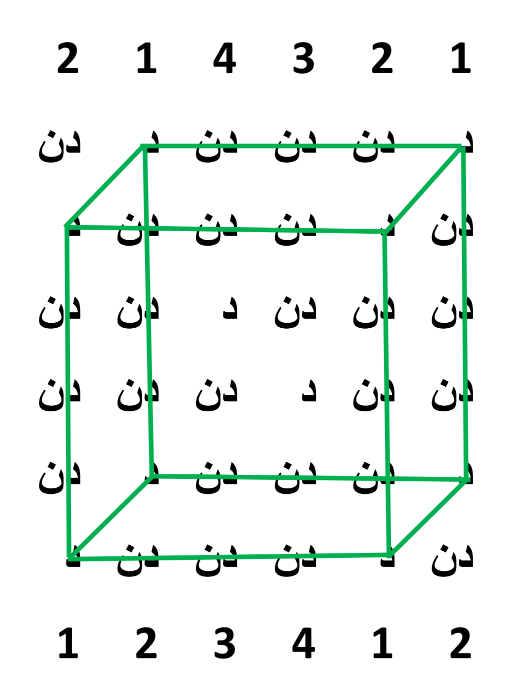
دن د دن دن دن د دن دن دن

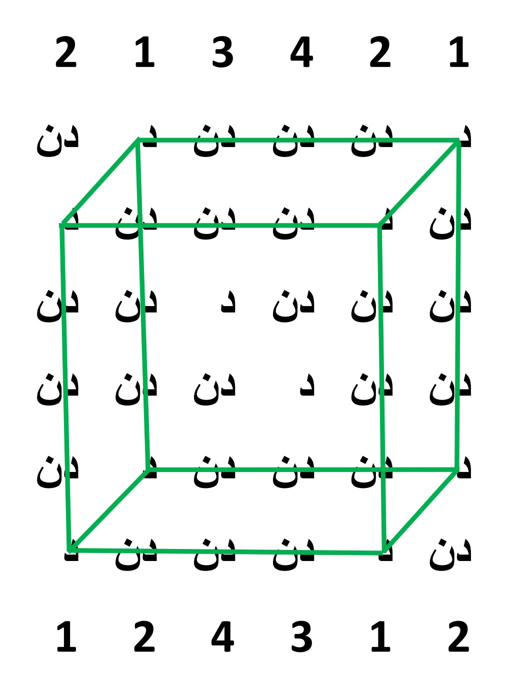
دن دن دن د دن دن دن د دن

د دن دن دن د دن دن دن د

1 3 4 2 1 3 4 2 1

لكن هندسة هذا الشكل بنيت على نظام المستطيل والمثلث والخط فاختلف السلب والإيجاب، ونظام الكثير من العلاقات بين الشكلين المتشابهين مما يستدعي الكثير من التمحيص والمناهج التجريبية، فمن نظرة إلى الشكلين التاليين المقتطعين من كل من الشكلين السابقين المنتميين إلى فئتين مختلفتين من الأعداد والأبعاد والأشكال الهندسية نجد الشبه الظاهر بينهما في ملامحهما العامة مما يحجب هذه الاختلافات.


2 1 4 3 2 1
د دن دن دن د دن
دن د دن دن دن د
دن دن دن د دن دن
دن دن د دن دن دن
د دن دن دن د دن
دن د دن دن دن د
1 2 3 4 1 2


2 1 3 4 2 1
د دن دن دن د دن
دن د دن دن دن د
دن دن دن د دن دن
دن دن د دن دن دن
د دن دن دن د دن
دن د دن دن دن د
1 2 4 3 1 2

منطق المفارقات

من المفارقات المنطقية التي تفرزها المجاميع الرياضية هو اجتماع التساوي والاختلاف في الشيء الواحد على صعيد القيم المتعددة فمن ذلك مثلاً نجد في الشكل التالي:

3	1		
دن	د	دن	دن
دن	دن	دن	د
د	دن	دن	دن
دن	دن	د	دن
		1	3

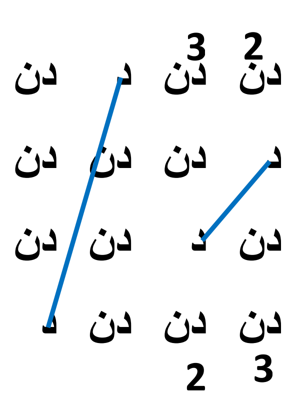
إن العدد **13** لا يساوي العدد **31** لأن الثاني أكبر بمقدار **18**، وإنه مغاير للثاني من حيث الاتجاه. وإن الأول موجب (**+2**) والثاني سالب (**-2**). لكن الشكل الناجم عن الأول يساوي الشكل الناجم عن الثاني في الطول والاتجاه.

أمّا في الشكل التالي:

3	1		
دن	د	دن	دن
دن	دن	د	دن
د	دن	دن	دن
دن	دن	دن	د
		3	1

فإن العدد **13** يساوي العدد **13** في القيمة والاتجاه والإيجاب (**+2**) ولكن الشكل الناجم عن الأول يختلف عن الشكل الناجم عن الثاني ولا يساويه من حيث الاتجاه.

أمّا في الشكل التالي المقلوب للشكل السابق:



فنجد أن العدد **32** يختلف عن العدد **23** في القيمة والاتجاه والسلب والإيجاب. ولكن الشكل الناجم عن العدد الأول هو نفس الشكل الناجم عن العدد الثاني ولا فرق بين العددين من حيث الناتج الهندسي بينهما.

وهناك مفارقات عديدة بين المجاميع بالنسبة لاشتراكها في بعض المواصفات واختلافها في مواصفات أخرى تشترك فيها مع مجاميع أخر بالنسبة للقيم العددية أو القياسات الهندسية كما مر بنا بعضها.

ولذلك كان منطق المجاميع الموسيقية الأقل معنى أعمّ دلالة من المنطق الرمزي أو العيني الأكثر وضوحاً وأقل تعميماً وتعدداً في منطق القيم.

برهنة التكامل بين الأعداد

إذا رسمنا المثلث التالي:

4	**1**	**2**	**3**
دن	**د**	**دن**	**دن**
دن	**دن**	**د**	**دن**
دن	**دن**	**دن**	**د**
د	**دن**	**دن**	**دن**
1	**4**	**3**	**2**

نجد أن العدد (**4123**) يساوي العدد (**1432**) من الناحية الهندسية، ويكون مكملاً له من الناحية العددية بالناتج (**5555**).

وللبرهنة على صحة ذلك نرسم كلاً من العددين بأولياته كما يلي وفقاً لاتجاه كل منهما من الأعلى إلى الأسفل أو بالعكس.

	1				**4**	**1**	**2**	**3**
	2	**1**			**3**		**1**	**2**
	3	**2**	**1**		**2**			**1**
1	**4**	**3**	**2**		**1**			

فنجد أن المثلث المؤلف من الآحاد الأربعة يكون واحداً من حيث الشكل والهيئة في كل من العددين، بحيث يكَمّل أحدهما الآخر.

أمّا إذا رسمنا المثلث التالي وجعلنا النقرة الثقيلة (**دنَ**) فيه بمثابة النقرة الصامتة (**د**) وكما يلي:

3 2 1 4

دن دن دنَ دن

دن دنَ دن دن

دنَ دن دن دن

دن دن دن دنَ

ثم جمعنا بين هذا المثلث والمثلث الأصلي المستند على النقرة الصامتة (**د**) على وجه الانسجام وكما يلي:

د دن دنَ دن

دن دنَ دن د

دنَ دن د دن

دن د دن دنَ

فسيكون عدد وجهي المثلث المتقابلين الذي يضم النقرة (**دنَ**) يساوي

$\frac{4123}{1432}$ بينما يكون عدد وجهي المثلث المتقابلين الذي يضم النقرة (**د**)

يساوي $\frac{2341}{3214}$ ، فوجه كل منهما لا يكَمِّل الوجه الآخر من الثاني.

وللبرهنة على ذلك نرسم كلاً من وجهي هذين العددين كما يلي حسب الاتجاه من الأعلى إلى الأسفل وبالعكس:

			1	**2**	**3**	**4**	**1**
1			**2**	**1**	**2**	**3**	
2	**1**		**3**		**1**	**2**	
3	**2**	**1**	**4**			**1**	

بالنسبة للثاني، والرسم التالي:

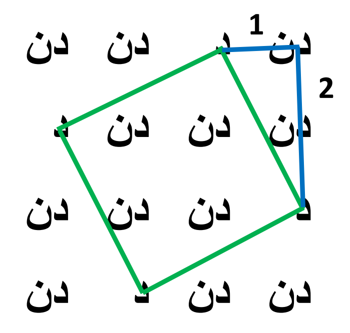
	1				**4**	**1**	**2**	**3**
	2	**1**			**3**		**1**	**2**
	3	**2**	**1**		**2**			**1**
1	**4**	**3**	**2**		**1**			

بالنسبة للأول حيث نجد الاختلاف في الاتجاه بين وجهي كل منهما فلا تكامل بين المثلثين.

وبهاتين الطريقتين، طريقة الصورة المخيلة والاسقاط بين الأصل والصورة يمكن البرهنة على صحة قياسات كل منهما من حيث الأضلاع والمساحة والتكامل كما هو بالنسبة للمجاميع الرياضية الأخرى.

ماهيّة مربع فرق الضلعين

من المجموعة الرياضية (**2413**) التي يمثلها المربع المقام على وتر القائمة التي طول كل من ضلعيها يساوي (**1**، **2**):



حصلنا على برهان ما يلي، كما مرّ سابقاً، (*إن ضعف حاصل ضرب ضلعي القائمة زائداً مربع الفرق بينهما يساوي مساحة المربع المقام على وترها*)، وهو يحتوي على مثلث واحد.

ومن مضاعفات هذه المجموعة بمربعاتها الفردية الكاملة على وجه التوالي كما مرّ بنا في المربعات الموسيقية الفردية الكاملة نبرهن ما يلي:

أ –*إن كل مربع كامل لابد أن يتضمن من المثلثات القائمة ما يساوي عدد المربعات الكاملة التي تقع داخله.*

ب – *مربع الفرق بين ضلعي كل مثلث قائم يساوي أحد المربعات الكاملة الواقعة داخل مربعه الكامل.* أيّ أن مربع الفرق بين ضلعي القائمة يساوي مربعاً كاملاً.

ففي المربع الكامل للمجموعة التي مساحتها **9** وحدات قياسية يكون مربع الفرق بين ضلعي مثلثها القائم يساوي $(2 - 1)^2 = 1$

وفي المربع الكامل الذي يليه تكون المساحة **25** وحدة ويضم مثلثين قائمين يكون مربع الفرق بين ضلعي كل منهما كما يلي:

$$(3 - 2)^2 = 1$$

$$(4 - 1)^2 = 9$$

والمربع التالي له تكون مساحته **49** وحدة، ويضم ثلاث مثلثات قائمة، يكون مربع الفرق بين ضلعي كل منهما كما يلي:

$$(4 - 3)^2 = 1$$

$$(5 - 2)^2 = 9$$

$$(6 - 1)^2 = 25$$

والمربع الذي يليه تكون مساحته **81** وحدة، ويضم أربع مثلثات قائمة، يكون مربع الفرق بين ضلعي كل منها كما يلي:

$$(5 - 4)^2 = 1$$

$$(6 - 3)^2 = 9$$

$$(7 - 2)^2 = 25$$

$$(8 - 1)^2 = 49$$

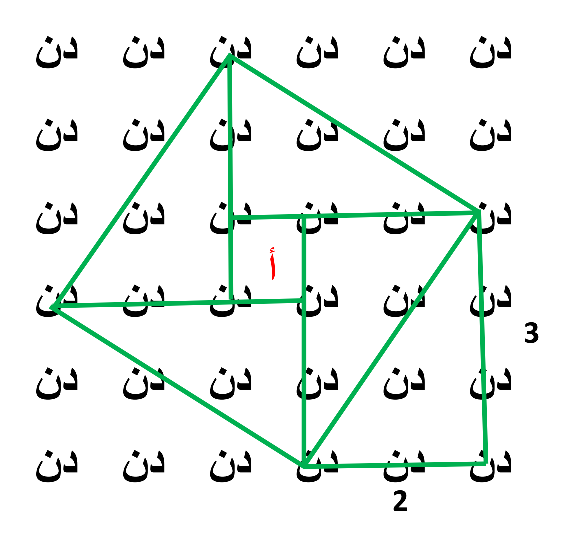
وهكذا تستمر مضاعفة المثلثات بعدد المربعات الكاملة تسبق مربعه الكامل، وبحيث يكون مربع الفرق بين ضلعي كل منهما مساوياً لأحدهما. وكذلك الأمر بالنسبة للمربعات الكاملة الزوجية مع فارق النسبة الزوجية.

وعلى ذلك يكون مربع الفرق بين ضلعي القائمة فردياً إذا كان المربع الكامل فردي العدد وزوجياً إذا كان المربع الكامل زوجي العدد.

وهذا ما توضحه المجاميع الموسيقية السابقة والتي يستدل منها على أن المربعات المنشأة على أوتار المثلثات القائمة من المجموعة الزوجية تحتوي على مضاعفات المربعات المنشأة على أوتار المثلثات القائمة من المجموعة الفردية، حيث يكون مجموع مربع ضلعي كل من هذه المثلثات كما يلي:

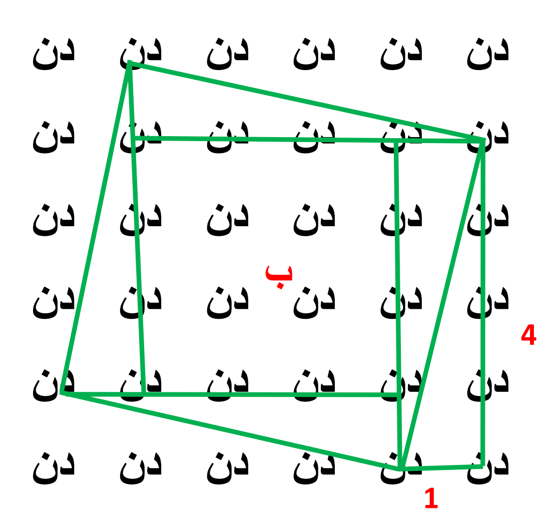
المجموعة الفردية	المجموعة الزوجية
$5 = 1^2 + 2^2$	$10 = 1^2 + 3^2$
$13 = 2^2 + 3^2$	$26 = 1^2 + 5^2$
$17 = 1^2 + 4^2$	$34 = 3^2 + 5^2$
$25 = 3^2 + 4^2$	$50 = 1^2 + 7^2$
$29 = 2^2 + 5^2$	$58 = 3^2 + 7^2$

وعليه ففي المربع الكامل الذي طول ضلعه يساوي **5** وحدات كما يلي:



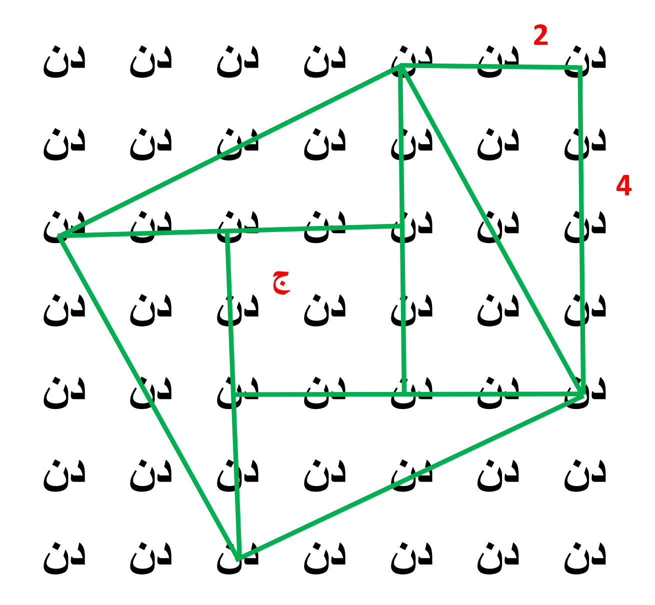
يكون مربع فرق ضلعي القائمة التي طول كل من ضلعيها (**3**، **2**) يساوي المربع (أ) الكائن في وسط المربع المائل.

ومن الشكل التالي لهذا المربع الكامل:



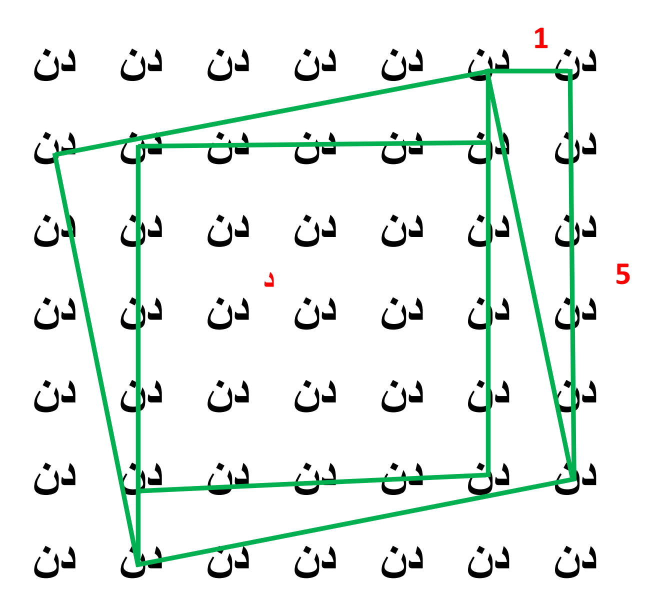
يكون مربع فرق ضلعي القائمة التي طول كل من ضلعيها (**4**، **1**) يساوي المربع(**ب**) الكائن في وسط المربع المائل.

أمّا في المربع الكامل الذي طول ضلعه يساوي **6** كما يلي:



يكون مربع ضلعي القائمة التي طول كل من ضلعيها (**2**، **4**) يساوي المربع (**ج**) الكائن في وسط المربع المائل.

ومن الشكل التالي لهذا المربع الكامل:



يكون مربع ضلعي القائمة التي طول كل من ضلعيها (**5**، **1**) يساوي المربع (**د**) الكائن في وسط المربع المائل، والذي مساحته تساوي **16** وحدة قياسية.

كما نستنتج من مربع الفرق بين ضلعي القائمة الذي يظهر كل مرة وسط مربع قطرها، أهمية هذا العدد من الوحدات في معرفة نسبة قطر مربعٍ ما إلى مربعات الأقطار الأخرى. فمن ذلك مثلاً نجد أن الفرق بين المربع المنشأ على قطر المستطيل الذي طول كلّ من ضلعيه (**1**، **6**) وبين المربع المنشأ على قطر المستطيل الذي طول كلّ ضلعيه (**2**، **3**) هو نفس الفرق بين مربعي فرق طول ضلعي كل منهما، ذلك لأن مساحة كل منهما متساوية وهي ست وحدات. وعليه فإن ضعف مساحة كل من المستطيلين زائداً مربع الفرق بين طول كل من ضلعيهما تكون:

37 = 25 + 12

$$13 = 1 + 12$$

فالفرق بينهما هو $5^2 – 1^2 = 24$.

وبالعكس، إذا كان الفرق بين طول كل من ضلعيها متساوياً، كان الفرق بين مربعي قطريهما يساوي الفرق بين ضعف مساحة كل منهما.

ومن ذلك مثلاً، إذا كان طول كل من ضلعي أحدهما (**1**، **2**) وطول كل من ضلعي الآخر (**3**، **2**) فمساحة الأول ثلث مساحة الثاني، وبإضافة الفرق بين مربع كل من الضلعين وهو $(1)^2$ تكون مساحة الأول $4 + 1^2 = 5$ ومساحة الثاني $12 + 1^2 = 13$ فالفرق بينهما هو نفس الفرق بين ضعفي مساحة كل منهما $12 – 4 = 8$.

وبنفس الطريقة تُعرف نِسَب المربعات الأخر بدليل معرفة فرق ضعف المساحة بينهما زائداً مربع فرق كل من ضلعيهما، كما تعرف نِسَب مساحات المربع الكامل بعضها إلى بعض، وبالتالي معرفة نسب كل المربعات المحيطة ببعضها عن طريق نفس النسبتين، وعليه مثلاً:

إن المربع الكامل لكل من المثلثات التي طول كل من ضلعي كل منها (**1**، **6**) (**3**، **4**) (**2**، **5**) تكون كما يلي على التوالي:

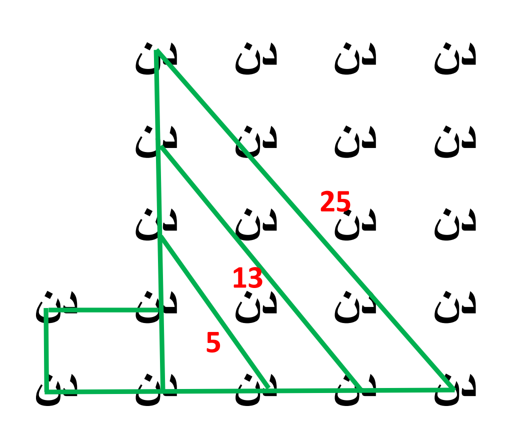
$$49 = 12 + 25 + 12$$

$$49 = 24 + 1 + 24$$

$$49 = 20 + 9 + 20$$

أيّ مجموع ضعف المساحة زائداً مربع فرق الضلعين.

ولملاحظة علاقة مربع فرق الضلعين بالمثلثات التي يتساوى فيها الفرق بين طول ضلعي كل منهما نورد الشكل التالي:



حيث نجد أن مربع فرق الضلعين للمثلثات التالية:

$$3^2 + 4^2 = 25$$

$$2^2 + 3^2 = 13$$

$$2^2 + 1^2 = 5$$

يساوي وحدة واحدة تتمثل في المربع الكائن يسار الشكل.

لغة الإشارات

مما توصلنا إليه من قواعد السلب والإيجاب والعلاقات بين الأعداد والأرقام وإشارات السلب والإيجاب نتوصل إلى إمكانية استعمال البنية كجهاز آلي يمثل النظام الإشاري الشامل لتوضيح المفاهيم المطلوبة منه، وعلى سبيل المثال لو حوّلنا البنية الرياضية التالية:

	1	3	2	4	1	3	2	
1	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	3
3	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	1
2	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	2
4	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	4
1	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	3
2	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	2
2	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	1
	3	2	1	4	3	2	1	

إلى لغة الأرقام، فسنقرأ هذه البنية بأشكال متعددة، منها الشكل الأفقي، من الأسفل إلى الأعلى كما يلي مثلاً:

4   2   3   1   4   2   3

1   3   4   2   1   3   4

2   1   5   3   2   1   5

3   2   1   4   3   2   1

وبلغة الإشارات تكون، من اليمين إلى اليسار، كما يلي:

2- 1+   2- 3+   2- 1+

2+ 1+   2-   1- 2+ 1+

1- 4+   2-   1-   1- 4+

1-   1- 3+   1-   1-   1-

أي على تناوب السلب والإيجاب مرة أو على تناوب إشارتين أو ثلاث إشارات بعد واحدة...الخ.

أما قراءة الشكل من الأعلى إلى أسفل فتكون كما يلي:

1   3   2   4   1   3   2

4   2   1   3   4   2   1

3   1   5   2   3   1   5

2   3   4   1   2   3   4

وبلغة الإشارات تكون كما يلي:

2+ 1- 2+ 3- 2+ 1-

2- 1- 2- 1+ 2- 1-

2- 4+ 3- 1+ 2- 4+

1+ 1+ 3- 1+ 1+ 1+

أما قراءة الشكل العمودي للبنية من اليمين إلى اليسار فتكون كما يلي:

4 1 2 3

2 3 4 1

3 4 1 2

1 2 3 4

4 1 2 3

3 4 1 2

2 3 4 1

وتكون كما يلي عمودياً:

2+ 2- 2- 2+

1- 1- 3+ 1-

2+ 2+ 2- 2-

3- 1- 1+ 1+

1+ 3- 1+ 1+

1+ 1+ 3- 1+

وبقراءة الشكل من اليسار إلى اليمين تكون الأرقام كما يلي:

1 4 3 2

3 2 1 4

2 1 4 3

4 3 2 1

1 4 3 2

2 1 4 3

3 2 1 4

وهكذا تتم القراءات الأخرى وتحوّلاتها إلى الأنظمة الإشارية التي توجد بينها وبين مدلولاتها. وعليه فإن الإشارات:

1+ 3- 2+ 1- 2+ 3- تساوي **3 1 4 2 3 1 4**

وتمثل المربع والمعين والمنحرف...الخ من المعلومات الأخرى التي يمكن الحصول على تجسيمها بطريق الرمز **(دن)** والرمز **(د)**، أو بطريق الرمز **(1 0)** أو الرمز **(0)**.

تطبيقات في لغة الإشارات

إذا كانت الحروف التالية مرقمة كما يلي حسب المتفق عليه:

أ	ب	ج	د	ه	و	ز	ح	ط	ي
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

وأردنا معرفة ما تقصده الإشارات التالية:

(1) -1 -4 +3 -5 +7 -8 -1 +8 -1 -1 +3

فالعدد (**1**) من أول الإشارات يشير إلى رقم الحرف الذي تبدأ به الجملة ذات المغزى المقصود، وعليه فإن أرقام حروف هذه الإشارات تكون كما يلي:

1 2 6 3 8 1 9 10 2 3 4 1 وتساوي بالحروف أعلاه:

أ ب و ج ح أ ط ي ب ج د أ أي (أبو جحا طيب جداً).

أمّا إذا وضعنا العدد (**2**) رقم الحرف (**ب**) أمام هذه الإشارات فستكون أرقام الحروف التي تتألف منها الجملة كما يلي:

2 3 7 4 9 2 10 11 3 4 5 2 وسيتغير معنى الجملة المقصودة إلى معنى آخر غير المقصود، أو إلى حروف رمزية غير مفهومة.

ولو أردنا معرفة مدلول الإشارات التالية:

(3) -1 +3 -1 -8 +7 -5 +7 -3 -6 +8

فسيكون العدد (**3**) في أول الإشارات ممثلاً للحرف (**ج**) فتتحول هذه الإشارات إلى الأعداد التالية:

3 4 1 2 10 3 8 1 1 4 10 2 وتساوي بالحروف:

ج د أ ب ي ج ح أ أ د ي ب أي (جد أبي جحا أديب).

ولما كان القانون الإشاري يستند من حيث الأساس إلى أنظمة ثلاث كما مر بنا، فيمكن إذن أن يستغل مفهومه في مهمة التخاطب مع الأكوان التي قد تفهم هذا المغزى مهما كانت اللغة التي تتكلمها، وإلاّ كانت لغة الإشارات مختلفة عما لدينا من هذه الأنظمة، وفي هذه الحالة سيكون الأحرى بنا أن نغيّر أو نعدّل من هذه الأنظمة حتى استماع الإجابة المتناسبة، وكما يلي على سبيل المثال:

(+ + + - - - + + +) أو **(+ + - - - + + - - -)** مع تغيير الأعداد التي تقع بين الإشارات السالبة والموجبة بما يتلاءم مع ما لديها من أعداد أو إشارات قد يكشف عنها تكرار هذه المحاولات.

وحيث ثبت لدينا أن النظام الذي قامت عليه الدندنة في البنية الرياضية الموحدة، يمكن أن يمنحنا المعلومات المتعلقة بالأعداد الأربعة **(1، 2، 3، 4)** أو الأحرف الأبجدية **(أ، ب، ج، د)** أو لغة الإشارات **(-1، +2، -3)** والتي من خلالها يمكن الإحاطة بمعرفة الأشكال الهندسية ومجالاتها الموحدة ومربع المسافات مع منطق الشكل ومساحته وزواياه وأضلاعه ودرجة ووجهة انحدارها بالإضافة إلى مقادير التفاضل والتكامل الكائنة في كل شكل، مع إمكانية تجسيمه والإحاطة بأوزان موسيقاه...الخ مما مر ذكره، كما أنها تصلح أن تكون وسائل إيضاح تربوية وتعليمية في شتى المجالات واختلاف المراحل الدراسية، فمن الممكن إذن أعادة النظر في تحويل الحاسوب الآلي إلى عقل الكتروني يقوم على أساس هذا النظام الموحد ذي الجهاز الدائري الواحد عن طريق استعمال إشارتي الآلة المتمثلة بالخط والدائرة **(O 1)** بجعلها تساوي الدالة **(دن)** وجعل الخط **(1)** يساوي الدالة **(د)**

وبذلك يتم لنا تغذية الجهاز بما تضيفه إليه من علامات تكميلية أو مسائل علمية من قبل المتخصصين في الأبعاد التقنية والأبحاث المستعصية كالنسبية العامة والمجال الموحد، وعلاقات الاتصال بالانفصال، والألوان بالرياضيات...الخ، بالإضافة إلى التأكد من أهمية الحركة بالكيف والاستحالة من النقرة (**دنَ**) التي ستمثلها نفس العلامة (**ʘ 1**) بعد وضع نقطة الصفر داخل الدائرة للدلالة على إحداثها عند الطلب في البحوث ذات العلاقة.

كما يمكن الاستفادة من جهاز دائرة الوحدة أو البنية الاسطوانية في المجالات المختلفة الأخرى كاللغوية أو الموسيقية أو الشعرية ومتفرعات العلوم الزمانية أو المكانية حسب اختصاص كل جهاز.

بين النفي والإيجاب

يتضح من أوجه المجاميع الرياضية التي تتألف منها البنية أنها إمّا أن يكون أحد طرفي كل منها سالباً والثاني موجباً، وإمّا أن يجتمع السَلّب في الطرفين أو الإيجاب في الطرفين.

وحيث أن التفاضل والتكامل هما أساس البناء الذي قام عليه تركيب هذه المجاميع، لذا فإن نفي اجتماع السلبين أو الموجبين في الأوجه المتقابلة ووجوب الاختلاف بينهما كان أمراً مقضياً لقيام التضاد في بعض الأعداد واختلافه في البعض الآخر ليتم السلب والإيجاب بين الوجهين المتكاملين كما يلي مثلاً:

+ -

1 4 3 2

4 1 2 3

- +

أو كما يلي مثلاً:

- -

3 2 4 1

2 3 1 4

+ +

وعلى ذلك يتم الإتحاد والتكامل في كل صورة من صور المجاميع بلا تناقض في حقيقة التركيب بل على وجه الانسجام كما هو واضح في المتسلسلة التالية:

1 3 4 2 1 3

4 2 1 3 4 2

حيث لا يجتمع التضاد بين الأعداد المتقابلة.

وفي المتسلسلتين التاليتين:

أولاً
1 3 2 4 1 3
4 2 3 1 4 2

ثانياً
2 1 4 3 2 1
3 4 1 2 3 4

حيث يجتمع التضاد في طرفي كل منهما، بينما يتوسط الأولى وجها المنحرف المتناقض ويتوسط الثانية المثلث. وبالجمع بين هذه المتسلسلات الثلاث كما يلي:

3 4 1 2 3 4 2 1 3 2 4 1 3
2 1 4 3 2 1 3 4 2 3 1 4 2

تكون إشارات السلب والإيجاب كما يلي:

1+ 3- 1+ 1+ 1+ 2- 1- 2+ 1- 2+ 3- 2+

1- 3+ 1- 1- 1- 2+ 1+ 2- 1+ 2- 3+ 2-

أو بالجمع بين هذه المتسلسلات الثلاث كما يلي:

1 2 3 4 1 2 4 3 1 4 2 3 1
4 3 2 1 4 3 1 2 4 1 3 2 4

تكون إشارات السلب والإيجاب كما يلي:

1+ 1+ 1+ 3- 1+ 2+ 1- 2- 3+ 2- 1+ 2-
1- 1- 1- 3+ 1- 2- 1+ 2+ 3- 2+ 1- 2+

لذا نجد أن مجموع الأعداد التي تجمعها إشارات السلب تساوي مجموع الأعداد التي تجمعها إشارات الإيجاب وهما **+10** و **-10** في كل من الحالتين، أما نسبة

عدد إشارات السلب إلى عدد إشارات الإيجاب أو العكس في كل من الحالتين فتساوي نسبة **5 \ 7**.

بين الإشارات الموجبة والعددية

حيث أن البنية الرياضية تقوم على الإشارات الموجبة (**+**، **-**) المستندة على نظم ثلاثة، الأولى فردية ذات موجة أحادية على التناوب (**+ - + -**) وهي المتسلسلة (**2 3 1 4 2 3 1**). والثانية زوجية ذات موجة ثنائية على التناوب (**+ + - -**) وهي المتسلسلة (**4 3 1 2 4 3 1**). والثالثة فردية بين أحادية وثلاثية الموجة على التناوب (**- - - + - - -**) وهي المتسلسلة (**1 2 3 4 1 2 3**). فيكون الفرق بين مجموع العدد السالب والعدد الموجب في كل من مجاميع المتسلسلة الأولى يساوي ما يلي:

	3 1 4 2	**2 3 1 4**	**4 2 3 1**
	2- 3+ 2-	**1+ 2- 3+**	**2- 1+ 2-**
يساوي	**(1-)**	**(2+)**	**(3-)**

فيكون ناتج الفرق **-1 +2 -3** يساوي العدد الذي يمثل المنحرف التالي:

4 1 3 2

3- 2+ 1- ويساوي **(2-)**

ويكون الفرق بين العدد الموجب والسالب في مجاميع المتسلسلة الثالثة يساوي ما يلي:

	4 3 2 1	**1 4 3 2**	**2 1 4 3**
	1- 1- 1-	**3+ 1- 1-**	**1- 3+ 1-**
يساوي	**(3-)**	**(1+)**	**(1+)**

فيكون ناتج الفروق الثلاثة **-3 +1 +1** يساوي العدد الذي يمثل المثلث كما يلي:

2 3 4 1
1+ 1+ 3- ويساوي (**1-**)

أما في الأعداد التالية فتكون الفروق كما يلي:

	4 2 1 3	**3 4 2 1**
	2- 1- 2+	**1+ 2- 1-**
يساوي	**1-**	**2-**

وهو العدد الذي يتكرر في كل من المجموعتين من المنحرف والمنشور (**-1 -2**)،

وهذا ما يدلل على كيفية التوالد بين المجاميع.

البنية المنشأ

مما مرّ يتضح أن (**-3 +2 -1**) و(**-3 +1 +1**) هما أصل توليد المجاميع، فلو قسمنا المجاميع الرياضية حسب تسلسلات الأعداد التي تتألف منها كما يلي:

1 4 3 2	**4 3 2 1**	**2 4 1 3**
4 1 2 3	**3 4 1 2**	**2 4 3 1**
4 1 3 2	**3 4 2 1**	**4 2 1 3**
1 4 2 3	**4 3 1 2**	**4 2 3 1**
10101010		

نجد أن مجموع أعداد القسم الثالث يكون عدداً متكاملاً ضعف (**5555**)، ويتألف المثلث والمنحرف من هذه الأعداد التي تمثل الإشارات (**-1 -1 +3**) و (**-1 +2 -3**) أو (**+1 +1 -3**) و (**+1 -2 +3**).

ولما كان الوجه المنعكس للمنحرف يتولد منه شكل المنشور لذا كان القسم الثالث هو الأصل الذي تتولد منه المجاميع الرياضية أو بعبارة أخرى البنية الرياضية الموحدة، وذلك عن طريق الجمع بين المثلث والمنحرف كما يلي:

د دن دن دن
دن دن دن د
دن دن د دن
دن د دن دن
دن دن د دن
دن دن دن د
دن د دن دن

حيث يتوسطها المنشور، فمن يسار المثلث يتولد الخط ومن يمينه يتولد المستطيل، ومن يسار المنحرف يتولد المعين ومن يمينه يتولد المربع. ومجموع هذه الدنادن المولدة للبنية الرياضية يساوي (**29**) نقرة.

ولو حولنا هذه البنية إلى العلامات المستعملة في الآلات الحاسبة لكانت كما يلي:

01 01 01 1
1 01 01 01
01 1 01 01
01 01 1 01
01 1 01 01
1 01 01 01 01
01 01 1 01

ولكنني أفضل استعمال الدندنة بسبب الصوت والسماع والوضوح المتمثل في أوزان الشعر والموسيقى كما في الميزانين التاليين:

د دن دن دن
دن د دن دن

كأساس نظامي لتلك الروابط.

التمثيل الرباعي

ذكرنا أن الأعداد الأربعة (**1 2 3 4**) تمثل المجاميع الرياضية لجميع الأعداد المتسلسلة على التناوب. فعلى سبيل المثال إذا أضفنا العدد (**1 1 1 1**) إلى العدد (**3 1 4 2**) على وجه التكرار حيث يصبح كما يلي:

3	**5**	**2**	**4**	
4	**6**	**3**	**5**	
5	**7**	**4**	**6**	...الخ

فستبقى نسب السلب إلى الإيجاب واحدة في كل الحالات وهي **+2 -3 +2** وكذلك بالنسبة للعدد **3 1 2 4** حيث يصبح:

5	**3**	**2**	**4**	
6	**4**	**3**	**5**	
7	**5**	**4**	**6**	...الخ

فستبقى النسبة واحدة وهي **+2 -1 +2** وهكذا بالنسبة للمجاميع الباقية حيث تبقى النسب الرباعية متكاملة في كل مجموعة من حيث الحروف أو الأعداد أو المجالات الهندسية، وبذلك تتمثل كل هذه النسب في الأعداد الأربعة بنسبها المختلفة التي تجمعها البنية الرياضية الموحدة.

وبما أن المقادير تبنى على التكامل العددي مع اختلاف الإشارة، وإن المجاميع العددية تمثل تلك المقادير مكاناً وزماناً، شكلاً وعدّاً، سلباً وإيجاباً، لذا نجد في الأعداد التالية:

3 1 2 4 **1 3 2 4**

1 3 4 2 **3 1 4 2**

إن المجموعة الأولى يكون وسطها (**1+**) في الوجهين فلن يتحِّدا إشارة، وفي المجموعة الثانية يكون وسط الوجه الأعلى (**1-**) ووسط الوجه الأسفل (**3+**) فلن يتماثلا عدّاً.

أمّا في الأعداد التالية:

4 3 1 2 **3 4 1 2**

3 4 2 1 **4 3 2 1**

فإن وسط المجموعة الأولى يكون (**2-**) في الوجهين فلن يتحِّدا إشارة، وفي المجموعة الثانية يكون وسط الوجه الأعلى (**3-**) ووسط الوجه الأسفل (**1-**) فلن يتماثلا عدّاً ولن يتّحِدا إشارة.

أمّا في الأعداد التالية:

4 1 2 3 **1 4 2 3**

1 4 3 2 **4 1 3 2**

فيتم التكامل بين كل وجهين متقابلين من كل منهما، حيث يتقابل السلب مع الإيجاب بأعداد متساوية.

وعن هذا الطريق المتكامل تركيبياً في البنية الرياضية يتم تحقيق المجال الموحّد بالربط بين المكان والزمان وبين السلب والإيجاب في قانون شامل يبنى على أنظمة متناسقة أولها يقبل العكس وثانيها يقبل التضاد وثالثها يقبل التناقض.

وعليه مما مرّ ذكره نجد أن الأوجه المتضادة من المجاميع تبدأ إما بالسلب أو بالإيجاب المتساويين بالعدد حسب جهة القراءة:

2 4 1 3 (2+) أو **3 1 4 2 (2-)**

4 2 3 1 (2-) أو **1 3 2 4 (2+)**

2 1 4 3 (1-) أو **3 4 1 2 (1+)**

4 3 2 1 (1-) أو **1 2 3 4 (1+)**

أمّا في الأوجه المتعاكسة فمنها ما يبدأ بالإيجاب المتساوي العدد من حيث جهتي القراءة:

4 2 1 3 (2+) أو **3 1 2 4 (2+)**

2 1 3 4 (1+) أو **4 3 1 2 (1+)**

أمّا ما يقابل كل منهما من أوجه فيبدأ بالسلب المتساوي العدد من حيث جهتي القراءة:

1 3 4 2 (2-) أو **2 4 3 1 (2-)**

3 4 2 1 (1-) أو **1 2 4 3 (1-)**

أمّا الوجه التالي فيبدأ بالإيجاب مع اختلاف العدد من حيث جهتي القراءة:

3 2 1 4 (3+) أو **4 1 2 3 (1+)**

أمّا وجهه المقابل فيبدأ بالسلب المختلف العدد من حيث جهتي القراءة:

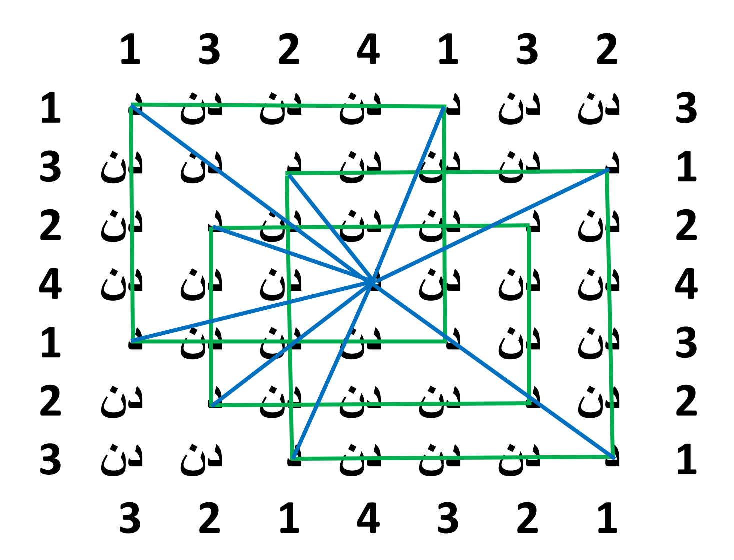
2 3 4 1 (3-) أو **1 4 3 2 (1-)**

أمّا في المجموعة التالية فيبدأ الوجه إمّا بالسلب أو بالإيجاب مع اختلاف العدد من جهتي القراءة:

2 3 1 4 (3+) أو **4 1 3 2 (1-)**

3 2 4 1 (3-) أو **1 4 2 3 (1+)**

عمومية تناسب المجالات



من الشكل أعلاه نجد أن مربعات المسافات بين نقطة المرجع الوسطى التي تتمثل بالعدد **4** وبين الأركان الثلاثة من الأشكال الرباعية الثلاثة الكائنة:

1- من الجهة العليا اليمنى (**2 3 1**) تكون (**1**، **5**).

2- من الجهة العليا اليسرى (**2 3 1**) تكون (**18**، **5**، **5**).

3- من الجهة السفلى اليمنى (**1 2 3**) تكون (**2**، **8**، **18**)

4- من الجهة السفلى اليسرى (**1 2 3**) تكون (**10**، **10**، **8**)

أي أن مجموع مربعات هذه المسافات في كل من المجالات الأربعة يكون **28**.

وتختلف تغييرات هذه النسب باختلاف التراكيب بين أشكال الأركان الرباعية الثلاثة حسب اختلاف مجالاتها الهندسية كما هو الحال بالنسبة للمربع (**3 1 4 2**) حيث تكون (**10**، **5**، **5**)،

وفي المستطيل (**3 4 1 2**) حيث تكون (**2**، **10**، **8**)،

وفي المثلث (**2 3 4 1**) حيث تكون (**2، 8، 10**)،

وفي المنحرف (**1 4 2 3**) حيث تكون (**10، 5، 5**) ...الخ، فمجموع كل منهما يساوي **20**، وهناك نسب أخرى مختلفة العدد تتغير بتغيّر تراكيب الأشكال.

ولمّا كانت هذه المسافات تتولد نتيجة الجمع بين المنظومات العددية الثلاث التي تمثل نسب المجاميع كلها وما يتفرع عنها، لذا فإن قيام الوحدة لنسبية الأعداد في المجالات المختلفة قد تحقق في البنية الرياضية الموحدة.

بيان النسبة الثابتة

يلاحظ على المربع الرياضي التالي:

	3	1	4	2	
2	دن	د	دن	دن	3
4	دن	دن	دن	د	1
1	د	دن	دن	دن	4
3	دن	دن	د	دن	2
	2	4	1	3	

أننا لو جعلنا العدد (**2 4 1 3**) الذي يدور حوله دون المجاميع الرياضية الأخر، على صورة (**2 4 1, 3**)، وضربناه في نصف مربع القطر أعلاه أو في مربع ضلع المربع وهو العدد **5** وقسمنا الناتج على إثنين كان الحاصل **7,855** مساوياً لمساحة الدائرة التي تحيط هذا المربع.

ولو قسمنا الناتج على إثنين مرة أخرى كان الحاصل مساحة الدائرة التي يحيط بها هذا المربع وهي **3,9275**.

وبعبارة أخرى لو ضربنا نصف مربع القطر في العدد **1,571** كانت مساحة الدائرة الأولى، ويكون نصف الناتج مساحة الدائرة الثانية.

وعليه لو ضربنا العدد **3,142** في **7** كان الناتج يساوي **21,994** وليس **22**، ولو ضربنا العدد **1,571** في **7** كان الناتج يساوي **10,997** وليس العدد **11**.

وبالتالي تكون النسبة الثابتة:

$\frac{7 \times 3,142}{7} = \frac{21,994}{7} = 3,142$ دون كسرٍ دوري بدلاً من $\frac{22}{7}$.

أو تكون:

$\frac{7 \times 1,571}{7} = \frac{10,997}{7} =$ **1,571** دون كسرٍ دوري بدلاً من $\frac{11}{7}$.

وتكون مساحة الدائرة تساوي نصف مربع القطر في النسبة **1,571** عدداً خالياً منا الكسر الدوري.

وعليه تكون النسبة الثابتة بين مساحتي المربع والدائرة المحيطة به من الخارج تساوي واحد إلى **1,571**، وحيث أن قطر الدائرة (وهو قطر المربع في الوقت نفسه) يكون معلوماً لدينا إما بطوله أو بمربعه، فلا مبرر إذن لاحتساب النسبة الثابتة بين طول القطر وطول المحيط أساساً في إيجاد مساحة الدائرة، وإنمّا احتساب نسبة مساحة المربع إلى مساحة الدائرة.

فمساحة المربع أو نصف مربع قطر الدائرة × **1,571** تساوي مساحة الدائرة الخارجية، ومربع نصف القطر أو نصف مساحة المربع × **1,571** يساوي مساحة الدائرة الداخلية. وبذلك نكون قد عرّفنا الدارس بماهية مساحة الدائرة وموقعها من مساحة المربع.

وفي هذا الاستدلال ما يحتاج إلى إثبات علمي قبل أن يكون الاستنتاج علمياً، مع إن هذا الرقم هو السائد في التطبيق. وعليه لأجل التحقق من صحة النسبة الثابتة التي توصلنا إليها، نفترض أن مربعاً مساحته **49** وحدة قياسية، فتكون مساحة الدائرة المقامة حوله حسب النسبة السائدة تساوي **49 × 7/11 = 77** وحدة قياسية. وحيث أن **77 – 49 = 28** المساحة المضافة إلى هذا المربع لإكمال الدائرة المقامة حوله، فإن ذلك يعني إضافة سبع وحدات قياسية على كل من أضلاعه الأربعة.

بينما تكون مساحة الدائرة المقامة حوله حسب النسبة **1,571** تساوي

49 × 1,571 = 76,979 وحيث أن **76,979 – 49 = 27,979**، المساحة المضافة إلى هذا المربع لإكمال الدائرة المقامة حوله، فإن ذلك يعني أن **(6,949 4/3)** من الوحدات هي المساحة المضافة على كل من أضلاعه الأربعة (أي أقل من سبع وحدات).

فلو رسمنا المربع المذكور وقسمناه إلى **49** وحدة، ورسمنا الدائرة المقامة حوله، واحتسبنا مساحة القسم المضاف إلى أحد أضلاعه فإن كانت تقل عن سبع وحدات قياسية كانت نسبتنا هي الأصح، وإن كانت مساوية لسبع وحدات فالنسبة السائدة هي الأصح.

وحيث أن ما يترتب على صحة ما ذكرناه من أن النسبة الثابتة تساوي $\frac{21,994}{7}$ **= 3,142**، هو أن الدائرة المقامة حول المربع الذي مساحته تساوي **6,284** تكون مساحتها **9,872164** وأن المربع الذي طول ضلعه **3,142** تكون مساحته **9,872164** أيضاً. وبذلك يتم تربيع مساحة الدائرة.

وعلى ذلك تكون النسبة **3,142** هي ما يجب أن يعمل بها لا بغيرها سيما وأن الآلة الحاسبة تشير إليها عند السؤال منها عن جذر النسبة المعمول بها حالياً. وكان أرخميدس قد دلل على أن **(ط)** تقع بين $3\frac{1}{7}$ و $3\frac{10}{71}$.[9]

وباختصار فإن القاعدة تكون كما يلي:
إن مساحة المربع الذي طول ضلعه يساوي النسبة الثابتة تكون مساوية لمساحة الدائرة التي نصف مربع قطرها يساوي ضعف النسبة الثابتة.

---

[9] كتاب العدد ص 127، ترجمة الدكتور أحمد أبو العباس وتأليف توبازدانزج

أي إن مربع النسبة الثابتة يساوي ضعفها في نصفها كما يلي:

$$(3,142)^2 = 6284 \times 1,571$$

$$ط^2 = 2 ط \times \frac{1}{2} ط$$

وبعبارة أخرى، إن الدائرة المنشأة طول مربع مساحتها **1,571** تكون مساحتها مساوية لمساحة المربع الذي طول ضلعه يساوي **1,571** أي **2,468041**.

تكامل المجاميع الفرعية

من دوران البنية الرياضية حول نفسها تتمثل المجاميع الفرعية الرباعية المؤلفة من ثلاث مراتب عددية، كما مرّ ذكرها، في نظامين هما:

أولاً-

3 2 4 3 2 4 = 1- 2+ 1- 1- 2+

2 3 1 2 3 1 = 1+ 2- 1+ 1+ 2-

ثانياً

1 2 4 1 2 4 = 1+ 2+ 3- 1+ 2+

4 3 1 4 3 1 = 1- 2- 3+ 1- 2-

فهما يتألفان من إشارتين تتبعها إشارة مغايرة (سلباً أو إيجاباً).

ويضم النظام الأول المجاميع التالية:

1 2 3 1 = 1+ 1+ 2-

4 3 2 4 = 1- 1- 2+

---

2 3 4 2 = 1+ 1+ 2-

3 2 1 3 = 1- 1- 2+

---

3 4 2 3 = 1+ 2- 1+

2 1 3 2 = 1- 2+ 1-

ويضم النظام الثاني المجاميع التالية:

3 4 1 3 = 1+ 3- 2+

2 1 4 2 = 1- 3+ 2-

1+ 2+ 3- = 1 2 4 1

1- 2- 3+ = 4 3 1 4

2+ 1+ 3- = 1 3 4 1

2- 1- 3+ = 4 2 1 4

وفي هذه المجاميع يتساوى السلب مع الإيجاب من حيث الكمية العددية حيث يكون مجموع الأعداد السالبة مساوياً لمجموع الأعداد الموجبة في كل منها. كما أن البعض منها يضم إشارتين تتبعها إشارة مغايرة، وفي البعض الآخر نجد التناوب بين كل من الإشارتين.

ويعتمد النظام العددي لإشارات كل من هذه المجاميع النسب التالية (**121، 112، 132، 213، 123**) ومن هذا المنطلق نجد أن المجموعة الأولى مساوية للمجموعة الثانية لأن السلب والإيجاب فيها يساوي:

1+ 1+ 2-

1- 1- 2+

وعليه فإن المجاميع المذكورة خمسة أشكال هندسية بعشرة أوجه كما يلي:

فمن المجاميع (**3 1 2 3، 2 4 3 2، 1 2 3 1، 4 3 2 4**) يتألف الشكل الهندسي التالي:

1	3	2	1
د	دن	دن	د
دن	دن	د	دن
دن	د	دن	دن
دن	دن	دن	دن
4	2	3	4

3	2	1	3
دن	دن	د	دن
دن	د	دن	دن
د	دن	دن	د
دن	دن	دن	دن
2	3	4	2

ومساحته تساوي ثلاث وحدات قياسية.

ومن المجموعتين (**2 3 1 2، 3 2 4 3**) يتألف الشكل الهندسي التالي:

2	**1**	**3**	**2**
دن	**د**	**دن**	**دن**
د	**دن**	**دن**	**د**
دن	**دن**	**د**	**دن**
دن	**دن**	**دن**	**دن**
3	**4**	**2**	**3**

ومساحته تساوي ثلاث وحدات قياسية أيضاً.

ومن المجموعتين (**1 4 2 1، 4 1 3 4**) يتآلف الشكل الهندسي التالي:

1	**2**	**4**	**1**
د	**دن**	**دن**	**د**
دن	**د**	**دن**	**دن**
دن	**دن**	**دن**	**دن**
دن	**دن**	**د**	**دن**
4	**3**	**1**	**4**

ومساحته تساوي أربع وحدات قياسية ونصف.

ومن المجموعتين (**2 4 1 2، 3 1 4 3**) يتألف الشكل الهندسي التالي:

1	**2**	**4**	**1**
د	**دن**	**دن**	**د**
دن	**د**	**دن**	**دن**
دن	**دن**	**دن**	**دن**
دن	**دن**	**د**	**دن**
4	**3**	**1**	**4**

ومساحته تساوي أربع وحدات قياسية ونصف أيضاً.

ومن المجموعتين (**4 1 2 4**، **1 4 3 1**) يتألف الشكل الهندسي التالي:

4	**2**	**1**	**4**
دن	**دن**	**د**	**دن**
دن	**د**	**دن**	**دن**
دن	**دن**	**دن**	**دن**
د	**دن**	**دن**	**د**
1	**3**	**4**	**1**

ومساحته تساوي خمس وحدات قياسية.

ومما مر يتضح التكامل الذي تبنى عليه هذه المجاميع في وحدتها المنسجمة التي تظهر واضحة إذا ما لففنا البنية الرياضية ذات المركز المرجع الواحد (**2 3 1 4 2 3 1**) كما مر بنا حيث تتحول إلى الشكل التالي على سبيل المثال:

2	**3**	**1**	**2**	**3**	**1**	**4**
دن	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**
د	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**
دن	**د**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**
دن	**دن**	**دن**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**
دن	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**
دن	**د**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**
د	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**
1	**2**	**3**	**1**	**2**	**3**	**4**

وحدة وجوه البنية

لو قرأنا الأرقام التي تشير إليها البنية الرياضية بصورة عمودية لوجدنا أنها تتألف من الأعمدة التالية:

4 1 2 3
2 3 4 1
3 4 1 2
1 2 3 4
4 1 2 3
3 4 1 2
2 3 4 1

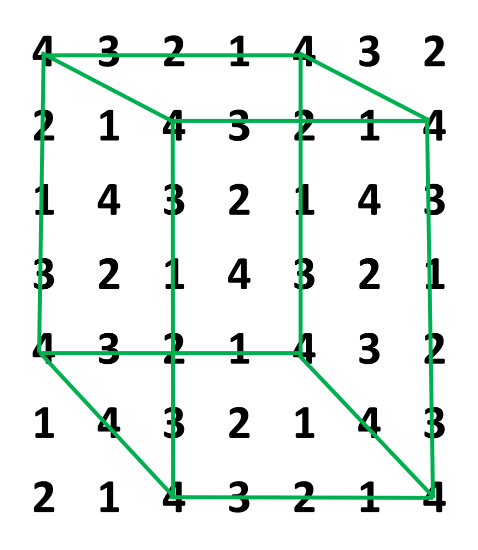
أو ما يقابلها على وجه التكامل كما يلي:

1 4 3 2
3 2 1 4
2 1 4 3
4 3 2 1
1 4 3 2
2 1 4 3
3 2 1 4

وكررنا أرقام إحدى المجموعتين على سبعة أعمدة كما يلي:

4	3	2	1	4	3	2
2	1	4	3	2	1	4
1	4	3	2	1	4	3
3	2	1	4	3	2	1
4	3	2	1	4	3	2
1	4	3	2	1	4	3
2	1	4	3	2	1	4

نجد أن هذا المربع يمثل الأوجه الأربعة للبنية الرياضية مجتمعة. لأن كل رقم من الأرقام **1**، **2**، **3**، **4** يمثل بحد ذاته جميع الأشكال الهندسية التي تتألف منها البنية على وجه التتابع بين هذه الأشكال. ولكن الرقم المركزي الذي يتكرر **13** مرة هو العدد **4** في هذا الشكل، على سبيل المثال، يتحكم في ربط جميع أبعاد الأشكال التي تتولد منه ويكون المرجع الأول لها في أبعادها الأربعة. حيث يشكل وجه المكعب في حين أن الرقم **2** يشكل مكعباً معاكساً له. ويشكل الرقم **1** أو الرقم **3** كلاً من الوجهين الآخرين للبنية الرياضية. فالوجه المكعب الأول يكون كما يلي:



ومما يلاحظ أن جميع المتواليات الأفقية تكون من الفئة الترتيبية، وإن جمع الأركان الأربعة لأي عدد زوجي من الأعمدة يكون من الفئة الموسيقية أو من الفئة التأليفية.

والمثال على قراءة أرقام وسط البنية كما يلي:

3 دن دن د دن دن دن د 1

1 د دن دن دن د دن دن 3

2 دن د دن دن دن د دن 2

3 دن دن د دن دن دن د 1

فهو من اليمين إلى اليسار عمودياً كما يلي:

4	**1**	**2**	**3**
2	**3**	**4**	**1**
3	**4**	**1**	**2**
4	**1**	**2**	**3**

ومن اليسار إلى اليمين عمودياً كما يلي:

1	**4**	**3**	**2**
3	**2**	**1**	**4**
2	**1**	**4**	**3**
1	**4**	**3**	**2**

ويمكن تحويل الأرقام **1**، **2**، **3**، **4** إلى الأحرف أ، **ب**، **ج**، **د** فيكون الشكل كالتالي:

د ج ب أ د ج ب

ج ب أ د ج ب أ

ب أ د ج ب أ د

أ د ج ب أ د ج

ج ب أ د ج ب أ

د ج ب أ د ج ب

ب أ د ج ب أ د

ولو كررنا أرقام المجموعة الأولى كما يلي:

1 2 3 4 1 2 3

3 4 1 2 3 4 1

4 1 2 3 4 1 2

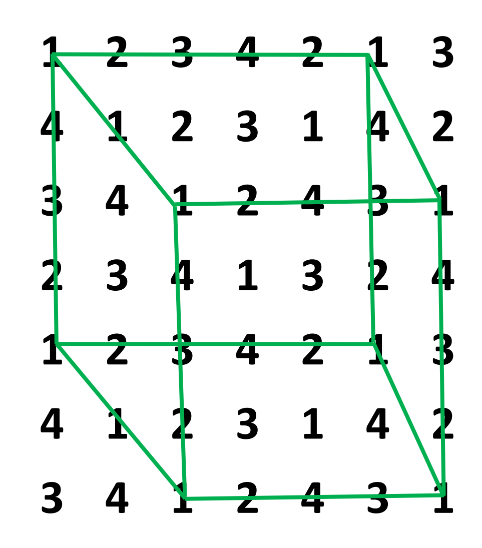
2 3 4 1 2 3 4

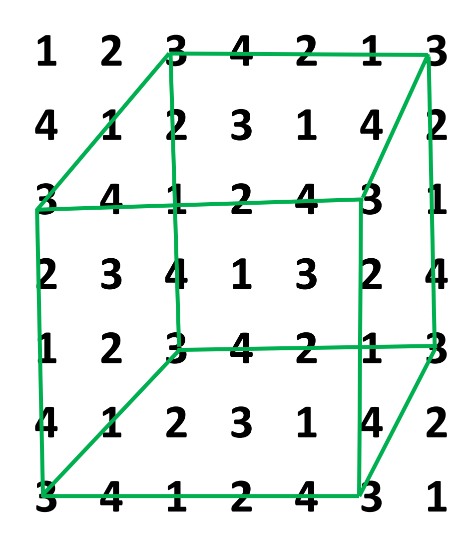
1 2 3 4 1 2 3

4 1 2 3 4 1 2

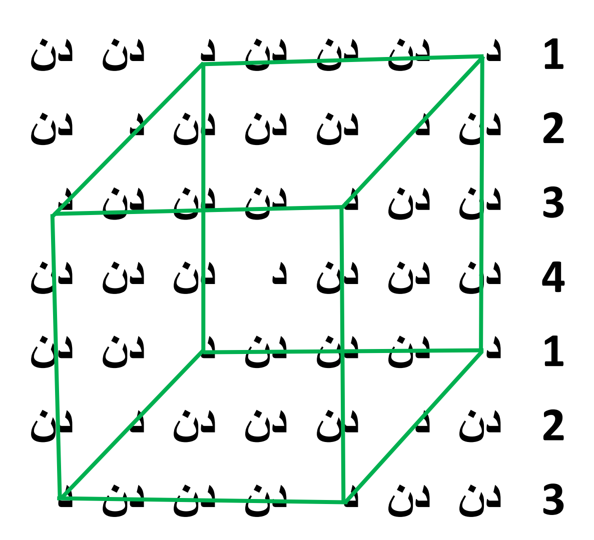
3 4 1 2 3 4 1

لحصلنا على القراءة العكسية للوحدة السابقة وكان الرقم **1** هو المرجع للأشكال الهندسية الذي يمثل المكعب الأول الذي يتوسطه الرقم **4**، وكان الرقم **3** يمثل المكعب المعاكس له. وعليه يمكن رسم المكعبين التاليين من هذه القراءة بالاستناد إلى العلاقات بين الرقم **1** في أحدهما، وإلى الرقم **3** في المكعب الآخر.





ولو ضاعفنا المتسلسلة الترتيبية على الشكل التالي:



أي بتكرار كل من المقولات التي تمثل الموازين الشعرية الأربعة على التعاقب عمودياً وأفقياً، نكون قد حصلنا على المكعب التام كما في الشكل أعلاه. والذي تتمثل في الدنادن المحيطة بجهاته الأربع أوزان دائرة المؤتلف من موازين الشعر الأربعة.

المقولة أساس الأشكال والمجاميع

ذكرنا أن الموازين الأربعة (مستفعلن، مفاعيلن، فاعلاتن، مفعولات) تجتمع في مقولتين هما: **د دن دن دن** و **دن دن د دن**، ون هاتين المقولتين أساسهما مقولة واحدة رئيسية، منها تتولد كل المجاميع الرياضية والأشكال الهندسية والأعداد الرباعية...الخ، وعليه لو وضعنا مقولة الميزان الرئيسي هذه على شكل دائرة كما يلي:

المثلث **1 د دن 2** المستطيل

الخط **4 دن دن 3** المثلث

وقرأنا كلاً من المقولات أو الموازين الأربعة باتجاه عقرب الساعة، من العدد **1** لغاية العدد **2** كما يلي:

1 د دن دن دن
4 دن دن دن د
3 دن دن د دن
2 دن د دن دن

كان الشكل مثلث.

ولو قرأناها من العدد **4** لغاية العدد **1** كما يلي:

4 دن دن دن د
3 دن دن د دن
2 دن د دن دن
1 د دن دن دن

كان الشكل خطاً مستقيماً.

ولو قرأناها من العدد **3** لغاية العدد **4** كما يلي:

3 دن دن د دن
2 دن د دن دن
1 د دن دن دن
4 دن دن دن د

كان الشكل مثلث أيضاً.

ولو قرأناها من العدد **2** لغاية العدد **3** كما يلي:

دن د دن دن
د دن دن دن
دن دن دن د
دن دن د دن

كان الشكل مستطيلاً.

ولو قرأنا الميزان عكس عقرب الساعة كما يلي:

المثلث **1 د دن 4** الخط
المستطيل **2 دن دن 3** المثلث

فيحل الخط محل المستطيل وبالعكس وفاقاً لتغير موقع العددين **(2، 4)** مع ثبات قراءة العددين **(1، 3)** ويكون مؤلف المجموع كما يلي:

د دن دن دن د دن دن
دن دن دن د دن دن دن
دن دن د دن دن دن د
دن د دن دن دن د دن
4 1 2 3 4 1 2

أما إذا قرأنا المقولات على التناوب وفاقاً للأعداد **(2 4 3 1)**

1 د   دن 2

4 دن   دن 3

كما يلي:

3 دن دن د دن
1 د دن دن دن
4 دن دن دن د
2 دن د دن دن

فيكون الشكل مربعاً. ولو قرأناها وفاقاً للأعداد **(1 3 2 4)** كما يلي:

1 د دن دن دن
3 دن دن د دن
2 دن د دن دن
4 دن دن دن د

كان الشكل معيناً.

ولو قرأناها وفاقاً للأعداد **(4 2 1 3)** أو **(1 3 4 2)** أو **(2 3 4 1)** أو **(3 2 1 4)** كما يلي:

3 2 4 1
4 دن دن دن د 1
2 دن د دن دن 3
1 د دن دن دن 4
3 دن دن د دن 2
2 3 1 4

كان الشكل منحرف.

ولو قرأناها وفاقاً للأعداد **(1 2 4 3)** أو الأعداد **(4 3 1 2)** كما يلي:

4 دن دن دن د 1
3 دن دن د دن 2
1 د دن دن دن 4
2 دن د دن دن 3

كان الشكل منشور، ويكون مؤلف المجموع كما يلي:

دن د دن دن دن د
دن دن دن د دن دن
د دن دن دن د دن
دن دن د دن دن دن
د دن دن دن

وبذلك تنتهي قراءة الأشكال والمجاميع الرياضية بهذا القدر الذي تتألف منه البنية وفقاً لمنطق التوليد الرياضي، وبحضور الأوجه المختلفة للأشكال، جمعاً لمفهوم المتناهي بعد التأليف بين المجموع.

وعليه تكون هذه المقولة أو الميزان الرئيس المؤَلف من ثلاث نقرات خفيفة ونقرة واحدة صامتة مصدراً لجميع العلاقات المتولدة عن اجتماع الأعداد الأربعة على التناوب، وما جانسها من الأعداد كما مر بنا عند التأليف.

أصناف العدد

ذكرنا أن الأعداد المتسلسلة الأربعة المجتمعة على التوالي أو التتالي من الفئات الموسيقية والتأليفية والترتيبية لها نفس القوة التي تتمثل في جميع المجاميع العددية المماثلة التي تتألف من بقية الأعداد، وعلى ذلك يمكن تقسيم المجاميع الرياضية إلى سبعة أصناف تضمها سبعة أشكال هندسية من حيث الأساس.

فالعدد المربع مثلاً يساوي **(+2 -3 +2)** متمثلاً في **(3 1 4 2)** أو **(-2 +3 -2)** متمثلاً في **(2 4 1 3)**.

فلو أخذنا أياً من هاتين المجموعتين وأضفنا عليها المجاميع المتسلسلة التي تليها من بقية الأعداد الأخرى نجد أن كلاً من هذه الأعداد يمثل شكل المربع كما يلي:

2	**4**	**1**	**3**
3	**5**	**2**	**4**
4	**6**	**3**	**5**
5	**7**	**4**	**6**
6	**8**	**5**	**7**
7	**9**	**6**	**8**

3	**1**	**4**	**2**
4	**2**	**5**	**3**
5	**3**	**6**	**4**
6	**4**	**7**	**5**
7	**5**	**8**	**6**
8	**6**	**9**	**7**

فالعدد **4** يمثل شكلاً مربعاً، والعدد **5** يمثل شكلاً مربعاً، والعدد **6** يمثل شكلاً مربعاً وكذلك بقية الأعداد التي تليها بالإضافة.

أمّا العدد المثلث $\frac{3\,2\,1\,4}{2\,3\,4\,1}$ فيساوي **(+3 -1 -1)** ويتمثل في **(4 1 2 3)** أو ما

يقابله **(-3 +1 +1)** ويتمثل في **(1 4 3 2)**، وكذلك الأمر بالنسبة للعددين **(3 2 1 4)** و **(2 3 4 1)**، فإن كلاً من هذه المجاميع وما يليها من الأعداد على التسلسل يمثل شكل المثلث كما يلي:

3	**2**	**1**	**4**
4	**3**	**2**	**5**
5	**4**	**3**	**6**
6	**5**	**4**	**7**
7	**6**	**5**	**8**
8	**7**	**6**	**9**

2	**3**	**4**	**1**
3	**4**	**5**	**2**
4	**5**	**6**	**3**
5	**6**	**7**	**4**
6	**7**	**8**	**5**
7	**8**	**9**	**6**

فإن كلاً من الأعداد **(4، 5، 6)** يتخذ شكل المثلث وكذلك الأعداد التي تليها بالإضافة.

والعدد المعين $\frac{1\,3\,2\,4}{4\,2\,3\,1}$ يساوي **(+2 -1 +2)** متمثلاً في **(4 2 3 1)** أو ما يقابله **(-2 +1 -2)** متمثلاً في **(1 3 2 4)** وكما يلي:

1	**3**	**2**	**4**
2	**4**	**3**	**5**
3	**5**	**4**	**6**
4	**6**	**5**	**7**
5	**7**	**6**	**8**
6	**8**	**7**	**9**

فأن كلاً من الأعداد **(4، 5، 6)** يتخذ شكل المعين.

والعدد المستطيل $\frac{3\,4\,1\,2}{2\,1\,4\,3}$ يساوي **(+1 -3 +1)** متمثلاً في **2 1 4 3** أو ما

يقابله **(-1 +3 -1)** يتمثل في **(3 4 1 2)** حيث نجد أن كلاً من أعداد المجموعة وما يليها على التسلسل يمثل شكل المستطيل كما يلي:

3	**4**	**1**	**2**
4	**5**	**2**	**3**
5	**6**	**3**	**4**
6	**7**	**4**	**5**
7	**8**	**5**	**6**
8	**9**	**6**	**7**

فأن كلاً من الأعداد **(4، 5، 6)** يمثل شكل المستطيل.

والعدد المنشور $\frac{3\,4\,2\,1}{2\,1\,3\,4}$ يساوي **(-1 -2 +1)** يتمثل في **(1 2 4 3)** أو ما يقابله **(+1 +2 -1)** يتمثل في **(4 3 1 2)** ويكون كما يلي:

3	**4**	**2**	**1**
4	**5**	**3**	**2**
5	**6**	**4**	**3**
6	**7**	**5**	**4**
7	**8**	**6**	**5**
8	**9**	**7**	**6**

2	**1**	**3**	**4**
3	**2**	**4**	**5**
4	**3**	**5**	**6**
5	**4**	**6**	**7**
6	**5**	**7**	**8**
7	**6**	**8**	**9**

حيث نجد أن كلاً من الأعداد **(4، 5، 6)** يمثل شكل المنشور، وكذلك بقية الأعداد التي تليها.

أمّا العدد المنحرف $\frac{3\,1\,2\,4}{2\,4\,3\,1}$ ، $\frac{4\,1\,3\,2}{1\,4\,2\,3}$ فيساوي **(+2 +1 -2)** يتمثل في **4 2 1 3** أو **-2 -1 +2** يتمثل في **1 3 4 2**، كما يساوي **-1 +2 -3** يتمثل في

2 3 1 4، أو **+1 -2 +3** يتمثل في **3 2 4 1.**

فكل مجموعة وما يليها من الأعداد المتسلسلة الباقية تشكل شكل المنحرف كما يلي:

3	**1**	**2**	**4**
4	**2**	**3**	**5**
5	**3**	**4**	**6**
6	**4**	**5**	**7**
7	**5**	**6**	**8**
8	**6**	**7**	**9**

4	**1**	**3**	**2**
5	**2**	**4**	**3**
6	**3**	**5**	**4**
7	**4**	**6**	**5**
8	**5**	**7**	**6**
9	**6**	**8**	**7**

وللتدليل على صحة ذلك نأخذ الشكل التالي:

دن دن دن
دن دن دن
دن د دن
د دن دن
دن دن د
دن دن دن
دن دن دن

فنقرأه من الأعلى إلى الأسفل فيكون

5	**3**	**4**
4	**2**	**3**
3	**1**	**2**

ومن الأسفل إلى الأعلى فيكون

3	**5**	**4**
2	**4**	**3**
1	**3**	**2**

فإشاراتها تساوي **(+1 -2)** أو **(-1 +2).**

وحيث أن المجاميع الرباعية بالنظر إلى ما يقابلها من الأوجه تشكل ثمانية أصناف وفقاً لإشارات السلب والإيجاب، وسبعة أصناف بالنسبة لأشكالها الهندسية، وبالنسبة لنسبها العددية تشكل **12** وجهاً تمثل **24** وجهاً بالنسبة لاتجاهات أعدادها، وتستند إلى ثلاث فئات بالنسبة لتوليدها، وإلى فئتين بالنسبة لتأليفها...الخ وتتركب كلها من تغيير موقع نقرة الدال **(د)** من دندنة الخط المستقيم التالي:

4	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**1**
3	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**2**
2	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**3**
1	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**4**

والذي يمثل أكبر الأعداد الأربعة متمثلاً في **(1 2 3 4)** أو أصغرها متمثلاً في **(4 3 2 1)**. ومما مرّ ذكره، نلاحظ أن أكبر المجاميع الرياضية أو أصغرها عدداً تشكل الخط المستقيم كما يلي على سبيل المثال:

5	**4**	**3**	**2**
6	**5**	**4**	**3**
7	**6**	**5**	**4**
8	**7**	**6**	**5**
9	**8**	**7**	**6**

حيث يشكل العدد **5** أو العدد **6** خطاً مستقيماً، وهكذا بقية الأعداد التي تضاف على المتسلسل.

وعليه لو وضعنا (كوسائل إيضاح) أربع لوحات عمودية تضم كل واحدة منها الأرقام الملونة التالية:

4	3	2	1
5	4	3	2
6	5	4	3
7	6	5	4
8	7	6	5
9	8	7	6

وناوبنا بين مراكز هذه اللوحات، نكون قد حصلنا على جميع الأشكال المارّ ذكرها من الفئات الثلاثة كما يلي على سبيل المثال من الفئة التالية:

3	2	1	4	3	2	1
4	3	2	5	4	3	2
5	4	3	6	5	4	3
6	5	4	7	6	5	4

أو بالنسبة للفئة الأخرى التالية:

2	1	3	4	2	1	3
3	2	4	5	3	2	4
4	3	5	6	4	3	5
5	4	6	7	5	4	6

وبالنسبة للفئة الثالثة كما يلي:

4	1	3	2	4	1	3
5	2	4	3	5	2	4
6	3	5	4	6	3	5
7	4	6	5	7	4	6

كما يمكن صنع لوحة ذات أرقام متحركة وملونة للتعليم في مختلف المراحل، حيث يمكن استخراج المساحات، ومربع المسافات، وإشارات السلب والإيجاب، والعلاقات المتبادلة بين الأشياء...الخ.

توثق البنية

ذكرنا أن البنية الرياضية تتألف على الوجه التالي:

الخط المنشور المنحرف

المثلث المنحرف المربع

المستطيل المنشور المنحرف

المثلث المنحرف المعين

فلو أخذنا أعداد وجهي المنشور (**1 2 4 3، 4 3 1 2**) نجد أنها تتماثل بعددين في طرفي كل منهما مع وجه الخط (**1 2 3 4**) أو مع وجه المستطيل (**3 4 1 2**).

ولو أخذنا أعداد وجهي المنحرف المتناقض (**2 3 1 4، 3 2 4 1**) نجد أنها تتماثل بعددين في أحد طرفي كل منهما مع أحد وجهي المثلث (**3 2 1 4**)، فترتبط هذه الأعداد فيما بينها كما يلي:

1 2 4 3 – 4 3 2 1 – 2 1 3 4

4 1 3 2 – 3 2 1 4 – 1 4 2 3

3 4 2 1 – 2 1 4 3 – 4 3 1 2

2 3 1 4 – 1 4 3 2 – 3 2 4 1

من جهتي كل من أوجه الخط والمستطيل والمثلث حيث يشترك عددان بين كل وجهين منها. وعليه لو رسمنا أعداد الفئة الترتيبية ورسمنا أعداد الفئة التأليفية مضافاً إليها أعداد الفئة الموسيقية على الوجه التالي مثلاً:

4	3	2	1
3	2	1	4
2	1	4	3
1	4	3	2

3	1	2	4	3
2	4	1	3	2
1	3	4	2	1
4	2	3	1	4

ثم جمعنا بينهما بعد حذف العمودين المشتركين والمتماثلين فيما بينهما، حيث نحصل على تمثيل مواقع أشكال البنية كما يلي:

المنشور

المنحرف	**3**	**1**	**2**	**4**	**3**	**2**	**1**	**الخط**
المربع	**2**	**4**	**1**	**3**	**2**	**1**	**4**	**المثلث**
المنحرف	**1**	**3**	**4**	**2**	**1**	**4**	**3**	**المستطيل**
المعين	**4**	**2**	**3**	**1**	**4**	**3**	**2**	**المثلث**

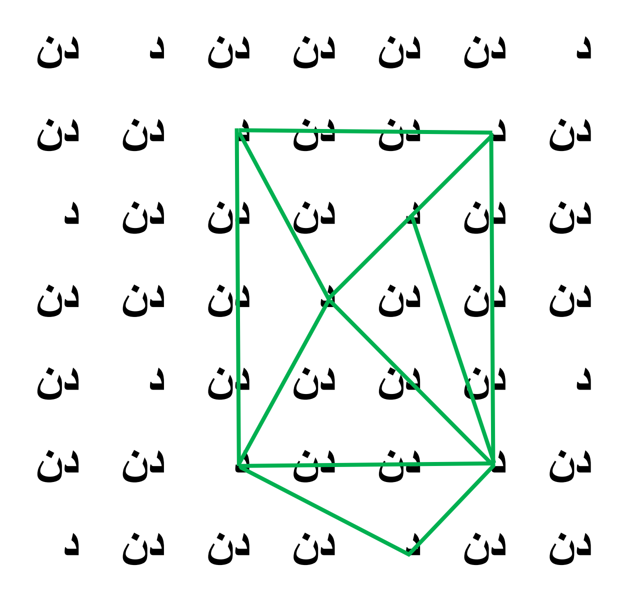
فأعداد الرقم **1** مثلاً تمثل شكل الخط ثم المنشور فالمنحرف، وأعداد الرقم **4** تمثل شكل المثلث ثم المنحرف فالمربع، وأعداد الرقم **3** تمثل شكل المستطيل ثم المنشور فالمنحرف، وأعداد الرقم **2** تمثل شكل المثلث ثم المنحرف فالمربع.

هذا بالإضافة إلى أن كل مجموعة من المجموعات الأفقية تمثل مواقع تلك الأشكال بالنسبة لما يقابلها من الطرف المقابل وما يتوسط بينهما من أوجه كل من المنشور والمنحرف، بالإضافة إلى المجموعات الفرعية كالمجموعة **(2 3 4 2، 1 2 3 1، 4 1 2 4، 3 4 1 3)** وما يقابل كلاً منها من أعداد، وعليه نكون قد حصلنا على مواقع هذه الأشكال كما مر ذكرها. ولا يخفى تجسيم البنية العددية التامة من هذه الأعداد كما مرت بنا سابقاً، وباختلاف مواقع الأشكال من صورها الأربع.

وعليه فلو أخذنا من البنية المجموعات الأربع التالية التي تمثل نواة البنية:

2 4 3 2
1 3 2 1
4 2 1 4
3 1 4 3

وأكملنا تسلسلاتها المكونة من سبعة أعداد نكون قد حصلنا على البنية العددية، ولو حولنا هذه الأعداد إلى الدندنة وأكملنا التفاعيل السبع نكون قد حصلنا على البنية الرياضية المجردة. وتمثل هذه المجموعات الأربع الأشكال المتولدة عن الجمع بين الفئتين الترتيبية والتأليفية كما يلي:

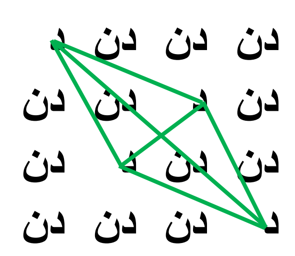


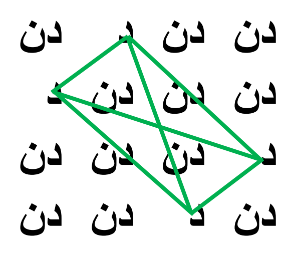
حيث تربطها المقولة الأفقية **(د دن دن د)** أو المقولة العمودية **(د دن دن دن د)** ويكون قطر مربعها يساوي $3^2 + 4^2 = 5^2$ فتجمع مثلاً بين نصف المستطيل أو المثلث وبين نصف المربع أو المنحرف وبين نصف المعين وبين نصف المستطيل أو المثلث...الخ.

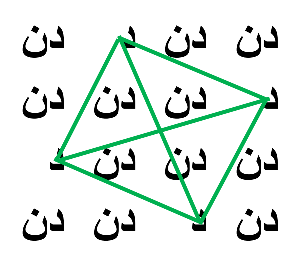
معالم إيضاحية

ذكرنا أن المجاميع الرياضية تنقسم إلى سبعة أشكال مختلفة ذات محتوى واحد من حيث الأساس، وتستند إلى تحركات أربع من النقرات متغيرة المواقع، ومما يلاحظ عند النظر إلى كل من هذه الأشكال من جهاتها الأربع نجد أن كلاً من الخط والمستطيل والمربع والمعين:

دن دن دن د
دن دن د دن
دن د دن دن
د دن دن دن







متماثل الأوجه من الجهات الأربع، وإن المستطيل الذي هو من فئة الخط يشبه المربع في بعض المزايا، وإن الخط يشبه المعين في بعض المزايا. كذلك الأمر بين الأشكال الأخرى، إلّا الخط والمربع حيث لا تشابه ولا اشتراك في الأطوال بينهما رغم اشتراك كل منهما مع الأشكال الباقية بميزة أو أكثر كما مر بنا سابقاً.

وعند النظر إلى شكل المنحرف من جهاته الأربع:

	4	1	3	2	
2	دن	د	دن	دن	3
4	دن	دن	دن	د	1
3	دن	دن	د	دن	2
1	د	دن	دن	دن	4
	1	4	2	3	

نشاهد أربعة وجوه مختلفة من حيث الأضلاع والأعداد،

أمّا إذا نظرنا إلى المنشور أو المثلث:

1	د	دن	دن	دن	4
2	دن	د	دن	دن	3
4	دن	دن	دن	د	1
3	دن	دن	د	دن	2

1	4	3	2
د	دن	دن	دن
دن	دن	دن	د
دن	دن	د	دن
دن	د	دن	دن
4	1	2	3

فنجد وجهين مختلفين في كل منهما.

وعند دوران كل من هذه المجاميع تتولد المجاميع الأخر، فالمثلث يتحول إلى مستطيل أو إلى الخط، والمنحرف يتحول إلى منشور أو إلى مربع أو إلى معين حسب اتجاه دورانه، وبالتالي تؤول كل هذه المجاميع والأشكال إلى مجموعة واحدة تختلف فيها مواضع نقرات صامتة (**د**) أربع، من حيث أزمنة وأمكنة الحركات فيها. ومن ثم تتغيّر إشارات السلب والإيجاب وأعدادها بتغير العلاقات النسبية بين

فئة وأخرى أو بين مجموعة وأخرى...الخ مما يقتضي التعمّق فيه لوقت وجهد كبيرين من حيث التعيين والتشخيص.

ومما مرّ يتضح أن المعلومات التي يزودنا بها كل شكل أو حالة من حالات الصور الفرعية المختلفة المقترنة بالأرقام والمساحات والأبعاد والإشارات والأشكال وطرق التوليد المبنية على التكامل والتفاضل الذي تحكمه هذه الحركات الأربع من النقرات الصامتة مما يمكن استغلالها بإنجاز آلة أو أداة مرنة أو موجهة وبواسطة شاشة تلفزيون لتوضيح هذا التوافق بين أبعاد المعلومات التي سيظهرها ذاتياً الرمز المستعمل في الآلات الحاسبة (**O 1**) بدلاً من الألغاز التي تحتاج إلى الحل غير المباشر، ومن ثم توسيع مدلولاتها بما يؤمّن السيطرة التكنولوجية على مستقبل نتائجها التحليلية والتعليلية والتفصيلية، حيث يستطيع المهندس أن يغير أو يصحح الرسم أو الرقم الذي تقدمه الآلة، فتترجم الآلة بنفسها من جديد المعلومات التي آل إليها التغيير أو التصحيح، فحينئذ تكون قد قامت بمثابة عقل ذكي يمكن تطويره إلى ترجمة معلومات أشمل غي فروع أوسع وأعمق دقة.

لذلك يكون هذا البناء ذا أهمية خاصة فيما يتصل بتكنولوجيا الآلات الحاسبة (الكومبيوتر) وبالعلوم ذات العلاقة.

ولعل النظر إلى شكل المنشور الموجود وسط البنية التالية الذي تلتقي معه جميع الأشكال الهندسية والمجاميع الرياضية في بعدها الرابع (النقرة المركزية) الذي يتوقف عليه وجود كل منها ما يفسر:

	1	3	2	4	1	3	2	
	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	
	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	
2	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	2
4	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	4
1	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	3
2	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	2
	دن	دن	دن	دن	دن	دن	د	
	3	2	1	4	3	2	1	

ارتباط المنشور ببقية الأشكال والمجاميع.

4	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	1
1	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	4
3	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	2
2	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	3
4	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	1
1	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	4
2	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	3
3	دن	دن	ن	دن	دن	دن	د	دن	2

صورة البنية الرياضية مركبة

على التدوير

وفيها يظهر المنشور على أوجه عدة

داخل المربع الذي مساحته تساوي

13 وحدة قياسية

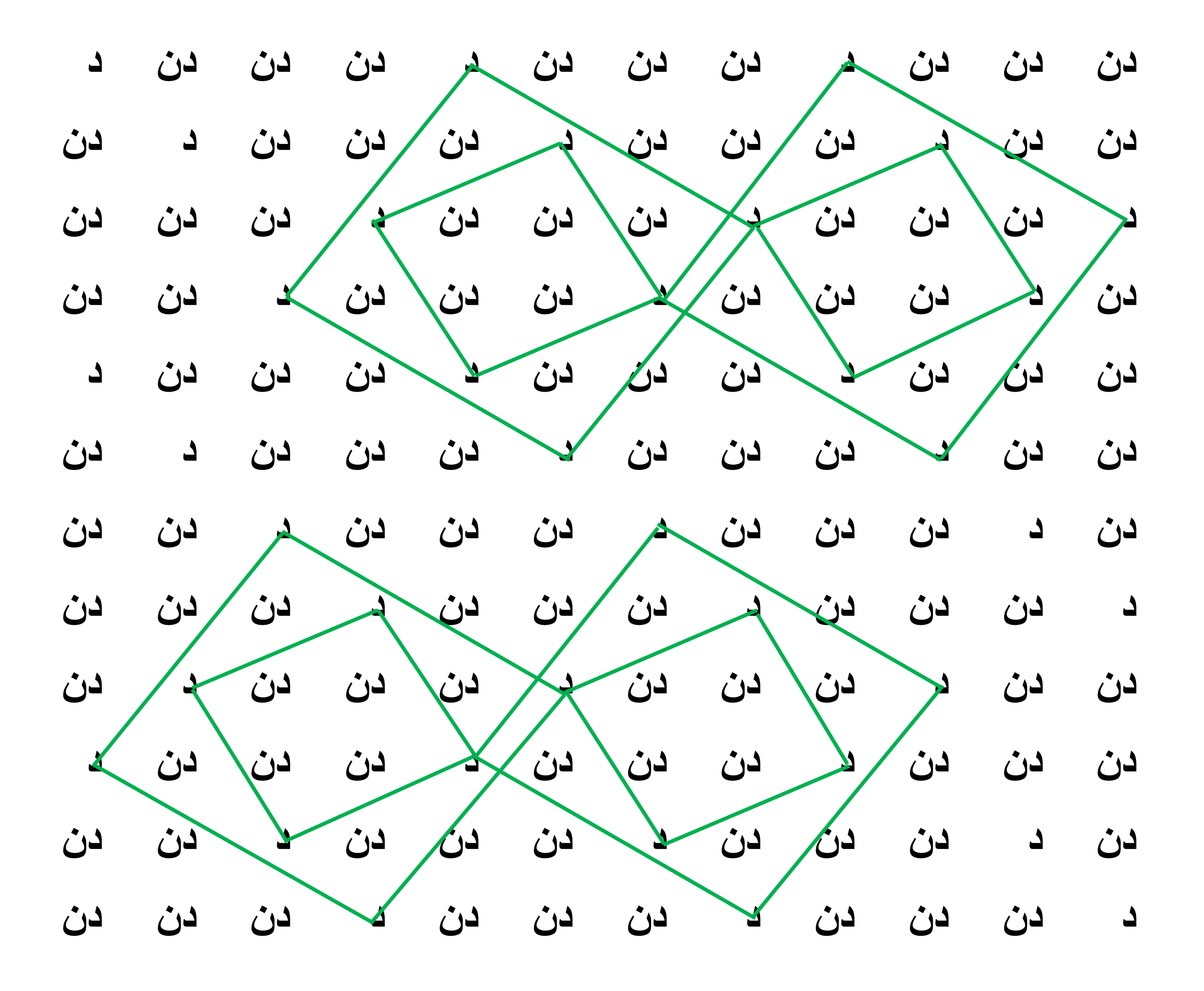
د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	2
دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	1
دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	4
دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	3
دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	1
د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	2
دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	4
دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	3
د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	2
دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	1

إحدى صور البنية على الدوران

الأفقي وفي وسطها صورة

الفئتين الموسيقية والتأليفية

التي مرّ البحث عنها



ظهور الصورة على الدوران

الأفقي والعمودي حيث

يتكرر الشكل نفسه

بين الموازين والأعداد

ذكرنا أن كل الألحان أو المقولات أو الموازين أو التفاعيل الموضّحَة سابقاً يمكن أن تقرأ من أحد الأعمدة الأربعة التالية من الأعلى إلى الأسفل أو العكس كما يلي:

العمود الأول	العمود الثاني	العمود الثالث	العمود الرابع
4 دن	2 دن	1 د	3 دن
3 دن	1 د	4 دن	2 دن
2 دن	4 دن	3 دن	1 د
1 د 1	3 دن 3	2 دن 4	4 دن 2
دن 2	دن 4	د 1	دن 3
دن 3	د 1	دن 2	دن 4
دن 4	دن 2	دن 3	ن 1

فالعمود الأول الذي نقرأ منه الأعداد $\frac{1\ 2\ 3\ 4}{4\ 3\ 2\ 1}$ والذي يمثل الخط

نقرأ من أول نقراته (**دن دن د دن** مفعولات)

ومن ثاني نقراته نقرأ (**دن د دن دن** فاعلاتن)

ومن ثالث نقراته نقرأ (**د دن دن دن** مفاعيلن)

ومن الثانية أيضاً نقرأ (**دن دن د** مفعولن)

ومن الثالثة أيضاً نقرأ (**دن د دن** فاعلن)

ومن الرابعة أيضاً نقرأ (**د دن دن** فعولن)

ومن العمود الثاني الذي نقرأ منه الأعداد $\frac{3\,4\,1\,2}{2\,1\,4\,3}$ والذي يمثل أرقام المستطيل:

نقرأ من أول نقرة فيه (**دن د دن دن** فاعلاتن)

ومن النقرة الثانية (**د دن دن دن** مفاعيلن)

ومن النقرة الثالثة (**دن دن دن د** مفعولات)

ومن النقرة الرابعة (**دن دن د دن** مستفعلن)

كما نقرأ من الأولى أيضاً (**دن د دن** فاعلن)

ومن الثانية أيضاً (**د دن دن** فعولن)

كما نقرأ من الأولى أيضاً (**دن د دن** فاعلن)

ومن العمود الثالث الذي نقرأ منه الأعداد $\frac{2\,3\,4\,1}{3\,2\,1\,4}$ الذي يمثل أرقام المثلث:

نقرأ من أول نقرة فيه (**د دن دن دن** مفاعيلن)

ومن النقرة الثانية (**دن دن دن د** مفعولات)

ومن النقرة الثالثة (**دن دن د دن** مستفعلن)

ومن النقرة الرابعة (**دن د دن دن** فاعلاتن)

كما نقرأ من الأولى أيضاً (**د دن دن** فعولن)

ومن الثالثة (**دن دن د** مفعول)

ومن الرابعة (**دن د دن** فاعلن)

ومن الخامسة (**د دن دن** فعولن)

وحيث أن العمود الرابع هو نفس العمود الثالث معكوساً، فنقرأ منه مستفعلن، فاعلاتن، مفاعيلن، مفعولات من الأعلى إلى الأسفل، كما نقرأ من الأسفل إلى الأعلى ما نقرأه من العمود الثالث فهو يمثل وجهي المثلث أيضاً، ومن التوالي والتتالي على التناوب المحدد بأعمدة سبعة من هذه الأعمدة نفسها نحصل على البنية الرياضية بأسلوبها المنطقي كما يلي:

3	**1**	**2**	**4**	**3**	**2**	**1**
دن	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**
دن	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**
د	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**
دن	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**
دن	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**
دن	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**
د	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**

وحيث أن كل هذه المقولات أو الموازين تستخرج من المقولة التالية كما مر بنا:

دن دن

د دن

فلو قرأنا الأعداد الترتيبية الأربعة **1 2 3 4** على التوالي منها نجد أنها تبدأ بالعدد **4** كما يلي:

1	**2**	**3**	**4**	
د	**دن**	**دن**	**دن**	**4**
دن	**د**	**دن**	**دن**	**3**
دن	**دن**	**د**	**دن**	**2**
دن	**دن**	**دن**	**د**	**1**

وهو العدد الذي يمثل أكبر المجاميع أو أصغرها عدداً.

وما ذكرناه زيادة في الإيضاح والتأكيد على أن البنية بتركيبها العددي والهندسي وبمجاميعها المحددة...الخ إنما تتألف من وحدة تراكيب الموازين الشعرية بنسبها المؤتلفة وعلى وجه الانسجام والتحديد، رياضياً ومنطقياً، فهي بنية موسيقية شاعرية أساسها الألحان التي تمثل الأعداد الخالصة وليس الحروف والأرقام التي حاول الكثير من العلماء استخلاصها عن طريقهما أو عن طريق الرموز المختلفة التي لا تفي بالغرض المنشود، لذلك كانت دائرة الوحدة أساس هده البنية من حيث مقولاتها.

الأشكال الرقمية

ينقسم الانسجام بين أوجه المجاميع الرياضية من حيث طرفي كل منها إلى ما يلي:

أولاً

4 3 2 1 ⟷ 3 4 1 2

2 4 1 3 ⟷ 4 2 3 1

ثانياً

3 2 1 4 ⟷ 2 3 4 1

1 3 4 2 ⟷ 3 1 2 4

ثالثاً

4 1 3 2 ⟷ 1 4 2 3

1 2 4 3 ⟷ 4 3 1 2

فإذا جمعنا بين أرقام كل وجهين منسجمين من هذه الأوجه أفقياً أو عمودياً في مجاميع رياضية، فإننا نحصل على شكلي الخط والمستقيم في كل مجموعة من ست مجموعات، وعلى شكلي المعين والمستطيل في كل مجموعة من ست مجموعات أخر، بدلالة الأرقام التي تتألف منها كل مجموعة.

فمن الجمع بين كل وجهَين من الأوجه التالية نحصل على شكلي المعين والمستطيل كما يلي:

جمع الخط والمربع

4	3	2	1
1	3	4	2
2	4	1	3
1	2	3	4

جمع المعين والمستطيل

4	2	3	1
2	1	4	3
3	4	1	2
1	3	2	4

جمع المثلث والمنحرف

4	2	1	3
2	3	4	1
1	4	3	2
3	1	2	4

جمع المثلث والمنحرف

1	3	4	2
3	2	1	4
4	1	2	3
2	4	3	1

جمع المنحرف والمنشور

4	1	3	2
1	2	4	3
3	4	2	1
2	3	1	4

جمع المنحرف والمنشور

1	4	2	3
4	3	1	2
2	1	3	4
3	2	4	1

حيث نلاحظ شكلي المعين والمستطيل في كل مجموعة.

ومن الجمع بين كل وجهين من الأوجه التالية نحصل على شكلي الخط والمستطيل في كل مجموعة كما يلي:

جمع المعين والمربع

4	2	3	1
2	4	1	3
3	1	4	2
1	3	2	4

جمع الخط والمستطيل

4	3	2	1
3	4	1	2
2	1	4	3
1	2	3	4

جمع وجهي المثلث

3	2	1	4
2	3	4	1
1	4	3	2
4	1	2	3

جمع وجهي المنشور

3	4	2	1
4	3	1	2
2	1	3	4
1	2	4	3

جمع وجهي المنحرف المتعاكس

4	2	1	3
2	4	3	1
1	3	4	2
3	1	2	4

جمع وجهي المنحرف المتناقض

1	4	2	3
4	1	3	2
2	3	1	4
3	2	4	1

وحيث نجد الطبيعة الواحدة في التأليف بين كل من وجهي المجاميع الست الأخيرة، من حيث الفئة أو المتسلسلة التي تنتمي إليها، وهي:

(المثلث والمنحرف المتعاكس والمنحرف المتناقض والمنشور والمربع مع المعين، والخط مع المستطيل)، نجد التركيب في التأليف ماثلاً بين كل من وجهي المجاميع

الست الأولى وهي (المربع مع الخط، والمعين مع المستطيل، والمثلث مع المنحرف المتعاكس، والمنشور مع المنحرف المتناقض).

فست مجموعات تمثل الجمع بين الأوجه التي رتبت أفقياً في مقدمة البحث، وست مجموعات أخرى تمثل الجمع بين الأوجه التي رتبت عمودياً فيها.

وحيث أن اجتماع المتضادة الاتجاه في كل من هذه المجاميع لا يؤلف عدداً متسلسلاً من الأعداد الأربعة في وسط كل منها، لذا كانت الأشكال الناجمة عنها وهي الخط والمستطيل والمعين والمربع أشكالاً متضادة في تركيب كل منها.

مراتب التفاضل ونسبها

لما كان التفاضل بين وجهي الخط يساوي **3087** والتفاضل بين وجهي المعين يساوي **2907**، فإذا طرحنا وجه المعين من وجه الخط أو بالعكس على النحو التالي:

```
4 3 2 1          4 2 3 1
1 3 2 4     ،    1 2 3 4
-------          -------
2 9 9 7          2 9 9 7
```

كان حاصل جمع الناتجين **5994.**

وإذا طرحنا وجه المعين من وجه الخط أو بالعكس على الوجه التالي:

```
4 3 2 1          1 3 2 4
4 2 3 1     ،    1 2 3 4
-------          -------
  9 0              9 0
```

كان حاصل جمع الناتجين يساوي **180.**

وكان مجموع **2997 + 90 = 3087** وهو التفاضل بين وجهي الخط.

ولما كان التفاضل بين وجهي المربع يساوي **729** والتفاضل بين وجهي الخط يساوي **3087**، فلو طرحنا وجه المربع من وجه الخط أو بالعكس على النحو التالي:

```
4 3 2 1          2 4 1 3
3 1 4 2     ،    1 2 3 4
-------          -------
1 1 7 9          1 1 7 9
```

كان حاصل جمع الناتجين يساوي **2358**

وهو حاصل طرح **3087 – 729 = 2358**

وإذا طرحنا وجه المربع من وجه الخط أو بالعكس على الوجه التالي:

$$\begin{array}{r} 4321 \\ 2413 \\ \hline 1908 \end{array} \quad ، \quad \begin{array}{r} 3142 \\ 1234 \\ \hline 1908 \end{array}$$

كان حاصل جمع الناتجين يساوي **3816**

ويساوي مجموع **3816 = 729 + 3087**

وكان مجموع **3087 = 1908 + 1179** وهو التفاضل بين وجهي الخط.

ولو أجرينا الطرح بين وجهي المربع ووجهي المثلث على النحو التالي:

$$\begin{array}{r} 3142 \\ 2341 \\ \hline 801 \end{array} \quad ، \quad \begin{array}{r} 3214 \\ 2413 \\ \hline 801 \end{array}$$

كان مجموع الناتجين يساوي **1602** ويساوي الفرق بين وجهي المثلث زائداً الفرق بين وجهي المربع:

$$\begin{array}{r} 3214 \\ 2341 \\ \hline 873 \end{array} \quad + \quad \begin{array}{r} 3142 \\ 2413 \\ \hline 729 \end{array} \quad = \quad 1602$$

ولو أجرينا الطرح بينهما على النحو التالي:

$$\begin{array}{r} 3214 \\ 3142 \\ \hline 72 \end{array} \quad - \quad \begin{array}{r} 2413 \\ 2341 \\ \hline 72 \end{array}$$

كان مجموع الناتجين **144** ويساوي الفرق بين وجهي المثلث ناقصاً الفرق بين وجهي المربع **873 – 729 = 144.**

وكان مجموع **801 + 72 = 873** وهو الفرق بين وجهي المثلث المذكورين.

ولو أجرينا الطرح بين وجهي المثلث ووجهي المربع على النحو التالي:

3 1 4 2	،	4 1 2 3
1 4 3 2		2 4 1 3
1 7 1 0		1 7 1 0

كان مجموع الناتجين يساوي **3420** وهو ما يساوي

فرق وجهي المثلث 4 1 2 3 / 1 4 3 2 / 2 6 9 1 زائداً فرق وجهي المربع أي:

3420 = 729 + 2691

ولو أجرينا الطرح بينهما على النحو التالي:

2 4 1 3	،	4 1 2 3
1 4 3 2		3 1 4 2
9 8 1		9 8 1

كان مجموع الناتجين **1692**، ويساوي الفرق بين وجهي المثلث ناقصاً الفرق بين وجهي المربع **2691 – 729 = 1962.**

وكان مجموع **1711 + 981 = 2691** وهو الفرق بين وجهي المثلث المار ذكرهما.

ولما كان التفاضل بين كل من وجهي المثلث أو وجهي المنحرف المتناقض هو كما يلي:

3 2 1 4	،	4 1 2 3	،	4 1 3 2	،	3 2 4 1
2 3 4 1		1 4 3 2		1 4 2 3		2 3 1 4

فلو طرحنا كلاً من وجهي المثلث كما يلي:

2341		4132
1432	،	3214
918		918

كان مجموع الناتجين يساوي **1836** ويساوي **2709 – 873 = 1836**

لو طرحناهما كما يلي:

1432		4132
1423	،	4123
9		9

كان مجموع الناتجين يساوي **18** ويساوي **2709 – 2691 = 18**

لو طرحناهما على النحو التالي:

3214		4132
1423	،	2341
1971		1971

كان مجموع الناتجين يساوي **3582** ويساوي **2709 + 873 = 3582**

ولو طرحناهما على النحو التالي:

3241		3214
2341	،	2314
900		900

كان مجموع الناتجين يساوي **1800** ويساوي **927 + 873 = 1800**

وكان حاصل جمع **918 + 9 = 927**

وكان حاصل جمع **918 + 1791 = 2709**

وكان حاصل جمع **1791 + 900 = 2691**

وحاصل طرح **1791 – 918 = 873**

ولإعطاء صورة مفصلة عمّا يجري بين الأعداد من نسب متبادلة، نجد أن حالات التفاضل بين كل من وجهي المثلث والمنحرف كما مر سابقاً على سبيل المثال تجتمع فيما يلي:

4 1 3 2 4 1 2 3 0 0 9	1 4 3 2 1 4 2 3 0 0 9	**= 18**
3 2 1 4 2 3 1 4 9 0 0	3 2 4 1 2 3 4 1 9 0 0	**= 1800**
3 2 4 1 3 2 1 4 27	2 3 4 1 2 3 1 4 27	**= 54**
4 1 2 3 1 4 2 3 2700	4 1 3 2 1 4 3 2 2700	**= 5400**
3 2 1 4 1 4 2 3 1791	4 1 3 2 2 3 4 1 1791	**= 3582**
4 1 2 3 3 2 4 1 882	2 3 1 4 1 4 3 2 882	**= 1764**

4 1 2 3

2 3 1 4

———

1809

3 2 4 1

1 4 3 2

———

1809 = **3618**

4 1 3 2

3 2 1 4

———

918

2 3 4 1

1 4 2 3

———

918 = **1836**

فلو جمعنا بين الناتج الثاني **900** والناتج الثالث **27** كان المجموع **927**. أو جمعنا بين الناتج الأول **9** والناتج الرابع **2700** كان المجموع **2709** وكل من المجموعتين يمثل التفاضل بين وجهي المنحرف. ولو طرحنا الناتج الثالث **27** من الناتج الثاني **900** كان الباقي **873**، أو طرحنا الناتج الأول **9** من الناتج الرابع **2700** كان الباقي **1269**، وكل من الحاصلين يمثل التفاضل بين وجهي المثلث.

ولو أجرينا الجمع أو الطرح بين تفاضل المثلث وتفاضل المنحرف على التناوب كما يلي:

2709 – 2691 = 18

927 + 873 = 1800

927 – 873 = 54

2709 + 2691 = 5400

2691 - 927 = 1764

2691 + 927 = 3618

2709 – 873 = 1836

2709 + 873 = 3582

فإن النتائج تكون مساوية لكل من ضعف التفاضل بين أوجه المثلث والمنحرف المار ذكرها.

مراتب التكامل ونسبها

مما يلاحظ على حالات التكامل بين أوجه المجاميع هو أننا لو جمعنا بين وجهي المربع والخط على النحو التالي:

2 4 1 3	3 1 4 2	2 4 1 3	3 1 4 2
4 3 2 1	4 3 2 1	1 2 3 4	1 2 3 4
6 7 3 4	7 4 6 3	3 6 4 7	4 3 7 6

ثم طرحنا بين كل ناتجين كما يلي:

$$729 = 3647 - 4376$$

$$729 = 6734 - 7463$$

$$3087 = 3647 - 6734$$

$$3087 = 4376 - 7463$$

فالحاصل الأول هو تفاضل وجهي المربع، والحاصل الأخير هو تفاضل وجهي الخط.

ولو جمعنا بين وجهي المربع والمعين على النحو التالي:

3 1 4 2	2 4 1 3	2 4 1 3	3 1 4 2
4 2 3 1	1 3 2 4	4 2 3 1	1 3 2 4
7 3 7 3	3 7 3 7	6 6 4 4	4 4 6 6

ثم طرحنا بين كل ناتجين على النحو التالي:

2907 = 4466 – 7373

2907 = 3737 – 6644

729 = 6644 – 7373

729 = 3737 – 4466

فالحاصل الأول يساوي تفاضل وجهي المعين، والحاصل الأخير يساوي تفاضل وجهي المربع.

وكذا أمر التكامل بين وجهي المربع والمستطيل أو بين وجهي المعين والخط من الأوجه المتضادة. ولا تخفى بقية حالات التكامل ونسبها بين الأوجه الأخرى.

الجمع والطرح بين تفاضل الأوجه

نستدل من البحوث السابقة على تساوي حاصل جمع تفاضلي كل من:

المنشور
3 0 6 9
1 2 8 7
4 3 5 6

مع الخط والمستطيل
1 2 6 9
4 3 5 6

والمثلث
2 6 9 1
873
3 5 6 4

مع المنحرف المتعاكس
2 8 7 1
6 9 3
3 5 6 4

والمنحرف المتناقض
2 7 0 9
9 2 7
3 6 3 6

مع المعين والمربع
2 9 0 7
7 2 9
3 6 3 6

كما نستدل على تساوي حاصل طرح تفاضلي كل من:

المنحرف المتعاكس
2 8 7 1
6 9 3
2 1 7 8

مع المعين والربع
2 9 0 7
7 2 9
2 1 7 8

والمنشور
3 0 6 9
1 2 8 7
1 7 8 2

مع المنحرف المتناقض
2 7 0 9
9 2 7
1 7 8 2

والمثلث
2 6 9 1
8 7 3
1 8 1 8

مع الخط والمستقيم
3 0 8 7
1 2 6 9
1 8 1 8

ويكون مجموع الحاصلين **2178 + 2178 = 4356** مساوياً لحاصل الجمع الأول.

ومجموع الحاصلين **1782 + 1782 = 3564** مساوياً لحاصل الجمع الثاني.

ومجموع الحاصلين **1818 + 1818 = 3636** مساوياً لحاصل الجمع الثالث.

وتكون الصورة كما يلي:

4356	**1782**	
		3 5 6 4
3636	**1782**	
3636	**2178**	
		4 3 5 6
3564	**2178**	
3564	**1818**	
		3 6 3 6
4356	**1818**	

أي أن حاصل مجموع الجمع يساوي ضعف حاصل مجموع الطرح بين انسجام أوجه المجاميع على النحو المرسوم.

وإذا ما تذكرنا مرة أخرى أن كل هذه النتائج وليدة الجمع بين المقولة **(د دن دن دن)** ومضّادها **(دن دن دن د)** و **(دن دن د دن)** ومضّادها **(دن د دن دن)**، التي تتولد عنها المجموعات السبع، فلن نعجز عن البحث للوصول إلى استنتاجات قد تكون بالغة الأهمية لِما يجمع بين الأشياء من مقادير، تتضمنها هذه الموازين الأربعة بالإضافة إلى الموازين الثلاثية التي تتولد منها وهي **(د دن دن)** و **(دن دن د)** و **(دن د دن)**، فمن هذه الدندنة كما يتضح لنا قد يصل كل ضمن اختصاصه إلى ما يعجز الوصول إليه من لا يتتبع مآلها الدقيق.

مقوّمات المجاميع

من النظر مرة أخرى إلى المجاميع التي تختلف فيها الأشكال والحجوم والمسافات والأعداد والإشارات ونسب الأضلاع والأقطار...الخ نجد أن المقومات التي تؤلف كلاً من هده المجاميع ثابتة العدد والماهية ولا يتغير فيها إلّا مواقع النقرات الأربع الدالة على ما ينجم عن هذا التغيير من معلومات جديدة بدلالة تغير مواقع الأعداد الأربعة التي تتمثل في شكل المثلث أو المربع أو المعين...الخ ، فلا اختلاف بين هذه الأشكال في مضامين أو محتويات أعداد النقرات **(دن)** و **(د)** التي تتألف منها، إلاّ بتغيير حدودها التي تتألف من الموازين الأربعة، فهي متشابهة التركيب مختلفة الترتيب، ثابتة العدد متباينة الأشكال والمسافات والمساحات...الخ. وتجتمع كلها في البنية الرياضية المنطقية التي تمثل التحول والتوليد والتشابه...الخ مما يفسر لنا ما تعنيه كلمة (TOPOLOGY).

فإن التكامل والتفاضل بين الأعداد الأربعة يتغير بتغيّر ترتيب هذه الأعداد مكانياً دون أن نحذف أو نضيف عليها كماً جديداً من الأرقام، فالخط المستقيم **1 2 3 4**، والمثلث **2 3 4 1**، والمستطيل **3 4 1 2**، وكذلك المثلث **4 1 2 3**، والخط **1 2 3 4**، والمستطيل **3 4 1 2**، وهكذا في بقية الأعداد.

فلو أخذنا المنحرف **1 4 2 3**، والمثلث **1 4 3 2** نجد أن مربع المسافة **41** يساوي **10** ومربع المسافة **32** أو **23** يساوي **2**، وأن مربع المسافة **24** يساوي **5**، ومربع المسافة **43** يساوي **2**، وإن اتجاه انحدار المسافة **32** عكس انحدار المسافة **23** وكما يلي:

1	4	2	3		1	4	3	2
د	دن	دن	دن		د	دن	دن	دن
دن	دن	د	دن		دن	دن	دن	د
دن	دن	دن	د		دن	دن	د	دن
دن	د	دن	دن		دن	د	دن	دن

وتبعاً لذلك التغيّر في مواقع النقرات الأربع، وبالتالي مواقع الأعداد، يتغير الكثير من المعالم والمعلومات مع ثبات المقومات وتماثل الموازين التي تتألف منها كل مجموعة، بل وأكثر من ذلك يمكننا أن نقول إن ثبات مواقع المقومات قد يؤدي إلى تغير الأشكال والمساحات والمسافات...الخ في آن واحد بالنسبة لجهة المشاهد كما مرّ بنا سابقاً، حيث تتغير مواقعها (أي المقومات) بالنسبة لمشاهدٍ عن آخر مع بقاء مواقعها على ما هي عليه من حيث الواقع المكاني. كما هو الحال في المثلث الدائر حول نفسه، أو المنحرف الدائر حول نفسه، حيث نرى الخط والمستقيم أو المربع والمعين...الخ دون تغيّر مواقع المقومات من حيث التكوين الأساس أو من حيث تغيّر مواقعها عند الدوران مع ثبات وجهة المشاهد.

موجز العلاقات بين الأوجه

لإيضاح موجز العلاقة بين وجهي المربع ووجهي المنحرف المتعاكس على سبيل المثال نجد أن حاصل الطرح أو الجمع بينهما يكون كما يلي:

3142 – 3124 = 18 ومجموعهما **6266**

2431 – 2413 = 18 ومجموعهما **4844**

3142 – 1342 = 1800 ومجموعهما **4484**

4213 – 2413 = 1800 ومجموعهما **6626**

3142 – 2431 = 711 ومجموعهما **5573**

2413 – 1342 = 1071 ومجموعهما **3755**

3124 – 2413 = 711 ومجموعهما **5537**

4213 – 3142 = 1071 ومجموعهما **7355**

ولما كانت فضلة وجهي المربع = **729** وفضلة كل من وجهي المنحرف تساوي **693** ، **2871** فأن:

711 + 18 = 729

711 – 18 = 693

1800 – 1071 = 729

1800 + 1071 = 2871

6266 – 5537 = 729

7355 – 6626 = 729

5573 – 4844 = 729

4484 – 3755 = 729

6266 – 5573 = 693

5537 – 4844 = 693

6626 – 3755 = 2871

7355 – 4484 = 2871

1800 + 18 = 1818

5573 – 3755 = 1818

7355 – 5537 = 1818

أي نصف مجموع **729 + 2907 = 3636**

1800 – 18 = 1782

1071 + 711 = 1782

7355 – 5573 = 1782

5537 – 3755 = 1782

6266 – 4484 = 1782

6626 – 4844 = 1782

أي نصف مجموع **693 + 2871 = 3564**

وأن **711** يساوي نصف حاصل جمع **693 + 729 = 1422.**

وأن **1800** يساوي نصف حاصل جمع **729 + 2871 = 3600.**

وإذ لا تقتصر هذه العلاقة على الأعداد الأربعة **1**، **2**، **3**، **4** بل تشمل أيّاً من الأعداد الأخرى المتعاقبة، فلو أخذنا العدد الذي يمثل المربع وهو **4 2 5 3** والعدد الذي يمثل المعين **2 4 3 5**، وأجرينا الطرح بينهما كما يلي:

5 3 4 2	4 2 5 3	3 5 2 4	5 3 4 2
3 5 2 4	2 4 3 5	2 4 3 5	4 2 5 3
1 8 1 8	1 8 1 8	1 0 8 9	1 0 8 9

فمجموع **1818 + 1089 = 2907** وهو التفاضل بين وجهي المعين، وحاصل طرح **1818 – 1089 = 729** وهو التفاضل بين وجهي المربع.

ولو جمعنا بين وجهي المربع والمعين كان الحاصل يساوي: **5959**، **9595**، **8866**، **6688.** وكان حاصل طرح:

729 = 5959 – 6688

729 = 8866 – 9595

2907 = 5959 – 8866

2907 = 6688 – 9595

ومما يلاحظ على الفروق بين الأعداد المتضادة من أوجه كل من المثلث والمنشور والمنحرف، أن حاصل الطرح بين كل عددين متضادين منها يكون مساوياً لحاصل طرح كل من وجهي الخط والمستطيل، أو لحاصل طرح كل من وجهي المربع والمعين وكما يلي:

أولاً، المثلث
2341 – 1432 = 909
4123 – 3214 = 909

الخط والمستطيل
4321 – 3412 = 909
2143 – 1234 = 909

ثانياً، المنشور
3421 – 1243 = 2178
4312 – 2134 = 2178

الخط والمستطيل
4321 – 2143 = 2178
3412 – 1234 = 2178

ثالثاً، المنحرف المتعاكس
4213 – 3124 = 1089
2431 – 1342 = 1089

المربع والمعين
2413 – 1324 = 1089
4231 – 3142 = 1089

رابعاً، المنحرف المتناقض
4132 – 2314 = 1818
3241 – 1423 = 1818

المربع والمعين
3142 – 1324 = 1818
4231 – 2413 = 1818

كما يلاحظ أن الناتج الأخير **1818** هو ضعف الناتج الأول **909**، وأن الناتج الثاني **2178** هو ضعف الناتج الثالث **1089**.

وكما مرّ بنا سابقاً، فإن طرح الناتج الأول من الناتج الثاني أو جمعه معه كما يلي:

2178 - 909 = 1269 ويساوي فرق وجهي المستطيل.

2178 + 909 = 3087 ويساوي فرق وجهي الخط.

وإن طرح الناتج الثالث من الناتج الأخير أو جمعه معه كما يلي:

1818 – 1089 = 729 ويساوي فرق وجهي المربع.

1818 + 1089 = 2907 ويساوي فرق وجهي المعين.

كما نجد أن **3087 – 1269 = 1818.**

وإن **2907 – 729 = 2178.**

مضاعفة المجاميع

ذكرنا أن الزيادة المتساوية المضافة إلى أعداد المجاميع لن تغير من أنواع وأبعاد أشكالها الهندسية، فمجموعة شكل المعين **1 3 2 4** تكون بالزيادة المضافة كما يلي:

4	**2**	**3**	**1**
5	**3**	**4**	**2**
6	**4**	**5**	**3**
7	**5**	**6**	**4**
8	**6**	**7**	**5**

فهذه المجاميع تشكل معيناً مساحته ثلاث وحدات قياسية وإشاراته تساوي **-2 +1 -2**، ولكن لو ضاعفنا العدد **1 3 2 4** إلى **2 6 4 8** فإن الإشارات ستكون **-4 +2 -4**، وبالتالي فإن مربعات أبعاد الشكل الهندسي سيكون كما يلي:

الضلع الأيمن $(6 – 2)^2 + 1^2 = 17$ منحدراً نحو اليسار.

الضلع الأيسر $(8 – 4)^2 + 1^2 = 17$ منحدراً نحو اليسار.

الضلع الأسفل $(8 – 6)^2 + 2^2 = 8$ منحدراً نحو اليسار.

الضلع الأعلى $(4 – 2)^2 + 2^2 = 8$ منحدراً نحو اليسار.

القطر بين الطرفين $(8 – 2)^2 + 3^2 = 45$ منحدراً نحو اليسار.

القطر الأوسط $(6 – 4)^2 + 1^2 = 5$ منحدراً نحو اليمين.

فيكون الشكل كما يلي:

8	4	6	2
دن	دن	دن	دن
دن	دن	دن	د
دن	دن	دن	دن
دن	د	دن	دن
دن	دن	دن	دن
دن	دن	د	دن
دن	دن	دن	دن
د	دن	دن	دن
1	5	3	7

وتكون مساحته تساوي ست وحدات قياسية أي ضعف مساحة المعين الأول، وتكون أعداده إمّا زوجية أو فردية.

وكذلك الأمر لو أخذنا مجموعة المربع **2 4 1 3** أي **-2 +3 -2** وضاعفنا العدد إلى **4 8 2 6** أي **-4 +6 -4** فإن الشكل يكون كما يلي:

6	2	8	4
دن	دن	دن	دن
دن	د	دن	دن
دن	دن	دن	دن
دن	دن	دن	د
دن	دن	دن	دن
د	دن	دن	دن
دن	دن	دن	دن
دن	دن	د	دن
3	7	1	5

وتكون مربعات أبعاده تساوي **17**، **17**، **8**، **8**، **37**، **13** ومساحته تساوي **10** وحدات قياسية، أي ضعف مساحة الشكل الأول للعدد **2 4 1 3**.

ولو أخذنا شكل المنشور **2 1 3 4 = +1 -2 -1** وضاعفناه إلى **4 2 6 8 = +2 -4 -2** فإن رسم الشكل يكون كما يلي:

8	6	2	4
دن	دن	دن	دن
دن	دن	د	دن
دن	دن	دن	دن
دن	دن	دن	د
دن	دن	دن	دن
دن	د	دن	دن
دن	دن	دن	دن
د	دن	دن	دن
1	3	7	5

وتكون مربعات أبعاده تساوي **5**، **5**، **8**، **17**، **25**، **40** ومساحته تساوي خمس وحدات قياسية، أي ضعف مساحة المنشور الأصلي. وهكذا تتطور مكونات البنية الرياضية لتشمل الإمكانات المحتملة لبقية تكوينات العدد دون الجمود على شكلها المتناهي الذي يمثل الحد الأدنى لتلك الاحتمالات المتفرعة عن القانون الرئيس قانون منطق الاحتمالات.

وقياساً على ما مر ذكره، يكون حاصل طرح الأعداد:

4213 – 1342، **5324 – 2453**، **6435 – 3564**، **7546 – 4675**

يساوي **2871**.

وإن حاصل طرح الأعداد:

3124 – 2431، 4235 – 3542، 5346 – 4653، 6457 – 5764

يساوي **693.** وهما حاصل تفاضل وجهي المنحرف.

أمّا حاصل طرح الأعداد: **7315 – 1573، 8426 – 2684، 9537 – 3795،** فيساوي **5742** وهو ضعف الحاصل الأول.

وحاصل طرح الأعداد: **5137 – 3751، 6248 – 4862، 7359 – 5973،** فيساوي **1386** وهو ضعف الحاصل الثاني.

وتكون مساحة الشكل الهندسي للمجموعات الأولى تساوي أربع وحدات قياسية، ومساحة الشكل الهندسي للمجموعات الثانية تساوي ثمان وحدات قياسية، لأن إشارات المجاميع الأولى هي **+2 -1 -2**، وإشارات المجاميع الثانية هي **+4 -2 -4.**

أما إذا أردنا رسم مربع مساحته تساوي ضعف مساحة المربع **2 4 1 3** فسيكون كما يلي:

	2	5	3	1	4	2	
4	دن	دن	دن	د	دن	دن	**3**
1	د	دن	دن	دن	دن	د	**1**
3	دن	دن	د	دن	دن	دن	**4**
5	دن	دن	دن	دن	د	دن	**2**
2	دن	د	دن	دن	دن	دن	

فمربع طول ضلع هذا المربع يساوي **10** وحدات قياسية، والرقم المتسلسل الدائري حوله يساوي **4 1 3 5 2** ويساوي **+3 -2 -2 +3.** وموازين محيطه تساوي

موازين دائرة المؤتلف من أوزان الشعر وهي الهزج والرجز والرمل. ومساحة المثلث الواقع في ربعه تساوي نصف مساحة المربع **2 4 1 3** كما يلي:

3	1	4	2	
دن	د	دن	دن	**3**
دن	دن	دن	د	**1**
د	دن	دن	دن	**4**
دن	دن	د	دن	**2**

وهو بهذه الحالة يكون على منطق التضاد، وتكون أطواله كما يلي:

$$5 = {}^{2}2 + {}^{2}(3 - 4)$$

$$5 = {}^{2}2 + {}^{2}(2 - 3)$$

$$5 = {}^{2}1 + {}^{2}(3 - 5)$$

$$5 = {}^{2}1 + {}^{2}(1 - 3)$$

وهي مربعات نصف أقطاره.

$$10 = {}^{2}1 + {}^{2}(1 - 4)$$

$$10 = {}^{2}1 + {}^{2}(2 - 5)$$

$$10 = {}^{2}3 + {}^{2}(4 - 5)$$

$$10 = {}^{2}3 + {}^{2}(1 - 2)$$

وهي مربعات أضلاعه.

$$20 = {}^{2}4 + {}^{2}(2 - 4)$$

$$20 = {}^{2}2 + {}^{2}(1 - 5)$$

وهي مربعات طول كل من قطريه.

لا مجموعة أكبر من مجموعة

يقودنا نظام التقابل بين الأعداد الأصلية الأربعة المبني على أساس التفاضل والتكامل إلى حل المتناقضة التي تقضي (بعدم وجود عدد أصلي أكبر).[10]

فنحن إذا ما نظرنا إلى الأعداد الأصلية المتقابلة **1**، **2**، **3**، **4** التي تتألف منها المجاميع الرياضية التالية:

3 4 1 2   **3 1 2 4**

2 1 4 3   **2 4 3 1**

3 1 4 2   **3 2 1 4**

2 4 1 3   **2 3 4 1**

4 2 3 1   **3 2 4 1**

1 3 2 4   **2 3 1 4**

4 3 2 1   **3 4 2 1**

1 2 3 4   **2 1 3 4**

نجد أن كل مجموعة من هذه المجاميع تضم عدداً أكبر وعدداً أصغر من أعداد أية مجموعة أخرى.

---

[10] المنطق الرياضي للدكتور كريم متي ص 241، 248.

وبالتالي فلا توجد مجموعة أكبر من مجموعة ولا مجموعة أصغر من مجموعة أخرى.

فبالنظر إلى أعداد المجموعة $\frac{3\ 4\ 1\ 2}{2\ 1\ 4\ 3}$ بالنسبة إلى أعداد المجموعة $\frac{3\ 1\ 2\ 4}{2\ 4\ 3\ 1}$

نجد أن: العدد **3412** أكبر من **3124**

وأن العدد **2143** أصغر من **2431**

وأن العدد **4213** أكبر من أعداد المجموعة الأولى

وأن العدد **1324** أصغر منها.

وإذا نظرنا إلى أعداد المجموعة $\frac{3\ 2\ 4\ 1}{2\ 3\ 1\ 4}$ بالنسبة إلى أعداد المجموعة $\frac{3\ 1\ 2\ 4}{2\ 4\ 3\ 1}$ نجد أن: العدد **3241** أكبر من **3124**

وأن العدد **2314** أصغر من **2431**

وأن العدد **1423** أكبر من **1342**

وأن العدد **4132** أصغر من **4213**

وهكذا نتوصل إلى عدم تناقض مسألة (عدم وجود العدد الأصلي الأكبر) بعد اكتشاف المجاميع الرياضة المؤسسة على التفاضل والتكامل.

ولا يخفى مدى انطباق هذا المفهوم على المجاميع المماثلة الأخر، فإن كلاً من أعداد المجاميع التالية على سبيل المثال هي أكبر أو أصغر من بقية أعداد هذه المجاميع:

6275 6725

3724 3274

7652 5627

2347 4372

ومن ذلك يتضح بأن للفئات وجود موضوعي مستقل من حيث الأساس، يضمه منطق رياضي مبرهن.

ومن ذلك يتضح أيضاً أننا ننتقل من الدندنة عن طريق المنطق الرياضي الجامع للموازين الشعرية الموسيقية إلى نتائج تعليمية وتربوية أساسها العدد الطبيعي المتمثل في الرمز الجامع بين المتغير والثابت دون المساس بثبات النسب وتشابه المقادير.

وتوضيحاً لمقولة لا مجموعة أكبر من أخرى بتفصيل، فلو أخذنا المجموعة العددية $\frac{3\,1\,4\,2}{2\,4\,1\,3}$ والمجموعة العددية $\frac{4\,2\,3\,1}{1\,3\,2\,4}$ ، نجد أن الأولى أكبر من الثانية بالأوجه التالي:

1818 = 1324 – 3142

1089 = 1324 – 2413

وأن الثانية أكبر من الأولى بالأوجه التالية:

1818 = 2413 – 4231

1089 = 3142 – 4231

فلا مجموعة أكبر من مجموعة، ويكون حاصل جمع الناتجين:

1818 + 1089 = 2907 وهو الفرق بين وجهي المعين كما مر بنا.

ويكون حاصل طرح الناتجين يساوي **729** وهو الفرق بين وجهي المربع.

ولو أجرينا الطرح بين المجموعة **4 3 2 1 / 1 2 3 4** والمجموعة **3 1 2 4 / 2 4 3 1**

كانت الأولى أكبر من الثانية كما يلي:

108 = 4213 – 4321

1890 = 2431 – 4321

1197 = 3124 – 4321

2979 = 1342 – 4321

وكانت المجموعة الثانية أكبر من الأولى بنفس المقادير كما يلي:

108 = 1234 – 1342

1890 = 1234 – 3124

1197 = 1234 – 2431

2979 = 1234 – 4213

وكذلك الأمر لو أجرينا الطرح بين المجموعة **4 1 3 2 / 1 4 2 3** والمجموعة **4 1 2 3 / 1 4 3 2** حيث تكون الأولى أكبر من الثانية كما يلي:

9 = 4123 – 4132

918 = 3214 – 4132

2700 = 1432 – 4132

1791 = 2341 – 4132

1809 = 4123 – 3241

900 = 2341 – 3241

27 = 3214 – 3241

882 = 1432 – 2314

وتكون الثانية أكبر من الأولى بنفس المقادير وكما يلي:

9 = 1423 – 1432

918 = 1423 – 2341

27 = 2314 – 2341

1791 = 1423 – 3214

900 = 2314 – 3214

2700 = 1423 – 4123

1809 = 2314 – 4123

882 = 3241 – 4123

وكذلك الأمر بالنسبة للمجاميع الأخرى كما يلي مثلاً:

4 5 2 3	**4 5 2 3**
3 5 2 4	**4 2 5 3**
0 9 9 9	**2 7 0**

4 2 5 3	**3 5 2 4**
3 2 5 4	**3 2 5 4**
0 9 9 9	**2 7 0**

وينطبق هذا القول على الأعداد الثلاثية:

فمثلاً أن العدد **413** يقابله العدد **142.**

وإن العدد **143** يقابله العدد **412.**

وعليه **413 – 412 = 1**

و **143 – 142 = 1**

و **413 – 143 = 270**

و **412 – 142 = 270**

أزمن الحركات

لما كانت النسب بين الحركات والأعداد والكميات لا تستقر في واقع الحال على نسب الأعداد الترتيبية المتتالية **(1، 2، 3، 4)**، وإنما تختلف باختلاف الجمع بين نسب الفئات الثلاث الترتيبية المتتالية والموسيقية والتأليفية، وإلّا كانت الأعداد اللّامتناهية تسير على خط مستقيم لا متناهي العّد والعدد. لذا لا يكون العدد الترتيبي المتتالي جوهراً ثابتاً لنظام العدد، بل إحدى إضافات لا دخل لها في منطق توالي الموضوعات كما هو الحال في أبعاد البنية الرياضية ومجاميعها العددية، وكما هو الحال في قوانين السقوط، وكما هو الحال في النسب الموسيقية للمربعات الهندسية الكاملة المار ذكرها سابقاً...الخ، مما تشير إليه مقولات دائرة الوحدة. وعليه يكون اجتماع ضّم الأوجه الناجمة عن تناوب فئات الأعداد الأربعة ممثلاً لجميع نسب المتواليات المحتملة بين واقع الأشياء لا على الترتيب المتوالي المفترض.

ومما مرّ يتضح أن المصطلح الوصفي المستعمل للدلالة على أزمن الحركات والذي يساوي **(ز1 ز2 ز3 ز4)** مرقماً كل حركة بزمنها على التعاقب، لا يشمل الحركات الكيفية الأخرى بمجاميعها المختلفة، وإنما يجب أن تتغير مقاييسه بتغير عدد الحركات بين الأزمان وفقاً للأنظمة العددية الثلاث وما يتولد عنها من مسافات وأشكال ومساحات ولغة وإشارات...الخ وتبعاً لمنظومات المجاميع الرياضية المختلفة، فمن ذلك قولنا على سبيل المثال في المصطلحين:

ز2 ز4 ز3 ز1 أو قولنا **ز1 ز3 ز2 ز4**

فالأزمنة في المصطلح الوصفي الأول حركة ترتيبية مستقيمة تساوي:

ز1 ز2 ز3 ز4 ز5 ز6 ...الخ، بينما في المصطلح الثاني تؤلف حركات شكل منحرف تظهر فيها مربعات المسافات الزمنية للإشارات:

(-2 +1 +2) وتساوي **(10، 5، 2، 13، 5، 5)** والمتمثلة في المنظومة $\frac{4\ 2\ 1\ 3}{1\ 3\ 4\ 2}$ ...الخ.

وفي المصطلح الثالث تؤلف حركات شكل معين، تظهر فيها مربعات المسافات الزمنية للإشارات **(-2 +1 -2)** والتي تساوي **(5، 2، 5، 18، 5، 5)** والمتمثلة في المجموعة $\frac{4\ 2\ 3\ 1}{1\ 3\ 2\ 4}$ ...الخ.

هذا بالإضافة إلى وجوب وضع ما يكمل هذه التحركات مما يقابلها على الوجه الآخر، كقولنا مثلاً **(ز1 ز2 ز4 ز3** يقابلها **ز4 ز3 ز1 ز2)**، وعن هذا السبيل نتوصل إلى النسبية العامة بين جميع الحركات المختلفة، من حيث الأساس الذي تبنى عليه مقادير الأزمان العديدة التي تتولد عن تحركات الأشياء، دون التقيّد بأزمنة الزمان المطلق من حيث تعاقبه.

ذلك أننا نستطيع أن نفرّ من ليل أمريكا إلى النهار في العراق دون أن نتابع مجرى الساعات أو أن نلازم الترتيب الذي تسير عليه في مجراها.

وبما أننا كشفنا عن أن **(ز4)** مثلاً يمكن أن تتحول إلى **(ز3)** أو إلى **(ز2)**، فلا يمكن والحالة هذه بلوغ الهدف إلى وحدة النسبية، إلّا بواسطة المكان المتعدد الأبعاد المجرد عن التعيين الترقيمي لأزمن الحركات عن طريق الأعداد الرمزية الطبيعية المتماثلة الشكل المختلفة الاتجاه، سفلياً أو علوياً أو جانبياً، من حيث بدء القراءة. وبالتالي نكون قد حصلنا على منطلقات التزامن والتزمن على مختلف المتواليات والمجاميع، بعيداً عن مقولات الزمان المتعاقب الذي يحكم المآل كله من حيث

النتيجة، دون أن يقيد الزمن المحصور بتحركات الأشكال والأفراد كل في مجال أحاسيسه.

وعلى سبيل هذه التفرقة نكون قد ميّزنا بين المطلق والنسبي، وتوصلنا إلى النسبية العامة بمفهومها العام، من حيث الأساس الذي قامت عليه كل النسب.

مجموع أعداد التكامل

لو رسمنا المتسلسلة التالية **(7 1 3 4 6 5 2)** أو المتسلسلة التالية **(2 7 3 4 6 5 1)** بالدندنة العددية، لوجدنا أن مجموع كل عددين متقابلين من المتواليات العددية فيها يساوي مجموع أكبر عدد زائداً العدد واحد، كما مر بنا وكما يلي:

	2	5	6	4	3	1	7	
6	دن	دن	دن	دن	دن	د	دن	**2**
1	د	دن	دن	دن	دن	دن	دن	**7**
5	دن	دن	دن	دن	د	دن	دن	**3**
4	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	**4**
2	دن	د	دن	دن	دن	دن	دن	**6**
3	دن	دن	د	دن	دن	دن	دن	**5**
7	دن	دن	دن	دن	دن	دن	د	**1**
	6	**3**	**2**	**4**	**5**	**7**	**1**	

أي أن **(7 + 1)** يساوي **8** وهو مجموع كل عددين متقابلين.

ولو ضربنا العدد الأكبر في هذا المجموع أي **8 × 7 = 56** كان الناتج يساوي مجموع الأعداد المتكاملة لكل متواليتين على وجه التقابل.

وبقسمة الناتج على العدد **2** أي $\frac{7 \times 8}{2}$ **= 28** يكون الحاصل مساوياً لمجموع أعداد كل متوالية من الجهات الأربع.

ولو جعلنا مجموع كل عددين متقابلين يساوي **9** كمل يلي:

8 2 5 6 4 3 1 7

1 7 4 3 5 6 8 2

فيكون حاصل ضرب أكبر عدد في **9** مقسوماً على إثنين $\frac{8 \times 9}{2}$ **= 36** مجموع أعداد كل من وجهي المتوالية.

وكذلك لو أخذنا الأعداد من **(1 – 28)** عدد أيام الشهر القمري، كان التكامل بين الوجهين المتقابلين لها يساوي **29** لكل عددين متقابلين ويكون حاصل $\frac{28 \times 29}{2}$ **= 406** مجموع هذه الأعداد.

ولمّا كان التكامل المكاني بين المتوالية وما يقابلها من أعداد، يعني أن مجموع كل عددين متقابلين منها يساوي مجموع أصغر وأكبر عدد من كل منهما، لذا نجد أن:

المجموعة

3 4 1 2
2 1 4 3
1 2 6 9

+1 -3 +1
-1 +3 -1

تساوي المجموعة

4 5 2 3
3 2 5 4
1 2 6 9

+1 -3 +1
-1 +3 -1

بينما نجد أن المجموعة التالية

4 5 2 3
2 1 4 3
2 3 8 0

+1 -3 +1
-1 +3 -1

قد اختلف التفاضل فيها عن تفاضل وجهي المستطيل بزيادة قدرها **1111**.

وكذلك الحال بين الوجهين التاليين

3 4 1 2
3 2 5 4
1 5 8

+1 -3 +1
-1 +3 -1

فقد نقص التفاضل عن وجهي المستطيل بمقدار **1111**.

وذلك لأن مجموع أكبر عدد وأصغر عدد في أحد الوجهين يساوي **7** وفي الوجه الآخر يساوي **5**، بينما نجد أن مجموع كل عددين متقابلين أصبح **6**.

وعلى هذا الأساس نجد أن المجاميع المتكاملة على وجه التقابل بالنسبة لوجهي المربع 3 1 4 2 / 2 4 1 3 مثلاً تكون كما يلي:

6457
5364
4253
3142
2413
3524
4635
5746

5	7	4	6
دن	دن	دن	دن
دن	دن	دن	دن
دن	دن	دن	دن
دن	دن	د	دن
د	دن	دن	دن
دن	دن	دن	د
دن	د	دن	دن
دن	دن	دن	دن
دن	دن	دن	دن
دن	دن	دن	دن
6	4	7	5

أي أن حاصل طرح وجهي كل من المجاميع:

6457، **5364**، **4253**، **3142**
5746 **4635** **3524** **2413**

يساوي **729** مع الاحتفاظ بنفس إشارات السلب والإيجاب في كل منها.

انعكاس الصور لأعيانها

لو أخذنا عدد وجه المعين **(1 3 2 4)** وأضفنا إليه العدد **1** على التوالي في مرة كما يلي:

4 2 3 1
5 3 4 2
6 4 5 3
7 5 6 4

نجد أن الرقم **4** يشكل معيناً رأسه الأعلى في جهة اليسار، ولو رسمنا صورة العدد **(1 3 2 4)** بالدندنة كما يلي:

د دن دن دن
دن دن د دن
دن د دن دن
دن دن دن د

نجد أن رأس المعين الأعلى أصبح في جهة اليمين، لكننا لو رسمنا صورة المعين بالدندنة وفقاً لوجهتها الأخرى وهو العدد **(4 2 3 1)** كما يلي:

دن دن دن د
دن د دن دن
دن دن د دن
د دن دن دن

لوجدناه مطابقاً للشكل العددي الأول مع أن أعداد الأول تساوي **(-2 +1 -2)** وأعداد الصورة المطابقة تساوي **(+2 -1 +2)** والعكس بالعكس.

ولو رسمنا صورة وجه المنشور بالعدد **(1 2 4 3)** بالدندنة كما يلي:

3	**4**	**2**	**1**
دن	**دن**	**دن**	**د**
دن	**دن**	**د**	**دن**
د	**دن**	**دن**	**دن**
دن	**د**	**دن**	**دن**
2	**1**	**3**	**4**

لوجدنا الصورة مطابقة لشكل الأعداد التي يتألف منها وجهه الآخر **(4 3 1 2)** مضافاً إليه العدد **1** على التوالي وفي كل مرة كما يلي:

2	**1**	**3**	**4**
3	**2**	**4**	**5**
4	**3**	**5**	**6**
5	**4**	**6**	**7**

فالرقم **4** من هذه الأعداد يشكل منشوراً مطابقاً للصورة أعلاه، ولكن إشارات أعداد هذا الشكل تساوي **(+1 +2 -1)** أي مساوية للأعداد **(4 3 1 2)** المقابلة لوجه الصورة من أسفلها، بينما إشارات أعداد الصورة من أعلاها تساوي **(-1 -2 +1).**

وعلى هذا المنوال تكون صورة الوجه **(2 1 3 4)** مطابقة لشكل الأعداد التي يتألف منها الوجه **(3 4 2 1)** كما يلي:

4	**3**	**1**	**2**
دن	**دن**	**د**	**دن**
دن	**دن**	**دن**	**د**
دن	**د**	**دن**	**دن**
د	**دن**	**دن**	**دن**
1	**2**	**4**	**3**

1	**2**	**4**	**3**
2	**3**	**5**	**4**
3	**4**	**6**	**5**
4	**5**	**7**	**6**

وهكذا بالنسبة لبقية الأعيان وصورها، كما لو وقفت على حافة نهر وشاهدت انقلاب صورتك في مياهه العميقة، أو وضعت رجليك على وجه مرآة عاكسة.

وعلى العكس يظهر الشكل التالي أن اليسار أصبح يميناً واليمين أصبح يساراً:

5	**4**	**3**	**2**
4	**3**	**2**	**1**
6	**5**	**4**	**3**
7	**6**	**5**	**4**

دن	**دن**	**د**	**دن**	**2**
دن	**دن**	**دن**	**د**	**1**
دن	**د**	**دن**	**دن**	**3**
د	**دن**	**دن**	**دن**	**4**

استخراج المساحات بأطوال الوحدة المائلة

حيث مرّ بنا أن الوحدة المائلة تساوي ضعف مساحة الوحدة القياسية، فإذا كانت الأطوال التي تستخرج منها مساحات الأشكال تقاس بالوحدات المائلة، فإن مساحة كل من الأشكال التالية ستكون كما يلي:

مساحة المعين = حاصل ضرب قطريه.

مساحة المثلث = حاصل ضرب القاعدة في الارتفاع.

مساحة المستطيل = ضعف حاصل ضرب ضلعيه.

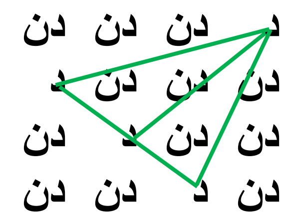
مساحة المربع = ضعف مربع ضلعه.

وعليه إذا رسمنا المعين التالي الذي مساحته تساوي ثلاث وحدات قياسية:

دن دن دن د
دن د دن دن
دن دن د دن
د دن دن دن

نجد أن طول قطره الأقصر يساوي وحدة مائلة وطول قطره الأطول يساوي ثلاث وحدات مائلة، فمساحته تساوي **1 × 3 = 3** وحدات قياسية.

وإذا رسمنا المثلث التالي الذي مساحته أربع وحدات قياسية:



نجد أن طول كل من قاعدته وارتفاعه يساوي وحدتين مائلة، فمساحته تساوي **2 × 2 = 4** وحدات قياسية.

أمّا المستطيل المتولد منه فتكون مساحته وهي أربع وحدات قياسية تساوي ضعف حاصل ضرب القاعدة في الارتفاع.

دن دن د دن
دن دن دن د
د دن دن دن
دن د دن دن

لأن طول ضلعه الأطول يساوي وحدتين مائلة، وطول ضلعه الأقصر يساوي وحدة مائلة واحدة، فمساحته تساوي **2 (2 × 1) = 4**وحدات قياسية.

وفي المنشور التالي:

دن دن د دن
دن دن دن د
دن د دن دن
د دن دن دن

نجد أن طول ارتفاع مثلثه الأكبر يساوي وحدتين ونصف وطول قاعدته تساوي وحدة مائلة واحدة. فمساحته تساوي **1 × 2.5 = 2.5.**

أمّا مساحة مثلثه الأصغر فتساوي **1 × 1.5 = 1.5** أي مساحة نصف المعين الأول.

أمّا في المعين التالي:

دن دن دن دن د

دن دن د دن دن

دن دن دن د دن

دن د دن دن دن

د دن دن دن دن

فنجد أن طول القطر الأطول يساوي أربع وحدات مائلة، فمساحته تساوي **$1 \times 4 = 4$** وحدات قياسية.

ولو رسمنا المربع التالي:

دن دن دن دن دن

دن دن دن دن دن

دن دن دن دن دن

دن دن دن دن دن

دن دن دن دن دن

نجد أن طول ضلعه يساوي وحدتين مائلة، ومساحته تساوي ثمان وحدات قياسية، وعليه يكون: ضعف مربع الضلع يساوي المساحة، أي **$2\ (2 \times 2) = 8$** وحدات قياسية. وحيث أن طول قطره يساوي **4** وحدات قياسية، فنصف مربع القطر يساوي مساحته أي **$1\backslash2\ (4 \times 4) = 8$**.

وعليه فلو أخذنا المعين التالي:

دن دن دن دن دن

دن دن دن دن دن

دن دن دن دن دن

نجد أن طول كل قطريه يساوي **2**، **4** فتكون مساحته تساوي نصف حاصل ضرب قطريه، أي **1\2 (2 × 4) = 4**.

أما لو أخذنا المعين التالي:

دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن

نجد أن مربع طول ضلعه يساوي **10**، وأن مربع طول قطره الأطول يساوي **32**، وأن مربع طول قطره الأقصر يساوي **8**. وبما أن العدد **32** يساوي طول **4** وحدات مائلة، وأن العدد **8** يساوي طول **2** وحدة مائلة، فتكون مساحته تساوي حاصل ضرب قطريه **2 × 4 = 8**، ومساحة كل مثلث فيه تساوي القاعدة في الارتفاع.

أما لو أخذنا مثلثاً طول أحد ضلعيه يساوي **3** ومربع طول كل من ضلعيه الآخرين يساوي **8**، **25** كما يلي:

دن دن دن دن دن دن
دن 8 دن دن دن 25 دن دن
دن دن دن دن دن دن
3

فحيث أن العدد **8** يساوي طول **2** وحدة مائلة فالمساحة تكون **1\2 (2 × 3) = 3**.

ومن الشكلين التاليين نجد نوعي المعين الكائنين على ضلعي المربع الذي مربعه يساوي **5** وعلى ضلع المربع الذي مربعه يساوي **10**:

دن دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن دن

فمساحة المعين الأيمن تساوي **4 × 2.**

ومساحة المعين الأيسر تساوي **1\2 (6 × 2).**

دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن

فمساحة المعين الأيمن يساوي **3 × 1.**

ومساحة المعين الأيسر تساوي **1\2 (4 × 2).**

التفاضل والتكامل بين فروق

الأوجه

بعد أن ثبت أن لا مجموعة عددية أكبر من أخرى، فلمعرفة مقادير التفاضل والتكامل المشتركة بين كل مجموعتين يمكن إتباع الطريقة التالية:

لما كان الفرق بين وجهي المربع = **729** والفرق بين وجهي المعين = **2907**

لذا يكون التفاضل والتكامل بين وجه المربع ووجه المعين كما يلي:

أولاً: $\frac{2907 - 729}{2} = 1089$.

ثانياً: : $\frac{2907 + 729}{2} = 1818$.

وهو يساوي ما يلي:

```
 3 1 4 2        2 4 1 3
 1 3 2 4        1 3 2 4
 -------        -------
 1 8 1 8        1 0 8 9
```

فحاصل جمع الناتجين يساوي فرق وجهي المعين وحاصل طرحهما يساوي فرق وجهي المربع. ولمّا كان الفرق بين وجهي المثلث يساوي **873** و **2691**، والفرق بين وجهي الخط يساوي **3087**، لذا يكون التفاضل والتكامل المشترك بين وجه المثلث ووجه الخط كما يلي:

أولاً: $\frac{3087 + 873}{2} = 1980$.

ثانياً: $\frac{3087 - 873}{2} = 1107$.

ثالثاً: $\frac{3087 + 2961}{2} = 2889$.

رابعاً: $\frac{3087 - 2961}{2} = 198$.

أي كما يلي:

$$\frac{3214}{1234} \quad \frac{4123}{1234} \quad \frac{1432}{1234} \quad \frac{2341}{1234}$$

$$1980 \quad ، \quad 2889 \quad ، \quad 198 \quad ، \quad 1107$$

التقابل المكاني في الشكل

يلاحظ في الشكلين التاليين:

3 2 4 1
4 3 5 2
5 4 6 3
6 5 7 4

2 3 1 4
3 4 2 5
4 5 3 6
5 6 4 7

إن أحدَهما مقلوب الآخر، فالمنحرف الناشئ عن العدد **3142** هو مقلوب المنحرف الناشئ عن العدد **2314** وعليه يكون العدد الأول مكملاً للعدد الثاني ومكافئاً له.

فهما يساويان **1- 2+ 3-**
1+ 2- 3+

وكذلك الأمر بالنسبة للوضعيتين التاليتين لنفس الشكلين:

4 2 1 3
5 3 2 4
6 4 3 5
7 5 4 6

1 3 4 2
2 4 5 3
3 5 6 4
4 6 7 5

فالشكل الأول مقلوب الشكل الثاني، وعليه يكون العدد **4213** مقابلاً للعدد **1342** ومكافئاً له، فهما يساويان **2- 1- 2+**
2+ 1+ 2-

وعليه فإن استعمال الألحان الأربعة **(د دن دن دن)** و **(دن دن دن د)**

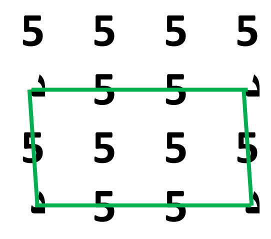
و **(دن دن د دن)** و **(دن د دن دن)**

في استخراج المجاميع الرياضية كقياس شعري يسوده الوزن والصوت الطيب، مما يجعلها دليلاً لتأليف المجموعات. أمّا في حالة استعمال الوحدات المنفصلة، غير المرتبطة بوزن ثابت، كالنقاط مثلاً أو الأرقام أو الحروف فلا يجعل الأمر ثابتاً، مما يؤدي إلى انعدام التقابل بالإضافة إلى استحالة النطق الموزون بتصويت الألحان عند سماعها أو النظر إليها.

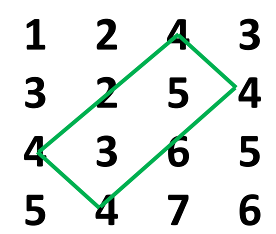
وهذا الاستعمال الذي سلكه السابقون سوآءً باستعمال الحروف أو الأرقام أو غيرها من الوحدات، ومن حذا حذوهم، هو الذي أدّى إلى تأجيل اكتشاف دائرة الوحدة والبنية الرياضية والمجاميع التي تتألف منها، وما تفرع عنها من تفاضل وتكامل، والمكان المتعدد الأبعاد...الخ. فبدون الألحان الأربعة يمكن أن يكون المربع كما يلي:

د دن دن د
دن دن دن دن
دن دن دن دن
د دن دن د

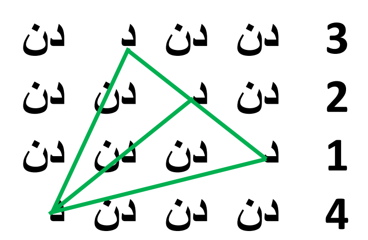
وهو بالطبع لا يمثل المربع الذي رقمه **2 4 1 3.** أو أن يكون المستطيل كما يلي:



وهو لا يمثل العدد **3 4 1 2** كما هو في الشكل التالي من الوضوح:



فالشكل الوحيد الذي يمثل المربع هو **2 4 3 1**، والذي يمثل المستطيل هو **2 1 4 3**، وبدون ذلك لا تتولد الأشكال بعضها من بعض، ولن يعرف معنى (الطوبولوجيا). فالمثلث المتساوي الساقين الذي يضم المثلث المختلف الأضلاع كما في الشكل التالي:



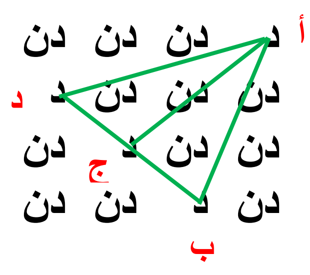
سوف لا يولد المستطيل إذا حذفت النقرة **2** من وسط قاعدته مثلاً، كما سيتغير رقمه الذي يمثله ولا يكون مجموع وجهيه مساوياً للعدد الكامل **5555**، حيث نفتقد التفاضل والتكامل بينهما، وعلى هذا وليس وحده فضّلنا استعمال المقولتين:

(د دن دن دن) و **(دن د دن دن)** في اكتشاف المجاميع ليظهر التقابل المكاني واضحاً بين الأعداد التي تمثلها بدليل واضح وثابت.

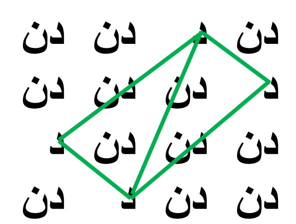
مجموع زوايا المثلث

في الشكل التالي للعدد

2 3 4 1
3 2 1 4

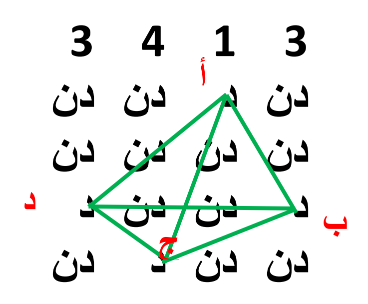


نجد أن المثلث المتساوي الساقين يتألف من مثلثين (**أ ب ج**)، (**أ ج د**)، وحيث أن كلاً من هذين يمثل نصف شكل المستطيل التالي:

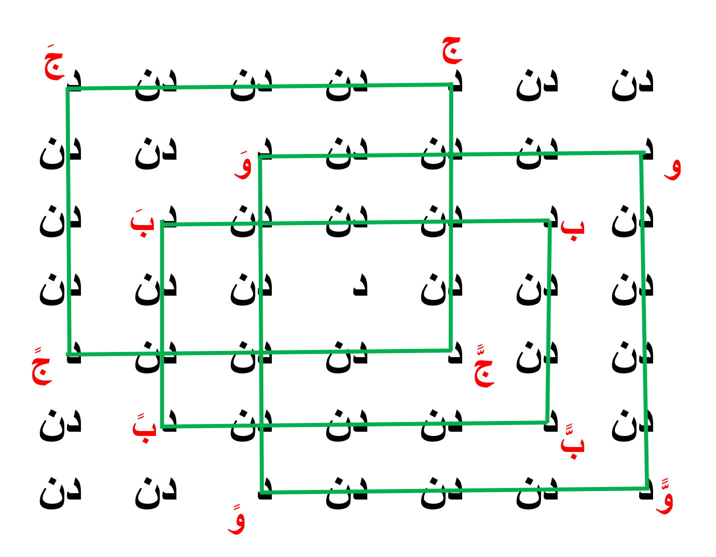


ولما كان المستطيل يتألف من أربع زوايا قائمة، فإن مجموع زوايا نصفية المتمثلة في المثلثين (**أ ب ج**)، (**أ ج د**)، من الشكل الأول يساوي مجموع أربع زوايا قائمة. وعليه يكون مجموع زوايا المثلث المتساوي الساقين **أ ب د** يساوي مجموع زوايا المثلثين القائمين الزاوية (**أ ب ج**)، (**أ ج د**)، ناقصاً مجموع الزاويتين القائمتين فيهما، المتمثلتين في تقاطع القاعدة في الارتفاع عند الحرف (**ج**) أي أنه يساوي مجموع زاويتين قائمتين أيضاً.

وإذا جمعنا بين نصف المربع وهو (**أ ب ج**) ونصف المستطيل وهو (**ج د أ**) كما في الشكل التالي:



فيمكننا إثبات أن مجموع زوايا المثلث الحاد الزوايا (**أ ب د**) يساوي مجموع قائمتين، وإن مجموع زوايا المثلث المنفرج الزاوية **(ب ج د)** يساوي مجموع قائمتين أيضاً وذلك عن طريق هذه الدندنة ودون وسيلة قياس أخرى.



لو رمزنا كما في البنية أعلاه لأركان المستطيل الأكبر بالرموز **(و، وَ، وً، وًّ)**،

ولأركان المستطيل الأصغر بالرموز **(ب، بَ، بً، بًّ)**، ولأركان المربع بالرموز **(ج، جَ، جً، جًّ)**، فإن العلاقة بين ثلاث أركان مجتمعة من هذه الأشكال الثلاثة ستمثل ثلاثة أبعاد.

فأبعاد العلاقة بين **(و، ب، ج)** مثلاً هي **(وب)**، **(وج)**، **(ب ج)**. أما إذا أضفنا إلى كل من هذه العلاقات الثلاثية الدالة المركزية المتمثلة بالحرف **(د)** فسنكون قد أضفنا ثلاثة أبعاد أخرى إلى كل علاقة.

ففي المثلث السابق من العلاقات سنضيف العلاقات **(د و، دج، دب)** فتكتمل بذلك أبعاد الشكل الهندسي الستة، بأطواله أو أقطاره أو أوتاره، وتكون العلاقات بين الأركان بالإضافة إلى المركز كما يلي:

و ب ج د　　　و ب جً د　　　وً بً جً د

ب ج د وَ　　　ب جً د وَ　　　بً جً د وً

ج د وَ بَ　　　جً د وَ بَ　　　جً د وً بً

د وَ بَ جَ　　　د وَ بَ جً　　　د وً بً جً

فلو فرضنا أن العلاقة الثلاثية (**وَ، بَ، جَ**) هي **2 3 1**، فإن مربعات الأبعاد بينها ستكون:

$$(1-3)^2 + 1^2 = 5$$

$$(2-3)^2 + 2^2 = 5$$

$$(1-2)^2 + 1^2 = 2$$

فإذا أضفنا إليها علاقة المركز (**د**) فستكون **4 2 3 1** وتضاف إليها مربعات الأبعاد

$$(2-4)^2 + 1^2 = 5$$

$$(3-4)^2 + 2^2 = 5$$

$$(1-4)^2 + 3^2 = 18$$

أمّا العلاقة الثلاثية (**و، ب، ج**) فستمثل نفس العدد **2 3 1** ولكن إضافة العلاقة **(د)** إليها ستتحول إلى **2 3 1 4** فتضاف إلى نفس الأبعاد السابقة مربعات التالية:

$$(2-4)^2 + 3^2 = 13$$

$$(3-4)^2 + 2^2 = 5$$

$$(1-4)^2 + 1^2 = 10$$

وبهذا المعنى سيكون المركز **(د)** هو الذي يحدد جميع الأبعاد التي تتألف منها حجوم ومساحات وأطوال وأوصاف الأشكال الهندسية بأكثر من بعد رابع واحد، فيؤلف المكان المتعدد الأبعاد، في ذات العلاقة الكلية بين تناوبات الأعداد الرباعية كالأعداد **4 2 3 1**، وأقول (كالأعداد) لأن **5 3 4 2** تؤلف نفس النسبة السابقة كما مرّ بنا.

جدول التكامل

كما مرّ بنا سابقاً، فإننا نجد من الجدول التالي:

أ	ب	
4321	1234	الخط
4312	1243	المنشور
4231	1324	المعين
4213	1342	المنحرف المتعاكس
4132	1423	المنحرف المتناقض
4123	1432	المثلث
3421	2134	المنشور
3412	2143	المستطيل
3241	2314	المنحرف المتناقض
3214	2341	المثلث
3142	2413	المربع
3124	2431	المنحرف المتعاكس

إن العمود الأول (**أ**) يبدأ بأكبر عدد وينتهي على التوالي بأصغر عدد، وإن العمود الثاني (**ب**) يبدأ بأصغر عدد وينتهي على التوالي بأكبر عدد، وإن كل عدد من العمود الأول يتكامل مع العدد المقابل له من العمود الثاني. وبذلك يصبح التفاضل بين هذه الأعداد متساوياً كما مر بنا، ويكون المجموع يساوي **5555** لكل متقابلين.

فالعدد الأكبر يتناها إلى الأصغر، والعدد الأصغر يتناها إلى الأكبر وتصبح هذه الأعداد لا متناهية بالقياس إلى ما يماثلها من الأعداد الأربعة الأخر كالأعداد التالية مثلاً:

4567 – 7654	**الخط**
4576 – 7645	**المنشور**
4657 – 7564	**المعين**
4675 – 7546	**المنحرف المتعاكس**
4756 – 7465	**المنحرف المتناقض**
4765 – 7456	**المثلث**

...الخ

ومن ذلك يتضح أن أصغر ألف من المراتب الأربعة يقابل أكبر أربعة آلاف منها، وأن أكبر ألف يقابل أصغر أربعة آلاف منها، وأن أصغر ألفين يقابل أكبر ثلاثة آلاف منها، وأن أكبر ألفين يقابل أصغر ثلاثة آلاف منها.

ولا يخفى ما لهذا التقابل التكاملي من شمولية بالنسبة لبقية الأعداد، والأعداد الأخرى التي تستند إلى المجالات الموحدة القائمة على التناسق والتماثل مما مرّ ذكر الأمثال عليها.

كما يكون حاصل الطرح بين كل وجهين متكاملين كما يلي:

الخط	**3087 = 1234 – 4321**
المنشور	**3069 = 1243 – 4312**
المعين	**2907 = 1324 – 4231**
المنحرف	**2871 = 1342 – 4213**
المنحرف	**2709 = 1423 – 4132**

المثلث **<u>4123</u> – <u>1432</u> = <u>2961</u>**

25332 7998 17334

المنشور **3421 – 2134 = 1287**

المستطيل **3412 – 2143 = 1269**

المنحرف **2341 – 2314 = 927**

المثلث **3214 – 2341 = 873**

المربع **3142 – 2413 = 729**

المنحرف **<u>3124</u> – <u>2431</u> = <u>693</u>**

19554 13776 5778

حيث تظهر مجاميع أعداد الفئات الأربع من حيث المراتب بالإضافة إلى مجاميع الفروق بين كل فئتين منها في العمود الثالث.

ويلاحظ من هذا الجدول:

إن مجموع الأعداد في مرتبة الأربعة آلاف **25322** أكبر من مجموع الأعداد في مرتبة الثلاثة آلاف **19544** بمقدار **5778.**

وإن مجموع الأعداد في مرتبة الألفين **13776** أكبر من مجموع الأعداد في مرتبة الألف **7998** بمقدار **5778** أيضاً.

وإن مجموع الفروق بين أوجه مراتب الثلاثة آلاف ومراتب الألفين **5778** يساوي ثلث مجموع الفرق بين أوجه مراتب الأربعة آلاف ومراتب الألفين **17334.**

كما يلاحظ أن مجموع الأعداد في مرتبة الأربعة آلاف **25322** أكبر من مجموعها في مرتبة الألفين **13776** بمقدار **11556**، وإن مجموعها في مرتبة الثلاثة آلاف **19554** أكبر من مجموعها في مرتبة الألف **7998** بمقدار **11556** أيضاً.

كما يلاحظ أن مجموع فروق أعداد كل من وجهي المنشور والمنحرف والمثلث بين مراتب الثلاثة آلاف والألفين **3780** يساوي ثلث مجموع فروقها بين مرتبة الأربعة آلاف ومرتبة الألف **11340**.

وإن مجموع الفرق بين وجهي كل من المربع والمستطيل **1998** يساوي ثلث مجموع الفرق بين وجهي كل من الخط والمعين **5994** إلى غير ذلك من ملاحظات.

تكملة الإيضاح بين التفاضل والتكامل

كما هو الحال في الأعداد المتناوبة الأربعة **1**، **2**، **3**، **4** نجد نفس الترتيب التصاعدي والتنازلي بين الكميات المتكاملة للمجاميع التالية:

1231 – 4324

1241 – 4314

1321 – 4234

1341 – 4214

1421 – 4134

1431 – 4124

2132 – 3423

2142 – 3413

2312 – 3243

2342 – 3213

2412 – 3143

2432 – 3123

كما نجد التفاضل بين هذه المجاميع كما يلي وعلى سبيل المثال بين المجموعة

3423 و المجموعة **3413** ،
2132 **2142**

فحاصل الطرح بين الوجه الأكبر من الأولى والوجه الأصغر من الثانية يكون كالآتي:

3243	3243	3423	3423
2142	2412	2412	2142
1011	831	1011	1281

3423	3423	3243	2312
3143	3413	3143	2142
280	10	100	270

وحاصل الطرح بين الوجه الأكبر من المجموعة الثانية والوجه الأصغر من المجموعة الأولى يكون كما يلي:

3413	3413	3413	3413
2132	2312	2312	2132
1101	831	1101	1281

2412	2142	2412	3413
2132	2132	2312	3243
280	10	100	270

فلا مجموعة أكبر من الأخرى. وقس على هذه المجاميع مما تمثله كل مجموعة بالزيادات المتساوية التي تطرأ على كل منها كما في المثال التالي:

1231 – 4324

2342 – 5435

7657 – 6546

8768 – 7657 ...الخ

فهذه اللّا متناهيات تمثل شكلاً هندسياً واحداً يساوي **(+2 -1 -1)** أو **(-2 +1 +1)** ويكون شكلها كما يلي:

4	**2**	**3**	**4**
دن	**دن**	**دن**	**دن**
دن	**د**	**دن**	**دن**
دن	**دن**	**د**	**دن**
د	**دن**	**دن**	**د**
1	**3**	**2**	**1**

وكذلك يقوم التفاضل والتكامل بين المجموعتين $\frac{4231}{1324}$ ، $\frac{3413}{2143}$

أو بين المجموعتين $\frac{1221}{4334}$ ، $\frac{4231}{1324}$

أو بين المجموعتين $\frac{3121}{2434}$ ، $\frac{4231}{1324}$

وأساس ذلك يقوم على التكامل المكاني المتقابل للأعداد. فالعدد **5** يقسم إلى عددين متكاملين هما:

$$5 = 3 + 2$$

$$5 = 4 + 1$$

2	**1**
دن	**د**
د	**دن**
دن	**دن**
دن	**دن**
3	**4**

فالعدد **2** أكبر من العدد **1** بواحد، والعدد **3** أكبر من العدد **1** باثنين، والعدد **4** أكبر من العدد **3** بواحد وأكبر من العدد **2** باثنين.

وحيث أن كل عدد له ما يقابله إلى ما لا نهاية من التكامل، فلا عدد إذن أكبر من عدد آخر على وجه التقابل المكاني، وبهذا يكون المتناهي الذي تمثله الأعداد الأربعة **1**، **2**، **3**، **4** منطلقاً للاّمتناهي من الأعداد التي لا يمكن حصرها، وتعود في نسبتها إلى الأعداد المتناهية. وتوضيحاً لذلك نجد في الشكل التالي:

3	**1**	**4**	**2**
دن	**د**	**دن**	**دن**
دن	**دن**	**دن**	**د**
د	**دن**	**دن**	**دن**
دن	**دن**	**د**	**دن**
2	**4**	**1**	**3**

إن العدد يقرأ بوجهين هما **3142** ، **2413** ، بينما نجد في الشكل التالي:

3	**4**	**2**	**1**
دن	**دن**	**دن**	**د**
دن	**دن**	**د**	**دن**
د	**دن**	**دن**	**دن**
دن	**د**	**دن**	**دن**
2	**1**	**3**	**4**

إن العدد يقرأ تارة **3421** وتارة **2134.** وبالطرح بين أوجه الشكلين كما يلي:

3421	**3421**	**2413**	**3124**
3142	**2134**	**2134**	**2134**
279	**1008**	**279**	**1008**

نكون قد أجرينا المقارنة بينهما على الوجه الأول أمّا المقارنة بينها على الوجه الثاني فتكون على الشكل التالي:

1	**2**	**4**	**3**
د	**دن**	**دن**	**دن**
دن	**د**	**دن**	**دن**
دن	**دن**	**دن**	**د**
دن	**دن**	**د**	**دن**
4	**3**	**1**	**2**

فمن هذا الشكل نقرأ العدد **3 4 2 1** أو العدد **2 1 3 4**، وبالطرح بين أوجه الشكلين الأول والأخير كما يلي:

3142	**2413**	**4312**	**4312**
1243	**1243**	**2413**	**3142**
1899	**1170**	**1899**	**1170**

نجد النتيجة نفسها في التكافؤ بين الكميتين.

تسلسُل المقادير

إذا وضعنا أوجه أعداد المثلث الأربعة **4123**، **3214**، **2341**، **1432** حسب تسلسل مقاديرها كما يلي:

4123

3214

2341

1432

يكون كل رقم من الأرقام الأربعة يمثل شكل المثلث، ولو وضعنا أوجه أعداد المنشور الأربعة **4312**، **3421**، **2134**، **1243** بنفس الطريقة كما يلي:

4312

3421

2134

1243

يكون كل رقم من الأرقام الأربعة يمثل شكل المنشور، وكذلك الأمر بالنسبة لأوجه أعداد المنحرف التالية **4213**، **3124**، **2431**، **1342** كما يلي:

4231

3124

2431

1342

فكل رقم من الأرقام الأربعة يمثل شكل المنحرف.

وكذلك أوجه أعداد المنحرف التالية **4132**، **3241**، **2314**، **1423** كما يلي:

4132

3241

2314

1423

فكل رقم من الأرقام الأربعة يمثل شكل المنحرف بوضعيته الثانية.

ولو أخذنا أوجه أعداد المعين والمربع التالية **4231**، **3142**، **2413**، **1324** كما يلي:

4231

3142

2413

1324

كان الرقم **1** أو الرقم **4** يمثل شكل المعين، والرقم **3** أو الرقم **2** يمثل شكل المربع.

ولو أخذنا أوجه أعداد الخط والمستطيل **4321**، **3412**، **2143**، **1234** كما يلي:

4321

3412

2143

1234

كان الرقم **1** أو الرقم **4** يمثل شكل الخط، والرقم **2** أو الرقم **3** يمثل شكل المستطيل كما مر بنا.

ومما يلاحظ أن قراءة الأرقام عمودياً من كل مجموعة لا تعدو أن تكون **4321**، **1234**، **2143**، **3412** أي أعداد وجهي الخط والمستقيم بأوضاع مختلفة التناوب.

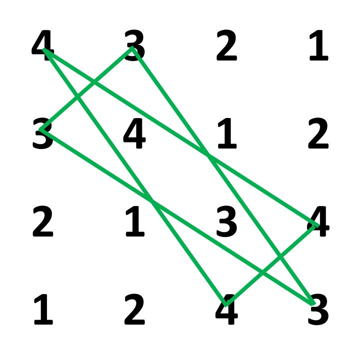
كما ويبدو لنا من المجاميع الرباعية الأخرى للأعداد الأربعة أنها لا تؤلف أقل من شكلين أو أربعة أشكال لكل من المثلث أو المنشور أو المنحرف كما في الأمثلة التالية:

1243	**3124**
3412	**1243**
4321	**2431**
<u>2134</u>	**<u>4312</u>**

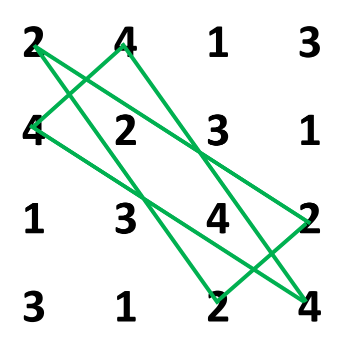
3412	**2413**
4321	**4132**
2134	**3241**
1243	**1324**

كما يتولد عن ترتيب المقادير المتشابهة الأطراف أفقياً وعمودياً، شكل المنشور بوجهيه المتضّادين مع شكلي الخط والمستطيل كما يلي:

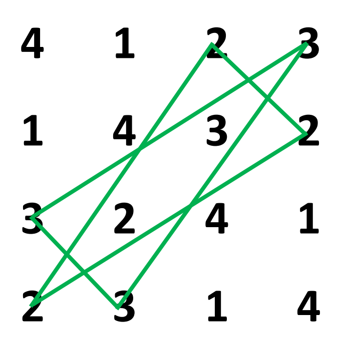
أولاً: مقادير الخط والمستطيل والمنشور بوجهيه:



ثانياً: مقادير المربع والمعين والمنحرف المتعاكس بوجهيه:

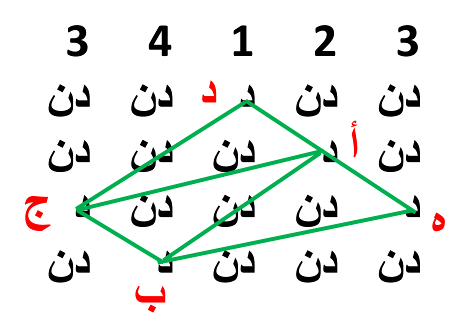


ثالثاً: مقادير وجهي كل من المثلث والمنحرف المتناقض:



تماثل المساحات

ذكرنا أن البنية الرياضية تمثل ما لا حدود له من الأشكال و*المجاميع* قياساً على الفئات التي تتألف منها الأعداد المتمثلة بالمجاميع المارّ ذكرها من حيث الأساس، ولتوليد المساحات المتساوية بعضها من بعض في أشكال مختلفة بمزيد من الإيضاح، نعرض بأننا لو رسمنا الشكل التالي للمثلث والمستطيل:



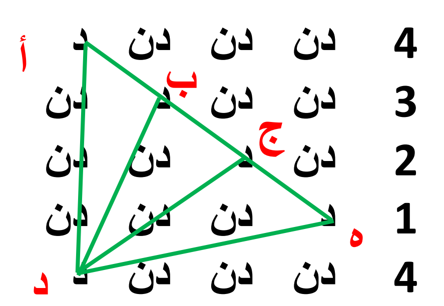
لوجدنا أن المثلثات الثلاثة متماثلة من حيث الأبعاد والمساحات، فطول كل من ضلعي كل منهما يساوي *وحدة مائلة في وحدتين مائلتين ويساوي حاصل ضربهما مساحة وحدتين قياسيتين.*

وعليه فإن الشكل (أ ب ج د) مساحته تساوي **2 (2 × 1) = 4** وحدات قياسية.

والشكل (أ ج ب ه) مساحته تساوي **1 × 4** أو **2 (1 × 2) = 4** وحدات قياسية.

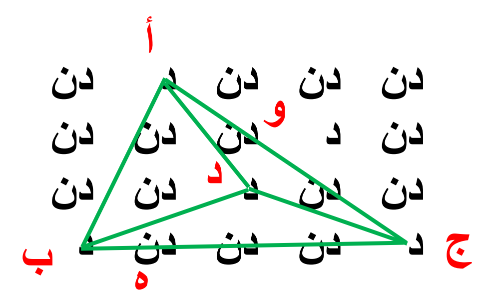
لأن طول **(ه ج) = 4** وحدات قياسية، وطول كل من **(ب ج)** و **(د أ)** و **(أ ه) =** وحدة مائلة. وطول كل من **(أ ب)** و **(د ج)** و **(د ه) = 2** وحدة مائلة.

ولو رسمنا الشكل التالي للمثلث والخط:



نجد أن مساحة المثلث (أ ج د) تساوي مساحة المثلث (ب ه د)، لأن طول كل من **(أ ج، ج د، ب ه)** يساوي طول وحدتين مائلة أي **2 × 2 = 4** وحدات قياسية. ولأن طول قاعدة وارتفاع المثلث (أ ب د) يساوي **1**، **4** وحدة قياسية، وإن طول قاعدة وارتفاع كل من المثلثين الآخرين يساوي **1**، **2** وحدة مائلة، فمساحة هذه المثلثات متساوية، ومساوية لمساحات مثلثات كل الشكل السابق.

ولو رسمنا الشكل التالي من البنية:



نجد أن المسافة بين **(د)** وكل من **(أ، ب، ج)** تساوي $2^2 + 1^2 = 5$، وإن طول **(ج ب) = 4** وحدات قياسية. وطول الخط العمودي المقام عليه من المركز **(د)** يساوي وحدة قياسية واحدة. وطول **(ج أ) = 3** وحدات مائلة. وطول الخط العمودي المقام عليه من المركز **(د)** يساوي نصف وحدة مائلة.

فمساحة **(ج د ب)** = $\frac{1 \times 4}{2} = 2$. ومساحة (أ ج د) = $\frac{1}{2} \times 3 = 1.5$.

ومساحة (أ ب د) = $\frac{1}{2} \times 5 = 2.5$ لأنه نصف مربع.

ومساحة أ ب ج = أ ج × ب و = $3 \times 2 = 6$ أو ب ج × أ ه = $\frac{4 \times 3}{2} = 6$.

ولو رسمنا الشكل التالي للمنشور ومضاعفاته داخل البنية الرياضية:

و د دن دن دن د دن دن
دن د دن دن دن د دن
ه
دن دن د دن دن دن د
د
دن دن دن د دن دن دن
ج
دن د دن دن دن د ب دن
د دن دن دن د دن دن
أ
دن دن د دن دن دن د

نجد أن **(أ ب)** يساوي طول وحدة مائلة، وهو طول قاعدة المثلثات التي تقع داخل الشكل، أما ارتفاعات ومساحات كل من هذه المثلثات فهي:

المثلث	ارتفاعه بالوحدة المائلة	مساحته بالوحدة القياسية
أ ب ج	1.5	1.5
أ ب د	2.5	2.5
أ ب ه	3.5	3.5
أ ب و	4.5	4.5

وهو ما توضحه البنية الرياضية للعلاقة بين الوحدتين.

تعدد الأبعاد المتناهية

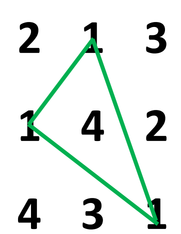
لما كانت الأبعاد الثلاثية المتناهية المتمثلة في الأعداد التالية **123**، **213**، **231** تؤلف الشكلين التاليين:

3	**2**	**1**
دن	**دن**	**د**
دن	**د**	**دن**
د	**دن**	**دن**
1	**2**	**3**

2	**3**	**1**
دن	**دن**	**د**
د	**دن**	**دن**
دن	**د**	**دن**
2	**1**	**3**

وبالأرقام تكون الدندنة حسب التنازل العددي عمودياً منها تمثل ما يلي:





فالرقم واحد يمثل الشكلين السابقين من حيث الأبعاد الثلاثة التي مربعات أطوالها

تساوي **2**، **5**، **5**. وبإضافة البعد الرابع المتمثل بالرقم **4** إلى العدد **321** يتولد وجه المثلث **3214** أو وجه الخط **4321**، ومن الأول يتولد وجه المستطيل **2143** ومن الثاني يتولد وجه المثلث **1432** فتكون المتسلسلة كما يلي **143**، **143.**

وبإضافة هذا البعد إلى العدد **213** يتولد وجه المنحرف **4213**، أو وجه المنشور **3421**. ويتولد من الأول وجه المنشور **3421** ومن الثاني وجه المنحرف **1342.**

فتكون المتسلسلة كما يلي **3421342**، وبإضافة هذا البعد إلى العدد **231** يتولد وجه المعين **4231** أو وجه المنحرف **2314**، ويتولد من الأول وجه المنحرف **1423** ومن الثاني وجه المربع **3142**، فتكون المتسلسلة كما يلي **1423142.** وبالتالي يكون لكل وجه من هذه الأشكال ستة أبعاد بدلاً من ثلاثة، وتستخرج مربعات أطوالها من نسب أرقامها كما مر بنا.

فالعدد **3421** مثلاً تكون مربعات أطواله تساوي ما يلي:

$(2-1)^2 + 1^2 = 2$ ، $(4-3)^2 + 1^2 = 2$

$(3-2)^2 + 2^2 = 5$ ، $(4-2)^2 + 1^2 = 5$

$(4-1)^2 + 2^2 = 13$ ، $(3-1)^2 + 3^2 = 13$

وشكله كما يلي:

1 د دن دن دن 4

2 دن د دن دن 3

4 دن دن دن د 1

3 دن دن د دن 2

ومن الجمع بين هذه الأشكال في البنية المنطقية الواحدة التي يحكمها المركز المتمثل بالنقرة الصامتة **(د)** في وسط البنية نحصل على جميع الاحتمالات التي تمثلها الفئات المنتمية إلى هذه المجاميع من الأرقام التي تليها بالزيادة المتساوية كما مرّ بنا سابقاً.

ففي الشكل السابق تكون الأرقام:

3	**4**	**2**	**1**
4	**5**	**3**	**2**
5	**6**	**4**	**3**
6	**7**	**5**	**4**
7	**8**	**6**	**5**
8	**9**	**7**	**6**

... الخ من فئة واحدة تمثل شكلاً هندسياً واحداً، وكلها تساوي **-1 -2 +1**، فنحصل على المتناهي اللامتناهي، من هذه الأبعاد المتمثلة في هذه المجاميع وما يتفرع عنها من مجاميع محتملة ذات أبعاد أخرى. وهذه الأعداد لا تمثل الأشياء العينية الكائنة بل القوانين الرئيسية لهذه النظم التي يحكمها قانون تركيبها في البنية الرياضية الواحدة.

ومما مرّ يتضح أن الصورة السالبة تساوي الصورة الموجبة كما يلي:

	1+	**1+**	**3-**		**1-**	**1-**	**3+**	
2	**3**	**4**	**1**	**=**	**3**	**2**	**1**	**4**
3	**4**	**5**	**2**		دن	دن	د	دن
4	**5**	**6**	**3**		دن	د	دن	دن
5	**6**	**7**	**4**		د	دن	دن	دن
6	**7**	**8**	**5**		دن	دن	دن	د

أو كما يلي:

3	1	4	2	=	2	4	1	3
4	2	5	3		دن	دن	د	دن
5	3	6	4		د	دن	دن	دن
6	4	7	5		دن	دن	دن	د
					دن	د	دن	دن

حيث يصبح الأعلى في الأسفل واليسار في اليمين وتكون البنية عبارة عن مرآة مجردة لأعيانها.

فإذا أردنا أن نرسم الشكل الذي تمثله الأعداد التالية:

3	4	1	2	3
4	5	2	3	4
5	6	3	4	5
6	7	4	5	6

وهو شكل المثلث والمستطيل المتمثلين بالرقم **4**، فنرسمه بطريقة الدندنة بالرقم **21432** فتكون مرآته كما يلي على صورته الموجبة:

2	1	4	3	2
دن	د	دن	دن	دن
د	دن	دن	دن	د
دن	دن	دن	د	دن
دن	دن	د	دن	دن

أي أن **+1 +1 -3 +1 = -1 -1 +3 -1**، حيث يتحول الموجب إلى سالب والسالب إلى موجب كما مر بنا في أشكال الأعداد الثلاثية.

تناهي اللامتناهي

مما مرّ بنا، نجد أن عدد الفئات العددية التي يمثلها الشكل المتضايف هو ثمانية أجناس، تتمثل فيما يلي من الأعداد، وإلى ما لا نهاية من الزيادات:

1342	**2431**	**4213**	**3124**
2453	**3542**	**5324**	**4235**
3564	**4653**	**6435**	**5346**
4675	**5764**	**7546**	**6457**

3241	**1423**	**2314**	**4132**
4352	**2534**	**3425**	**5243**
5463	**3645**	**4536**	**6354**
6574	**4756**	**5647**	**7465**

كما أن عدد الفئات التي تمثلها الأشكال المتضادة الأربعة (الخط والمربع والمستطيل والمعين) فهي ثمانية أجناس أيضاً، ومثال ذلك أعداد الخط كما يلي وإلى ما لا نهاية لها من الزيادات:

4321	**1234**
5432	**2345**
6543	**3456**
7654	**4567**

أمّا عدد الفئات التي يمثلها شكل المنشور فهي أربعة أجناس، والتي يمثلها شكل المثلث فهي أربعة أجناس أيضاً، وقس على ذلك ما يلي على سبيل المثال من الأعداد الباقية للفئات الفرعية:

4214	**1341**
5325	**2452**
6436	**3563**
7547	**4674**

4124	**1431**
5235	**2542**
6346	**3653**
7457	**4764**

وعلى ذلك تتمثل اللانهائية من الأعداد في فئات متناهية منها على سبيل التكامل والتفاضل، في الزيادة أو النقص، سلباً أو إيجاباً مفصلاً على الأنواع والأجناس، في حلقة التآلف والتجانس والانسجام بين الأشكال الهندسية السبعة المكتشفة.

مقارنة المساحة بالأطوال

في المثلثين القائمين التاليين:

أ دن دن د دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن دن دن ه
دن دن دن دن دن دن دن
دن ب دن دن دن دن دن دن
ج

نجد أن (أ ب)^2 + (ب ج)^2 = (أ ج)^2 ، ويساوي **9 + 16 = 25**، ومساحة المثلث تساوي **6** وحدات قياسية.

وإن (د ج)^2 + (ج ه)^2 = (د ه)^2 ، ويساوي **18 + 8 = 26**، ومساحة المثلث تساوي **6** وحدات قياسية، لأن **18 = 3** وحدات مائلة، وإن **8 = 2** وحدة مائلة كما هو في الشكل. وعليه فإن **2 × 3 = 6** مساحة المثلث، وإن **2(3^2 + 2^2 = 13) = 26.**

أمّا في المثلثات القائمة التالية:

ب د
دن دن دن دن دن دن
أ دن دن دن دن دن ه دن
دن دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن دن
ج

(أ ب ج) ، **(ب ج د)** ، **(ه ج د).** فنجد أن وتر كل منهما هو **(ب ج)** ومربعه يساوي **20.**

وإن **أ ب^2 + أ ج^2 = ج ب^2** ، **2 + 8 = 10.**

وإن **ب د^2 + ج د^2 = ج ب^2** ، **14 + 6 = 20.**

وإن **ب ه^2 + ج ه^2 = ج ب^2** ، **10 + 10 = 20.**

وحيث أن **(أ ب)** يساوي طول وحدة مائلة وأن **(أ ج)** يساوي طول ثلاث وحدات مائلة، فمساحة المثلث الأول تساوي **1 × 3 = 3** وحدات قياسية.

وإن مساحة المثلث الثاني تساوي $\frac{2 \times 4}{2}$ **= 4** وحدات قياسية.

أمّا المثلث الثالث فنصف مربع ضلعه يساوي **5** وهو مقدار المساحة.

وقياساً على ذلك تكون مساحة المثلثات القائمة التي مربعات أطوالها حسب التالي كما يلي:

8 + 2 = 10	فالمساحة	**2 × 1 = 2**
18 + 2 = 20	فالمساحة	**3 × 1 = 3**
32 + 2 = 34	فالمساحة	**4 × 1 = 4**
50 + 2 = 52	فالمساحة	**5 × 1 = 5**
32 + 2 = 34	فالمساحة	**4 × 1 = 4**
18 + 8 = 26	فالمساحة	**3 × 2 = 6**
32 + 8 = 40	فالمساحة	**4 × 2 = 8**
50 + 8 = 58	فالمساحة	**5 × 2 = 10**
32 + 18 = 50	فالمساحة	**4 × 3 = 12**

$50 + 18 = 68$ فالمساحة **$5 \times 3 = 15$**

وهكذا.....

أمّا في المثلثات التالية:

أدن دن دن دن دن
دن د دن دن دن دن ج
دن دن ه دن دن دن
دن دن دن دن دن
ب

فنجد أن طول **(أ ب)** يساوي ثلاث وحدات مائلة، وطول **(أ د)** أو **(ه ب)** يساوي وحدة مائلة، وطول **دج** يساوي ثلاث وحدات قياسية.

وإن ارتفاع المثلث **(ه ب ج)** يساوي واحد ونصف وحدة مائلة،

فمساحة المثلث **(أ ب ج)** تساوي **$\frac{3 \times 3}{2} = 4.5$.**

ومساحة المثلث **(أ د ج)** تساوي **$\frac{1 \times 3}{2} = 1.5$.**

ومساحة المثلث (ه **ب ج)** تساوي **$1 \times 1.5 = 1.5$.**

وحيث أن طول (أ **ه)** يساوي وحدتين مائلة فإن (أ **ه × د ج)** يساوي **$\frac{2 \times 3}{2} = 3$.**

علماً أن مربع أ ج **= 17** ، ومربع كل من ه ج ، **ب ج = 5**،

ومربع أ **ب = 18** ، ومربع أ ه **= 8**

فمربع الوحدة المائلة يساوي **2** وحدة قياسية من حيث النسبة لا من حيث الطول.

وبهذه الطرق يمكن إذاً استخراج الأبعاد والمساحات المختلفة من داخل البنية الرياضية دون الحاجة للوسائل المادية.

رموز التفاضل

مما مرّ بحثه حول التفاضل بين الكمية المتكاملة على التقابل المكاني وبين كمية أخرى لها نفس التكامل، نجد أننا لو رمزنا للكمية **43/12** مثلاً بالرمز **بَ/ب**، وللكمية **32/23** بالرمز **جَ/ج**، فإن **ب + بَ = ج + جَ** ويساوي تكامل الوجهين.

من ذلك نستنتج أن:

ب – ج = جَ – بَ = الناتج الأصغر

ب – جَ = ج – بَ = الناتج الأكبر

ب – بَ = مجموع الناتجين

ج – جَ = الفرق بين الناتجين

أي أن: **43 – 32 = 23 – 12 = 11**

43 – 23 = 32 – 12 = 20

43 – 12 = 20 + 11 = 31

32 – 23 = 20 – 11 = 9

كما نستنتج أن :

(ب + ج) – (بَ + ج) = (ب + جَ) – (بَ + جَ) = مجموع الناتجين

(ب + ج) – (ب + جَ) = (بَ + جَ) – (بَ + جَ) = فرق الناتجين

وأن **(ب + ج) – (بَ + جَ) =** ضعف الناتج الأكبر

(ب + جَ) – (بَ + ج) = ضعف الناتج الأصغر، وكما يلي:

31 = (32 + 12) – (32 + 43)

31 = (23 + 12) – (23 + 43)

9 = (23 + 43) – (32 + 43)

9 = (23 + 12) – (32 + 12)

40 = (23 + 12) – (32 + 43)

22 = (32 + 12) – (23 + 43)

وتتبدل الرموز بتبدل موقع الأرقام، حيث يتناقص العدد الأكبر إلى العدد الأصغر، ويتزايد العدد الأصغر إلى العدد الأكبر على وجه التكامل كما مر بنا، حيث لا تكون كمية أكبر من أخرى، فالكمية الأولى في المثال السابق أكبر من الثانية بمقدار **20** وأصغر منها بمقدار **11** والعكس بالعكس بالنسبة لهما.

وعليه فإن رموز التفاضل تكون بالسلب والإيجاب بين المقادير على وجه التكامل كما يلي:

فمن العلاقة بين المقدارين $\frac{43}{12}$ ، $\frac{32}{23}$

نجد أن العدد **43 = -1** ، والعدد **32 = -1**، والفرق بينهما **43 – 32 = +11.**

وإن العدد **12 = +1** ، والعدد **23 = +1** ، والفرق بينهما **12 – 23 = -11.**

وعليه يكون الحاصل على وجه التكامل كما يلي:

-1 -1 = +11 و **+1 +1 = -11**

وأمّا العلاقة بين المقدارين $\frac{34}{21}$ ، $\frac{32}{23}$ فتكون كما يلي:

$+1 -1 = +2$ و $-1 +1 = -2$

وكذلك العلاقة بين المقدارين $\frac{43}{12}$ ، $\frac{23}{32}$ فتكون كما يلي:

$-1 +1 = +20$ و $+1 -1 = -20$

والعلاقة بين المقدارين $\frac{23}{32}$ ، $\frac{12}{43}$ فتكون كما يلي:

$+1 +1 = +10$ و $-1 -1 = -10$

فيتحد السلب مع الإيجاب على وجه التقابل مع تساوي الفروق، وعليه تكون كمية السلب وكمية الإيجاب مصدر هذا التكامل عدّاً وإشارة، ويكون أساس ذلك موقع المتغير من المقولات الشعرية.

بين الأصناف والمجاميع

إذا أخذنا الأعداد التالية:

3	2	1	4
4	3	2	5
5	4	3	6
6	5	4	7

1- 1- 3+

2	3	4	1
3	4	5	2
4	5	6	3
5	6	7	4

1+ 1+ 3-

نجد أن أعداد كل فئة منهما متماثلة بالسلب والإيجاب والعلاقات بين المقادير فيهما، ولكن أعداد الفئة الأولى مع أعداد الفئة الثانية تمثل الصورة الصادقة للتقابل، والتكامل في المكان، ويتم تصوير ذلك بالشكل التجريدي كما يلي بين الأعداد التالية:

4	3	2	5
دن	دن	دن	دن
دن	دن	د	دن
دن	د	دن	دن
د	دن	دن	دن
دن	دن	دن	د
2	3	4	1

أمّا الجمع بين الأعداد المتماثلة كما يلي:

1- 1- 3+ = 3214
1- 1- 3+   4325

المجموع 7539

فهو صورة غير صادقة للواقع المكاني من حيث التكامل، وإن كان صادقاً من حيث التسلسل، لأن ما يلي العدد **4325** هو العدد **3214** كما في الصورة السابقة.

ولكن الجمع بين **4123 = 3- 1+ 1+**
3214 1- 1- 3+
7337

فلا يمثل صورة صادقة للواقع الحقيقي المجرد.

بينما نجد أن الجمع بين **3142 = 2- 3+ 2-**
2413 2+ 3- 2+

ففيه يتم التكامل بين الوجهين المتضادين على الصورة الصادقة للجمع بين الدال والمدلول، وبين السلب والإيجاب ومقاديرهما.

وعلى ذلك يكون الواقع المجرد ممثلاً لحقيقة الموضوع من حيث العلاقات المتناهية في الصغر، ومرجعاً للّا تناهي الذي يتماثل معها في التكوين.

فلو أخذنا الأعداد التالية:

4	**1**	**2**	**4**
5	**2**	**3**	**5**
6	**3**	**4**	**6**
7	**4**	**5**	**7**

1	**4**	**3**	**1**
2	**5**	**4**	**2**
3	**6**	**5**	**3**
4	**7**	**6**	**4**

نجد التماثل اللامتناهي في العلاقات بين أعداد كل من الفئتين، بينما نجد التكامل بين أعداد الفئة الأولى مع أعداد الفئة الثانية متمثلاً على وجه التناهي في الشكل التالي من الأعداد الأربعة المتقابلة بالمكان:

4	**1**	**2**	**4**
دن	**د**	**دن**	**دن**
دن	**دن**	**د**	**دن**
دن	**دن**	**دن**	**دن**
د	**دن**	**دن**	**د**
1	**4**	**3**	**1**

وفي هذا وما سبق ذكره نحقق نظرية الأعداد، ونظرية الأصناف، ونظرية المجموعات ...الخ من تفاضل وتكامل، وتقابل وتماثل.

نسبة الوتر إلى ضلعي القائمة

إذا كانت النسبة بين ضلعي القائمة تساوي $\frac{3}{4}$ ، فإن طول وترها يساوي $\frac{5}{7}$ من مجموع الضلعين، لأن طول الضلع الأصغر *زائدا نصف الأكبر* يساوي طول الوتر، والمثال على ذلك ما يلي:

$5 = \frac{5}{7} \times 7 = 4 + 3$ طول الوتر

$7.5 = \frac{5}{7} \times 10.5 = 6 + 4.5$

$6.25 = \frac{5}{7} \times 8.75 = 5 + 3.75$

$17.5 = \frac{5}{7} \times 24.5 = 14 + 10.5$

أمّا إذا كانت النسبة بين ضلعي القائمة تساوي $\frac{15}{8}$ ، فإن طول وترها يساوي $\frac{17}{23}$ من مجموع الضلعين، *لأن طول الضلع الأكبر زائداً ربع الأصغر يساوي طول الوتر.* والمثال على ذلك ما يلي:

$17 = 8 + 15$

$51 = 24 + 45$

$8.5 = 4 + 7.5$

$10.2 = 4.8 + 9$

وعلى هذا الأساس لو فرضنا أن مثلثاً قائم الزاوية مربعات أطواله تساوي:

$18 + 32 = 50$، فإن نسبة طول وتره إلى مجموع ضلعيه تساوي $\frac{5}{7}$، لأن العدد **18** يساوي ثلاث وحدات مائلة. والعدد **32** يساوي أربع وحدات مائلة، كما مرّ بنا، فالوتر يساوي خمس وحدات.

وكذلك المثلث الذي مربعات أطواله تساوي $72 + 128 = 200$، فبالوحدات المائلة تكون أطواله تساوي $6 + 8 = 14 \times \frac{5}{7} = 10$

لأن العدد $72 = 6^2 + 6^2$

وإن العدد $128 = 8^2 + 8^2$

وإن $6^2 + 8^2 = 100$

وفي الشكل التالي ما يفيد المفهوم:

2   2

4   3

دن دن دن دن دن دن دن دن

2 دن دن دن دن دن دن دن دن 2

4 دن دن دن دن دن دن دن دن 3

دن دن دن دن دن دن دن دن

دن دن دن دن دن دن دن دن

فإن ثلاث وحدات مائلة زائداً أربع وحدات مائلة يساوي خمس وحدات مائلة، لأن $18 + 32 = 50$.

ولو فرضنا أن النسبة بين طول ضلعي القائمة تساوي $\frac{5}{12}$ فإن طول الوتر يساوي $\frac{13}{17}$ من مجموع الضلعين، والمثال على ذلك كما يلي:

13 = $\frac{13}{7}$ × 17 = 12 + 5

39 = $\frac{13}{7}$ × 51 = 36 + 15

19.5 = $\frac{13}{7}$ × 25.5 = 18 + 7.5

أي أن الضلع الأكبر *زائداً خُمس الأصغر* يساوي طول الوتر.

6.5 = 0.5 + 6 = 2.5 + 6

2.6 = 0.2 + 2.4 = 2.4 + 1

13 =1 + 12 = 5 + 12

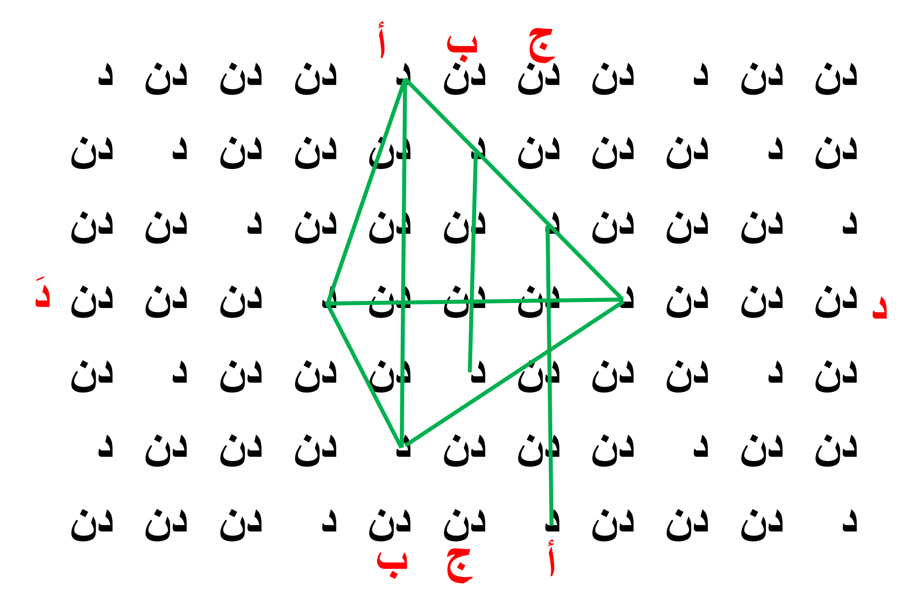
39 = 3 + 36 = 15 + 36

وأمّا طول الوتر في النسبة **31.5 + 8 = 32.5** فيمثل طول الضلع الأكبر زائداً $\frac{1}{8}$ الضلع الأصغر.

وفي النسبة **36 + 10.5 = 37.5** فيمثل طول الضلع الأكبر زائداً $\frac{1}{7}$ الأصغر.

نواة البنية

إذا نظرنا إلى الشكل التالي من وسط البنية بصورها الأربع كما يلي:



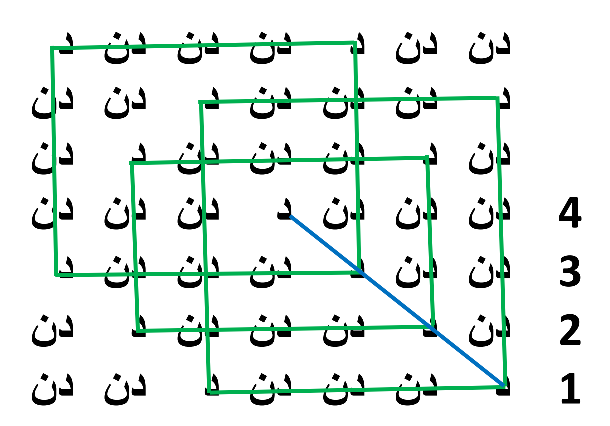
نجده محاطاً بمربعات الأطوال الستة التي تتألف منه المجاميع الهندسية السبع، وهي **5**، **10**، **13**، **18**، **8**، **2**، كما نجد في وسطه الأبعاد التي تتألف منها الأشكال الرباعية الثلاثة التي مرت بنا سابقاً، وهي الأطوال **4**، **3**، **5** بالوحدات القياسية كما تظهر في الخطوط العمودية **(ج أ، ب ج، أ ب)** وفي الخط الأفقي **(د دَ)**.

ولما كانت أطوال الأعداد **18**، **8**، **2** تساوي **3**، **2**، **1** بالوحدات المائلة على التوالي كما في الشكل أعلاه، حيث يضمّها ضلع مائل واحد هو **(أ د)**، لذا تكون الدالات التي تتألف منها الخطوط العمودية الثلاثة إضافة إلى الخط الأفقي، وهي النقرات الصامتة الثمان **(د)**، مرجعاً لأنواع التراكيب بين هذه الأبعاد، التي يتوقف على وجودها وجود الأشكال الهندسية التي تضمها البنية الرياضية الموحدة، بصورها الأربع، ولا يخفى ما يتفرع عن هذه الدالات بالنسبة للبنية من أبعاد.

وحيث مرّ بنا سابقاً، أن المرجع الأساسي الذي يتوقف على وجودها وجود الأشكال الهندسية من البنية الرياضية الموّحدة تثبت في كل من **(د، دَ)** من الخط الأفقي على وجه الدوام، وتتغير من **(أ ب)** إلى **(ب ج)** إلى **(ج أ)** من الخطوط العمودية حسب تغير البدء بتركيب البنية في صورها الأربع، لذا فإن المرجع الثابت **(د)** أو **(دَ)** سيكون البعد الرابع في المكان المتعدد الأبعاد من الأشكال الهندسية دون تغيير.

وبتنقل المرجع بين الأبعاد العمودية الثلاثة تكتمل نسبة هذه الأشكال بعضها إلى بعض كما هو الحال في صور البنية الأربع. وعلى هذا يكون محتوى الخطوط الأربع بنقراتها الصامتة الثمان هو نواة البنية من حيث الأساس الذي قامت عليه تراكيبها في الصور الأربع، كما يكون الخط الأفقي **(د، دَ)** المرجع الأول لهذه الصور مجتمعاً أو منفرداً بنقرتيه الصامتتين.

وتبسيطاً لإيضاح تحركات النقرة الصامتة الواحدة من البنية الرياضية، نجد أن النقرة المركزية وسط الشكل التالي على سبيل المثال:

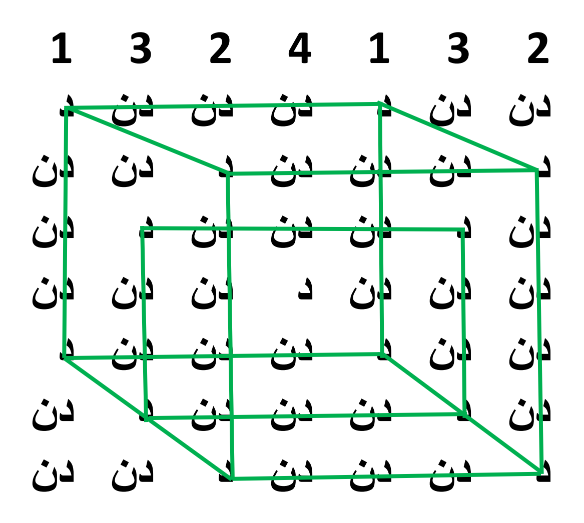


قد تحركت جنوباً بنسبة ثلاث وحدات مائلة تتمثل في شكل الخط، وفي نهاية أول حركة من هذه التحركات ارتفعت شمالاً بنسبة أربع وحدات قياسية، وفي نهاية ثاني حركة مائلة ارتفعت بنسبة ثلاث وحدات قياسية، وفي نهاية ثالث حركة مائلة

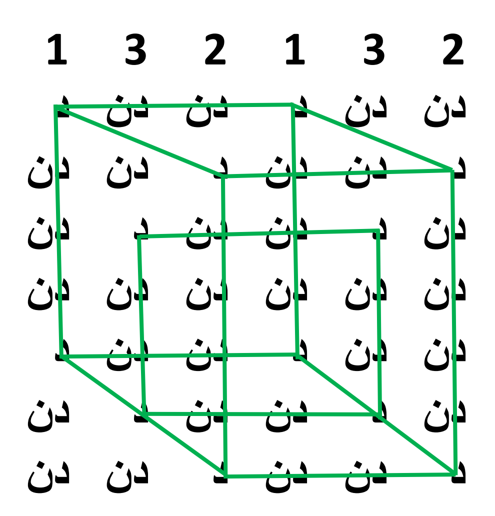
ارتفعت بنسبة خمس وحدات قياسية. ومن كل من هذه المواقع الستة اتجهت أفقياً نحو اليسار بنسبة أربع وحدات قياسية، أي أنها دارت عند الحركة المائلة الأولى حول مربع طول ضلعه أربع وحدات قياسية وعادت إلى محلها.

ثم دارت عند نهاية الحركة المائلة الثانية حول مستطيل طول كل من ضلعيه **3**، **4**، وعادت إلى محلها. ثم دارت عند نهاية الحركة المائلة الثالثة حول مستطيل طول كل من ضلعيه **5**، **4** وعادت إلى محلها. وبذلك أتمّت بنائها الرياضي المتكامل حيث تألفت جميع النسب الرباعية الأعداد التي تظهر البنية عند دورانها حول نفسها، بدءاً بالمكعب الرياضي أعلاه حيث ارتبطت الأشكال الرباعية الثلاثة بنقطة المركز لتمثيل كل الأبعاد.

ولإيضاح الشبه بين البنية ونواتها، نجد أننا لو أدرنا البنية الرياضية التالية:



بحيث تجتمع الأعداد المشتركة منها على وجه التتابع كما يلي:



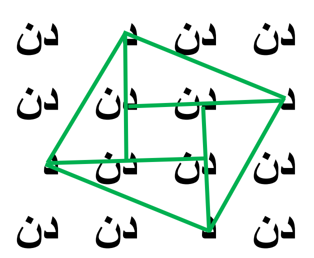
نجد الشبه بين الفئتين، إلاّ أن الأولى تحتوي على الأشكال الرباعية الثلاثة التي أطوال أضلاعها هي **4 × 5**، **4 × 4**، **4 × 3**. والثانية تحتوي على ثلاثة أشكال رباعية أطوال أضلاعها هي **3 × 5**، **3 × 3**، **3 × 4**.

ومن الأخيرة تتوالد أشكال الأعداد الفرعية **1321**، **2132**، **1421**، **2142** ...الخ.

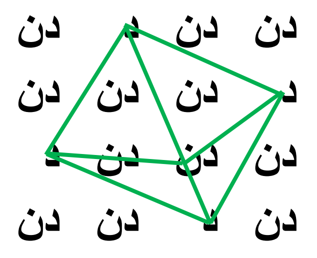
كما نجد مثل هذا الشبه بين صور البنية الثلاث الباقية، كما مرّ بنا، وبين الناجمة عن دورانها. ودراسة كل شكل تحتاج إلى تفاصيل دقيقة.

قسمة المساحات بالدنادن

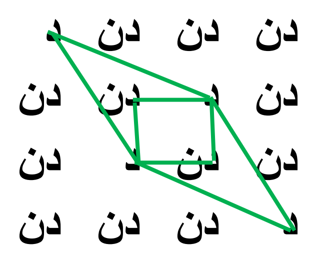
مرّ بنا أن المربع التالي يمكن قسمته إلى خمس وحدات متساوية المساحات:



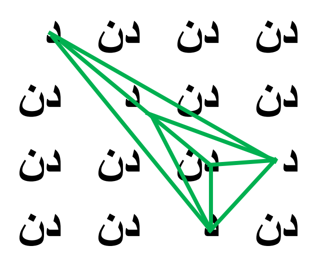
عن طريق الدنادن الموجودة في وسط الشكل، أو إلى أشكال مختلفة المساحات كما يلي:



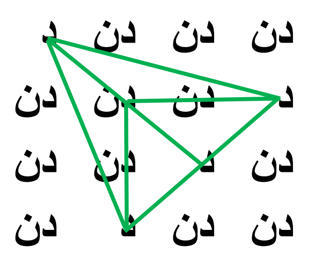
أي بمساحات **2**، **1.5**، **0.5** على التوالي. أو إلى عشرة أشكال متساوية المساحات ...الخ. وإن المعين التالي يمكن قسمته إلى ثلاثة أقسام متساوية المساحات أو أكثر عن طريق إيصال المستقيمات في وسطه كما يلي:



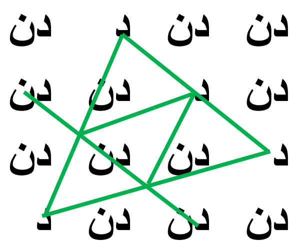
وكذلك قسمة المنشور إلى خمسة أقسام متساوية المساحة كما يلي:



وقسمة المثلث إلى أربعة أقسام أو أكثر كما يلي:

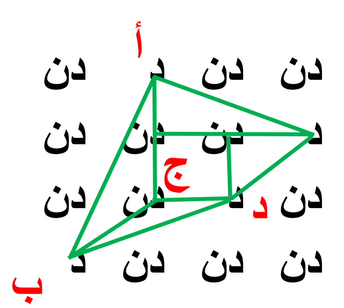


أو كما يلي:



حيث نحصل على أربع مثلثات متماثلة طول قاعدة وارتفاع كل منها يساوي وحدة مائلة واحدة، ومساحة كل منها تساوي وحدة قياسية واحدة. كما نحصل على المعين الذي طول كل من قطريه يساوي **1**، **2** بالوحدات المائلة.

كما يمكن تقسيم المنحرف على سبيل المثال كما يلي:



ومن ذلك يتضح أهمية وجود هذه الدنادن في وسط كل شكل بحيث نحصل على المساحات والأبعاد والأشكال التي تتألف من الاتصال بينها وبين النقرات الصامتة الأربع من كل شكل دون الحاجة إلى استعمال أدوات القياس عند التعليم.

فنعرف مثلاً أن مساحة المثلث **(أ ب ج)** تساوي **$\frac{1}{2}(2 \times 1) = 1$.**

وإن مساحة المثلث **(د ج ب)** تساوي **$\frac{1}{2}(1 \times 1) = 0.5$.** أي بضرب الوحدات في الوحدات المائلة وقسمة الناتج على **2.**

وكما مرّ بنا في دندنة أوزان الشعر، يستطيع الأمّي أو الطفل أن يتعلم الأوزان والمقاييس بأبسط سبيل وألذّ الطرق لإسهامهما المشترك.

تمازج فروق التوليد

رأينا فيما سبق أن الأعداد الصرفة تختلف من حيث الكيف عند توليد الأشكال الهندسية، وتتحكم في تراكيب الأعداد الرياضية من حيث الكم، باختلاف أوضاعها.

وعليه فلو أردنا الحصول على الفرق بين وجهي المنحرف المتعاكس ممزوجاً مع الفرق بين وجهي المنشور فإن الوضع يكون كما يلي:

4	3	1	2	4
دن	دن	د	دن	دن
دن	دن	دن	د	دن
دن	د	دن	دن	دن
د	دن	دن	دن	د
1	2	4	3	1
3	**0**	**6**	**9**	**3**

+

3	4	2	1	3
دن	دن	دن	د	دن
دن	دن	د	دن	دن
د	دن	دن	دن	د
دن	د	دن	دن	دن
2	1	3	4	2
1	**2**	**8**	**7**	**1**

ويكون مجموع الناتجين يساوي **43564.**

ولو أردنا الحصول على الفرق بين وجهي المثلث ممزوجاً مع فرق وجهي الخط، أو ممزوجاً مع فرق وجهي المستطيل، فإن الوضع يكون كما يلي:

4	3	2	1	4
دن	دن	دن	د	دن
دن	دن	د	دن	دن
دن	د	دن	دن	دن
د	دن	دن	دن	د
1	**2**	**3**	**4**	**1**
3	**0**	**8**	**7**	**3**

+

3	4	1	2	3
دن	دن	د	دن	دن
دن	دن	دن	د	دن
د	دن	دن	دن	د
دن	د	دن	دن	دن
2	**1**	**4**	**3**	**2**
1	**2**	**6**	**9**	**1**

ويكون مجموع الناتجين يساوي **43564.**

كما يكون الفرق بين الناتجين التاليين **30873 – 30693 = 180**

مساوياً للفرق بين الناتجين التاليين **12871 – 12691 = 180**

ويكون الفرق بين الناتجين التاليين **30873 – 12781 = 18002**

مساوياً للفرق بين الناتجين التاليين **30693 – 12691 = 18002**

أمّا إذا أردنا الحصول على الفرق بين وجهي المنحرف المتناقض ممزوجاً مع فرق وجهيه الآخرين، فإن الوضع يكون كما يلي:

4	1	3	2	4	1
دن	د	دن	دن	دن	د
دن	دن	دن	د	دن	دن
دن	دن	د	دن	دن	دن
د	دن	دن	دن	د	دن
1	**4**	**2**	**3**	**1**	**4**
2	**7**	**0**	**9**	**2**	**7**

فيكون المعين في الوسط.

أو كما يلي:

3	2	4	1	3	2
دن	دن	دن	د	دن	دن
دن	د	دن	دن	دن	د
د	دن	دن	دن	د	دن
دن	دن	د	دن	دن	دن
2	3	1	4	2	3
0	9	2	7	0	9

فيكون المربع في الوسط. ويكون مجموع الناتجين يساوي **363636.**

ولو أردنا الحصول على الفرق بين وجهي المعين ممزوجاً مع فرق وجهي المربع، فأن الوضع يكون كما يلي:

4	2	3	1	4	2
دن	دن	دن	د	دن	دن
دن	د	دن	دن	دن	د
دن	دن	د	دن	دن	دن
د	دن	دن	دن	د	دن
1	3	2	4	1	3
2	9	0	7	2	9

فيكون المنحرف في الوسط.

أو كما يلي:

3	1	4	2	3	1
دن	د	دن	دن	دن	د
دن	دن	دن	د	دن	دن
د	دن	دن	دن	د	دن
دن	دن	د	دن	دن	دن
2	4	1	3	2	4
0	7	2	9	0	7

فيكون المنحرف في الوسط مقلوباً بانقلاب طرفي الشكل من حيث المعين والمربع. ويكون مجموع الناتجين يساوي **363636** أيضاً. ويكون الفرق بين الناتجين التاليين **92709 – 72907 =19802** مساوياً للفرق بين الناتجين التاليين:

290729 – 270927 = 19802.

ويكون الفرق بين الناتجين التاليين **290729 – 92709 = 198020** مساوياً للفرق بين الناتجين التاليين **270927 – 72907 = 198020.**

ولو صورنا الأوضاع الأربعة الأولى مجتمعة كما هي في البنية الرياضية على النحو التالي:

3	دن	دن	د	دن	دن	دن	4
4	دن	دن	دن	د	دن	دن	3
2	دن	د	دن	دن	د	دن	2
1	د	دن	دن	دن	دن	د	1
3	دن	دن	د	دن	دن	دن	4
4	دن	دن	دن	د	دن	دن	3

لوجدنا أن قراءة الخط مع المثلث من أعلى أعداد اليمين إلى الأسفل تكون **41234**،

وإن قراءة المنشور مع المنحرف المتعاكس من أسفل أعداد اليسار إلى الأعلى تكون **43124**.

وإن قراءة المستطيل مع المثلث من أسفل اليمين إلى الأعلى تكون **34123**،

وإن قراءة المنشور مع المنحرف المتعاكس من أعلى اليسار إلى الأسفل تكون **34213**.

ولقياس نظام التكامل بين هذه الفروق بأبسط مثال، نجد أننا لو أخذنا العدد **3142** وطرحنا منه ما يقابله وهو العدد **2413** يكون الناتج يساوي **0729**، ولو تركنا الرقم الأول من العدد المذكور وأخذنا ما يليه وهو العدد **2314** وطرحناه من العدد المقابل له وهو **3241** يكون الناتج يساوي **0927**، وبوضع هذين الناتجين على نحو التتابع بين الأعداد الأصلية **2413** و**3241** كما يلي:

729
927
9999

نجد أن المجموع يتكامل بالعدد **9** من الوجهين المتقابلين.

وبالعكس لو أخذنا العدد **4132** وطرحنا منه ما يقابله وهو العدد **1423**، يكون الباقي **2709** ثم أخذنا ما يلي هذا العدد وهو **2413** وطرحناه من العدد المقابل له وهو العدد **3142** يكون الناتج **729** ولو جمعنا الناتجين على التتابع كما يلي:

2709
729
9999

نحصل على نفس التكامل السابق.

وكذلك لو أخذنا عدد المستطيل **2143** وطرحناه من العدد المقابل له يكون الناتج **1269** ثم أخذنا العدد الذي يليه **3214** وطرحنا منه ما يقابله كان الناتج **873** فيكون التكامل من جمع الناتجين **9999**.

تعيين المرجع عددياً

قياساً على ما مرّ بنا، يمكن معرفة عدد الأشكال التي يتوقف وجودها على وجود متغيّر ما من كل متسلسلة من الأنظمة العددية التي مرّ ذكرها، عن طريق قراءة الرقم الذي يمثل ذلك المتغيّر من كل جانبي المتسلسلة.

ففي المتسلسل الترتيبية التالية:

3 دن دن د دن دن دن د 1

2 دن د دن دن دن د دن 2

1 د دن دن دن د دن دن 3

4 دن دن دن د دن دن دن 4

نجد أن كلاً من الأرقام الأربعة في جانبي المتسلسلة يمثل عدد الأشكال التي يتوقف وجودها على وجود المتغير الذي يمثله الرقم. فمن جهة اليمين يتوقف على وجود: الرقم **3**، وجود ثلاثة أشكال هي المثلث والمستطيل والمثلث.

الرقم **2**، وجود شكلين هما المثلث والمستطيل.

الرقم **1**، وجود مثلث فقط.

ومن جهة اليسار يتوقف على وجود:

الرقم **1**، وجود الخط فقط.

الرقم **2**، وجود الخط والمثلث.

الرقم **3**، وجود الخط والمثلث والمستطيل.

وعلى الرقم **4** الذي يمثل متغيراً واحداً من الجانبين، يتوقف وجود الأشكال الأربعة.

وفي المتسلسلة الموسيقية التالية:

3 دن دن د دن دن دن د 1

1 د دن دن دن د دن دن 3

4 دن دن دن د دن دن دن دن 4

2 دن د دن دن دن د دن 2

فمن جهة اليمين يتوقف على وجود:

الرقم **3**، وجود ثلاثة أشكال هي المربع والمنحرف والمعين.

الرقم **1**، وجود شكل المربع فقط.

الرقم **2**، وجود شكل المربع والمنحرف.

ومن جهة اليسار يتوقف على وجود:

الرقم **1**، وجود شكل المنحرف فقط.

الرقم **3**، وجود المنحرف والمعين والمنحرف.

الرقم **2** وجود شكلي المنحرف والمعين.

وعلى الرقم **4** يتوقف وجود الأشكال الأربعة.

وهكذا يكون وجود هذه الأرقام الأربعة المتناوبة دليلاً آخر على مراتب كل مرجع من كل من الأنظمة الثلاث من صور البنية الأربع، كما مرّ بنا سابقاً، ولتُدلّل أيضاً على نهائية ارتباط أشكالها الهندسية فيما بينها من خلال هذه الصور.

وينطبق ذلك على الأنظمة المركبة من داخل البنية، والمثل عليها كما يلي:

	2	4	3	1	2	3	4	
4	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**4**
1	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**3**
3	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**2**
2	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**1**

فكل رقم من الجانبين يدل على عدد الأشكال التي يتوقف وجودها على وجود المتغير الذي يمثله ذلك الرقم.

وإذ نجد في المقولات التالية:

دن	**دن**	**دن**	**دن**
دن	**دن**	**دن**	**د**
د	**دن**	**د**	**دن**
دن	**د**	**دن**	**دن**
دن	**دن**	**دن**	**دن**
دن	**دن**	**د**	**د**
د	**دن**	**دن**	**دن**

إن المتغير في أعلى المقولة الأولى مثلاً يقرأ من الأعلى إلى الأسفل برقم **3** أو برقم **2** أو برقم **1.**

والمتغير الأسفل منها يقرأ من الأسفل إلى الأعلى برقم **1** فقط.

أمّا المتغير في المقولة الثانية فيقرأ من الأعلى إلى الأسفل أو بالعكس برقم **4** أو برقم **3** أو برقم **2** أو برقم **1** ...الخ.

ولذلك نجد أن الرقم الأول من كل مقولة ممثلاً لعدد الأشكال التي يتوقف وجودها على وجود المتغير الذي يمثله ذلك الرقم من الأنظمة المار ذكرها.

بين الدندنة والعدد

ذكرنا أن الأعمدة التالية للمقولات تمثل أعداد الخط والمستطيل والمثلث بوجهيه، وذلك بقراءة عدد موقع المتغيّر من كل منها عمودياً من الأعلى إلى الأسفل أو بالعكس كما يلي:

4	دن	2	دن	1	د	3	دن
3	دن	1	د	4	دن	2	دن
2	دن	4	دن	3	دن	1	د
1	د	3	دن	2	دن	4	دن
	دن		دن		د		دن
	دن		د		دن		دن
	دن		دن		دن		د

وعليه فإن ترجمة المجاميع التالية:

الخط **4 3 2 1**

المثلث **3 2 1 4**

المستطيل **2 1 4 3**

المثلث **1 4 3 2**

إلى الدندنة عن طريق القراءة الأفقية لكل مجموعة ستكون كما يلي:

دن دن دن د دن دن دن

دن دن د دن دن دن د

دن د دن دن دن د دن

د دن دن دن د دن دن

وتمثل المتسلسلة الترتيبية كما تدلّ على ذلك قراءة أرقام هذه المجاميع، وكما تدلّ أوضاع كل رقم منها، حيث نجد أن وضع الأرقام **1** يمثل شكل الخط، والأرقام **3** يمثل شكل المستطيل، والأرقام 4 أو الأرقام **2** يمثل شكل المثلث.

ولو وضعنا هذه المجاميع كما يلي:

الخط **4 3 2 1**

المستطيل **2 1 4 3**

المثلث **3 2 1 4**

المثلث **1 4 3 2**

فتكون دندنتها بالقراءة الأفقية كما يلي:

دن دن دن د دن دن دن

دن د دن دن دن د دن

دن دن د دن دن دن د

د دن دن دن د دن دن

وتمثل المتسلسلة الموسيقية، كما تدلّ على ذلك قراءة أرقام هذه المجاميع عمودياً، وكما تدلّ أوضاع كل رقم منها، حيث يمثل وضع الأرقام **1** شكل المعين، ووضع الأرقام **3** شكل المربع، ووضع الأرقام **4** أو الأرقام **2** شكل المنحرف.

ولو وضعنا هذه المجاميع كما يلي:

الخط **4 3 2 1**

المثلث **3 2 1 4**

المثلث **1 4 3 2**

المستطيل **2 1 4 3**

فتكون دندنتها بالقراءة الأفقية كما يلي:

دن دن دن د دن دن دن

دن دن د دن دن دن د

د دن دن دن د دن دن

دن د دن دن دن د دن

وتمثل <u>المتسلسلة التأليفية</u>، كما تدلّ على ذلك قراءة أرقام هذه المجاميع عمودياً، وكما تدلً أوضاع كل رقم منها، حيث يمثل وضع الأرقام **1** أو الأرقام **3** شكل المنشور، ويمثل وضع الأرقام **2** أو الأرقام **4** شكل المنحرف.

ونحصل على نفس النتيجة بوضع هذه المجاميع كما يلي:

الخط **4 3 2 1**

المثلث **1 4 3 2**

المثلث **3 2 1 4**

المستطيل **2 1 4 3**

وتظلّ المجاميع الأفقية التي تمثل المتسلسلة الترتيبية أساساً لهذه المتسلسلات.

ومما يلاحظ من المجموعتين التاليتين:

4	**1**	**2**	**3**
3	**4**	**1**	**2**
2	**3**	**4**	**1**
1	**2**	**3**	**4**

4	**3**	**2**	**1**
3	**2**	**1**	**4**
2	**1**	**4**	**3**
1	**4**	**3**	**2**

إن العدد **4321** وقع في أول المجموعة الأولى، فالذي مثله شكله الهندسي هو الرقم **1**، وإنه وقع في المرتبة الرابعة من المجموعة الثانية، فالذي مثله شكله الهندسي هو الرقم **4.** وإن عدد المستطيل **2143** وقع في المرتبة الثالثة من المجموعة الأولى، فالذي مثله شكله الهندسي هو الرقم **3**، ووقع في المرتبة الثانية من المجموعة الثانية فالذي مثله شكله الهندسي هو الرقم **2.** وهكذا بالنسبة للأشكال الهندسية الأخرى.

كما يلاحظ أن الخط والمعين يمثله الرقم **1** أو الرقم **4** في كل من مجموعتيهما. وإن المستطيل والمربع يمثله الرقم **2** أو الرقم **3** في كل من مجموعتيها. أمّا بقية الأشكال فتتمثل بكل من هذه الأرقام الأربعة حسب مواقعها من المجموعة، ويمثل كل منها الرقم **2** أو الرقم **4** في المجموعة الواحدة، أو الرقم **3** والرقم **1** في المجموعة الأخرى. وللدلالة ندرج المجموعات التالية:

4312	**4132**	**4213**	**4231**
3241	**3421**	**3142**	**3124**
2134	**2314**	**2431**	**2413**
1423	**1243**	**1324**	**1342**

بين الشكل والهاجس

مما يلاحظ على أوجه المنشور من المتسلسلة التالية: **213421 342134** أن وجهه في اليمين الأعلى أو في اليسار الأسفل يكون **3421**، وإن وجهه في اليسار الأعلى أو في اليمين الأسفل يكون **2134**، فيكون الهاجس فيه معكوساً كما يلي:

3	**4**	**2**	**1**
دن	دنَ	دن	د
دنَ	دن	د	دن
د	دن	دنَ	دن
دن	د	دن	دنَ

2	**1**	**3**	**4**
دن	د	دن	دنَ
د	دن	دنَ	دن
دنَ	دن	د	دن
دن	دنَ	دن	د

فهاجس الشكل **3421** يكون **2134**، وهاجس الشكل **2134** يكون **3421.**

وكذلك يكون وضع المنحرف المتعاكس من المتسلسلة التالية **134213 421342**

بينما يلاحظ على أوجه المثلث من المتسلسلة التالية **143214 412341**

إن وجهه في اليمين الأعلى يكون **3214**،

وإن وجهه في اليسار الأسفل يكون **4123**،

وإن وجهه في اليسار الأعلى يكون **1432**،

أن وجهه في اليمين الأسفل يكون **2341**، فيكون الهاجس فيه متناقضاً كما يلي:

4	1	2	3
دن	د	دن	دنَ
دنَ	دن	د	دن
دن	دنَ	دن	د
د	دن	دنَ	دن

2	3	4	1
دن	دنَ	دن	د
د	دن	دنَ	دن
دن	د	دن	دنَ
دنَ	دن	د	دن

فهاجس الشكل **3214** يكون **1432**، وهاجس الشكل **1432** يكون**3214.**

وكذلك يكون وضع المنحرف المتناقض من المتسلسلة التالية **324132**
231423

وعليه يكون الوجه المقابل للمنحرف المتعاكس **4213** هو الوجه الذي يليه من المتسلسلة **134213**
1342 أي الوجه الذي عدده **1342** وهو الوجه المكمّل للوجه الأول كما هو الحال في وضع المنشور.

بينما يكون الوجه المقابل للمنحرف المتناقض **2314** من المتسلسلة **142314**
3241

هو مقلوب الوجه الذي عدده **1423**، أي الوجه الذي عدده **3241**، وهو الوجه المكمّل للوجه الأول، كما هو الحال في وضع المثلث.

أمّا الأوجه المتقابلة للأعداد **4321**، **2413**، **2143**، **4231** فتقوم على التضاد مع نفسها كما مر بنا.

فذلكة الفروق بين الأوجه

لو أجرينا الطرح بين أعداد كل مجموعتين متتاليتين من أوجه الأشكال الهندسية التالية، يكون ناتج الفروق كما يلي:

أولاً: الأعداد التي تمثل المثلث والخط والمستطيل، حيث تكون الفروق كما يلي:

4 3 2 1
3 2 1 4
2 1 4 3
1 4 3 2

1 1 0 7
1 0 7 1
0 7 1 1

أولاً: الأعداد التي تمثل المربع والمعين والمنحرف، حيث تكون الفروق كما يلي:

4 2 1 3
3 1 4 2
2 4 3 1
1 3 2 4

1 0 7 1
0 7 1 1
1 1 0 7

أولاً: الأعداد التي تمثل المنحرف والمنشور، حيث تكون الفروق كما يلي:

4 1 3 2
3 4 2 1
2 3 1 4
1 2 4 3

0 7 1 1
1 1 0 7
1 0 7 1

فيكون الفرق بين كل مجموعتين متناوبتين في الحالة الأولى يساوي **2178، 1782**

وفي الحالة الثانية يساوي **1782، 1818**

وفي الحالة الثالثة يساوي **1818، 2178**

وعلى هذا الأساس لو جمعنا أو طرحنا بين أحد المقادير الثلاثة **2178، 1818، 1782** وبين نصف المقدار الآخر، يكون الناتج مساوياً للفرق بين وجهي أحد المجموعات التي تضمها الأشكال الهندسية السبعة كما يلي:

3087 = 909 + 2178

1269 = 909 - 2178

3069 = 891 + 2178

1287 = 891 - 2178

2709 = 891 + 1818

927 = 891 - 1818

2907 = 1089 + 1818

729 = 1089 - 1818

2871 = 1089 + 1782

693 = 1089 - 1782

2691 = 909 + 1782

873 = 909 - 1782

وبما أن مجموع المقادير الثلاثة **2178 + 1818 + 1782 = 5778** فيكون مجموع نتائج الجمع بين كل منها وبين نصف المقدار الأخر كما يلي:

5778 = 2691 + 3087

5778 = 2709 + 3069

5778 = 2907 + 2871

كما يكون مجموع نتائج الفرق بين كل منها وبين نصف المقدار الآخر يساوي كما يلي: **693 + 729 + 873 + 927 + 1287 + 1269 = 5778.**

ويكون جمع الفرق بين الأوجه المتتالية من المجموعات السابقة على التناوب مع الفرق الآخر مساوياً لأحد المقادير الثلاثة كما يلي:

1818 = 1107 + 0711

1782 = 1071 + 0711

2178 = 1071 + 1107

ولما كان المقدار **1818** يمثل مجموع الفرقين الأول والثالث من المجموعة الأولى، فيكون طرح أو جمع نصف هذا المقدار مع كل من المقدارين **1782** و**2178** مؤدياً إلى معرفة الفروق بين كل من الخط والمستطيل والمثلث.

ويكون مجموع **1782 + 2178 = 3960** مساوياً لفرق مجموع وجهي كل من الخط والمثلث، أو مجموع فرق وجهي كل من المستطيل والمثلث.

3960 = 873 + 3087

3960 = 2691 + 1269

ولما كان المقدار **2178** يمثل مجموع الفرقين الأول والثالث من المجموعة الثانية، فيكون طرح أو جمع نصف هذا المقدار مع المقدارين **1782** و**1818** مؤدياً إلى معرفة الفروق بين وجهي كل من المربع والمعين والمنحرف المتعاكس.

ويكون مجموع **1782 + 1818 = 3600** مساوياً لمجموع فرق كل من وجهي المعين والمنحرف أو مجموع فرق وجهي كل من المربع والمنحرف.

3600 = 2871 + 729

3600 = 2907 + 693

ولما كان المقدار **1782** يمثل مجموع الفرقين الأول والثالث من المجموعة الثالثة، فيكون طرح أو جمع نصف هذا المقدار مع المقدارين **1818** و **2178** مؤدياً إلى معرفة الفروق بين وجهي كل من المنشور والمنحرف المتناقض.

ويكون مجموع **1818 + 2178 = 3996** مساوياً لمجموع فرق كل من وجهي المنشور والمنحرف:

3996 = 1287 + 2709

3996 = 3069 + 927

ومما يلاحظ أن حاصل طرح العددين **2178** و **1818** يساوي **360**، وبجمعه مع حاصل جمعهما **3996** يكون الناتج **4356.**

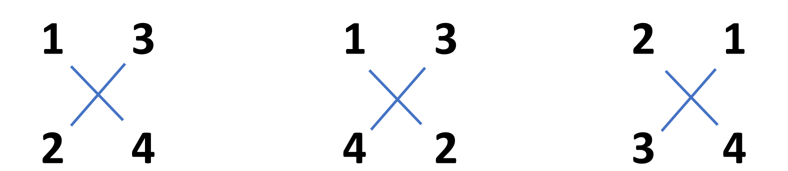
وإن حاصل طرح العددين **2178** و **1782** يساوي **396** وبجمعه مع حاصل جمعهما **3960** يكون الناتج **4356** أيضاً.

وإن حاصل طرح العددين **1818** و **1782** يساوي **36** وبجمعه مع حاصل جمعهما **3600** يكون الناتج **3636.**

وإن مجموع هذه المجاميع **4356 + 4356 + 3636 =** يساوي **12348** أي أربعة أضعاف فرق وجهي الخط.

توثق الأعداد السبعة

لمّا كانت كل فئة من المتسلسلات الثلاث تشتمل على أربع مجموعات رياضية على التعاقب، فمما يلاحظ على التناوب المتقابل وترياً بين الأعداد التالية على شكل دائري:



إن الفئة الترتيبية الأولى يتقابل فيها العددان **1**، **3** أو العددان **4**، **2** ، وإن متسلسلتها تبدأ وتنتهي بهما كما يلي: **3214321** **2341234** أو كما يلي: **1432143** **4123412**

وإن الفئة الموسيقية الثانية يتقابل فيها العددان **3**، **4** أو العددان **1**، **2** ، وإن متسلسلتها تبدأ وتنتهي بهما كما يلي: **4132413** **1423142** أو كما يلي: **3241324** **2314231**

وإن الفئة التأليفية الثالثة يتقابل فيها العددان **3**، **2** أو العددان **4**، **1** ، وإن متسلسلتها تبدأ وتنتهي بهما كما يلي: **2134213** **3421342** أو كما يلي: **4213421** **1342134**

فمجموع العدد الأول والأخير يساوي **5**.

ولو جمعنا هذه المتسلسلات الثلاث كما يلي:

431243142314321243

124312413241234412

أو كما يلي:

342134231423412344

213421324132143214

كانت المتسلسلة الدائرية لكل منهما تتألف من **15** عدداً.

هذا من ناحية ومن ناحية أخرى نجد أننا لو أدرنا البنية الرياضية حول نفسها على الأعداد الثمانية المتمثلة بالمتسلسلة التالية **41324132** كما يلي **413241324132** نجد أنها تكرر نفس الأشكال التي تتألف منها البنية فلا جديد في هذا التكرار.

ولكننا لو أدرناها حول نفسها على الأعداد السبعة **1324132** على سبيل المثال كما يلي **13241321324132** نكون قد أدركنا الفرق بين الحالين من حيث الشمولية لأوجه الأشكال الأصلية والفرعية.

وعليه يكون تركيب البنية منطقياً ورياضياً القائم على الأعداد المتوالية السبعة أوفى بالغرض المنشود الجامع في صورها الأربع التي مر ذكرها.

تخريج الأبعاد

من المعلوم أن مربعات الأبعاد الستة التي تتألف منها الأشكال الهندسية السبعة هي:

2، **8**، **18**، **5**، **10**، **13**. وإن مربعات الأبعاد التالية لا تجتمع في أيّ من هذه الأشكال سوية على الوجه التالي: **18** مع **8** أو مع **10** أو مع **13**، و**8** مع **13** أو مع **5**، نظراً لاجتماع متغيرين منهما في مقولة واحدة من المقولات الأربع التي يتألف منها الشكل، ففي الشكل التالي مثلاً:

دن دن ج د دن

أ د دن دن دن

دن دن دن دن

دن دن د ب دن

نجد أن مربع **(أ ج)** يساوي **5**، وإن مربع **(أ ب)** يساوي **8**، وإن **(ج، ب)** على وجه التقابل في مقولة واحدة يمثلان العدد **1** فلا تكامل بينهما كما تقتضيه الأشكال السبعة.

وللإفصاح عن العلاقة بين هذه الأبعاد نجد من الشكل التالي:

ج دن دن دن دن

دن دن دن دن

أ دن دن دن دن

دن دن دن دن د

ب

إن طول البعد **(أ ب)** يساوي وحدة مائلة واحدة، ومربعه يساوي **2** وحدة قياسية.

وإن طول البعد **(ج د)** يساوي ثلاث وحدات مائلة ومربعه يساوي **18** وحدة قياسية.

وإن مربع البعد **(ج ب)** أو البعد **(أ د)** يساوي **10**،

أي أن $3^2 + 1^2 = \frac{2 + 18}{2} = 10$

كما نجد من الشكل التالي:

ج دن دن دن دن

أ دن دن دن دن

دن دن دن دن

دن دن دن دن د

ب

إن طول البعد **(أ ب)** يساوي **2** وحدة مائلة، ومربعه يساوي **8** وحدة قياسية.

وإن طول البعد **(ج د)** يساوي **3** وحدة مائلة ومربعه يساوي **18** وحدة قياسية كما مرّ بنا. وإن مربع البعد **(ج ب)** يساوي **13** وحدة قياسية وطوله يساوي طول **(أ د)**. أي أن $2^2 + 3^2 = \frac{8 + 18}{2} = 13$.

ونجد في الشكل التالي:

ج أ

دن دن دن دن

د دن دن دن دن

ب دن دن دن دن

دن دن دن دن

إن طول **(أ ب)** يساوي **2** وحدة مائلة، ومربعه يساوي **8** وحدة قياسية.

وإن طول **(ج د)** يساوي وحدة مائلة واحدة، ومربعه يساوي **2**.

وإن طول **(أ د)** أو **(ج ب)** بالتربيع يساوي **5**، أي أن $2^2 + 1^2 = \frac{8 + 2}{2} = 5$.

ولا يخفى توحيد هذه العلاقات معاً في الشكل الواحد لإظهار العلاقة بين هذه الأبعاد الستة.

ولو رسمنا هذه المسافات على وجه التفريق كما يلي:

أ دن دن دن دن
دن دن دن دن
دن دن دن دن
دن دن دن دن ب

نجد أنها تنطلق مجتمعة من مصدر واحد هو النقرة **(أ)**، علماً بأن المسافة **(أ ب)**، التي تمثل طول ثلاث وحدات مائلة، تمثل المسافات التي مربعات أطوالها تساوي **18**، **8**، **2**، وهي أطول هذه الأبعاد من كل شكل هندسي من الأشكال التي تضم أربع مقولات من التفعيلات كما مرّ بنا.

ولو رسمنا هذه المسافات كما يلي:

5 13 25
دن دن دن دن دن 32
1 دن دن دن دن دن 18
2 دن دن دن دن دن 8
3 دن دن دن دن دن 2
4 دن دن دن دن دن
25 13 5

نجد أن مربع المسافة بين الأعداد من جهة اليمين يكون:

بين العددين **1**، **2** يساوي **5**

وبين العددين **2**، **3** يساوي **13**

وبين العددين **3،4** يساوي **25**

وبعبارة أخرى نجد أن مربع المسافة بين مربعات الأعداد من جهة اليسار يكون:

بين العددين **2**، **8** يساوي **5**

وبين العددين **8**، **18** يساوي **13**

وبين العددين **18**، **32** يساوي **25**

استخراج المساحات من الأعداد

لمّا كان (*مربع الفرق بين عددين زائداً مربع عدد الوحدات الفاصلة بينهما يساوي مربع المسافة بين متغيريها*) كما مر بنا، فإذا كان الفرق بين العددين سالباً كان اتجاه الحركة نحو اليسار وإذا كان موجباً كان اتجاه الحركة نحو اليمين. ولما كانت المسافة بين عددين تزداد بزيادة فرق الحركة بين المتغيرين، وتقصر بنقصه بُعداً وزماناً، أو عدداً ومكاناً، أو سلباً وإيجاباً، لذا كان البعد بين كل عددين متماثلين لا بد وأن يكون عدداً صحيحاً. فالبعد بين طرفي العدد **1324** مثلاً يساوي ثلاث وحدات، وهي نفس المسافة بين متغيريهما.

والبعد بين طرفي العدد **4321** يساوي ثلاث وحدات أيضاً، ولكن المسافة بين متغيريهما تساوي طول ثلاث وحدات مائلة. والبعد بين طرفي العدد **2431** يساوي ثلاث وحدات أيضاً، ولكن مربع المسافة بين متغيريهما يساوي **10.**

ولأجل توضيح القاعدة المارّ ذكرها نجد من الشكل التالي مثلاً:

د　دن　دن

دن　دن　دن

دن　دن　دن

دن　دن　د

إن الفرق بين العددين **1**، **4** يمثل ارتفاع المثلث الذي مربع وتره يساوي **13**، وإن الوحدتين الفاصلة بينهما تمثل قاعدة هذا المثلث.

وعليه فإن $(1 - 4)^2 + 2^2 = 13$ وهو مربع الوتر باتجاه اليسار.

وإن $\frac{(4 – 1) \times 2}{2}$ = **3** وهو مساحة المثلث.

وعن هذا الطريق يمكن معرفة وجهة هذا الوتر وطوله وطول ضلعي قائمته وحدّة انحداره، (بالتفرقة بين القاعدة والارتفاع). وبناءً على ذلك يمكننا استخراج مساحات المثلثات من الأعداد التي تمثلها دون الاستعانة برسم أشكالها استناداً إلى القاعدة التالية: *نصف مجموع طرفي كل ثلاثة أعداد ناقصاً وسطها أو العكس يساوي مساحة مثلثها.* فالعدد **314** أو العدد **241** تكون مساحة مثلثه تساوي $\{\frac{4 + 3}{2} - 1\}$ أو $\{4 - \frac{2 + 1}{2}\}$ = **2.5** وحدة.

وعلى ذلك تكون مساحة مثلث كل من الأعداد الثلاثية التالية على سبيل الحصر بين الأوجه المتكاملة كما يلي:

0.5 = 421 + 134

2.5 = 142 + 413

2 = 214 + 341

1.5 = 342 + 213

1.5 = 423 + 132

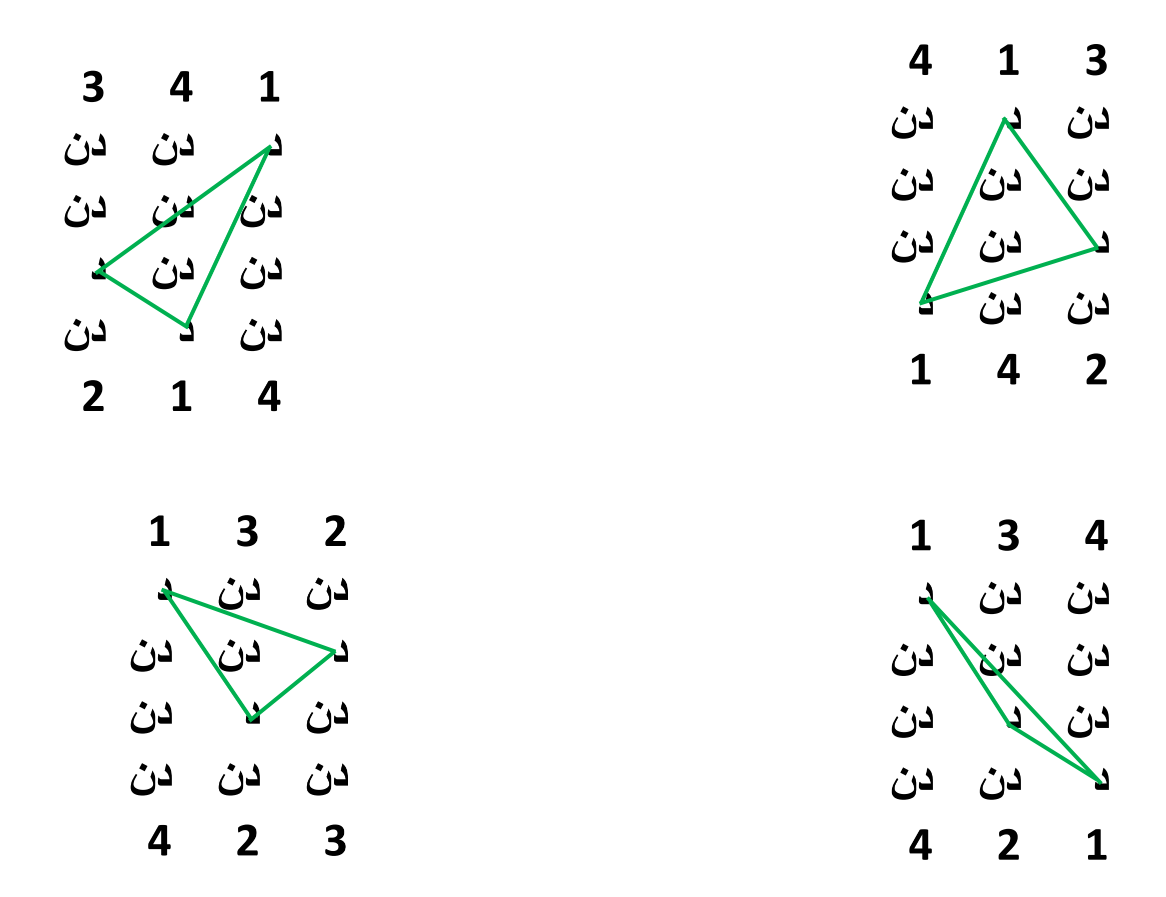
صفر = 234 + 321

وعليه فإن عدد المثلثات التي تتولد من الأعداد الثلاثية المار ذكرها يساوي أربع مثلثات فقط. فالأول منفرج الزاوية مختلف الأوضاع، مساحته تساوي نصف وحدة. والثاني قائم الزاوية متساوي الساقين، مساحته **2.5** وحدة. والثالث قائم الزاوية مختلف الأضلاع، مساحته **2** وحدة. والرابع حاد الزاوية متساوي الساقين، مساحته تساوي **1.5** وحدة.

وأمّا العدد **321** فيساوي $\frac{1 + 3}{2} - 2 =$ **صفر**، لأنه يمثل **-1 -1 -1.**

وإن العدد **741** يمثل **-3 -3 = صفر**، لأن $\frac{1 + 7}{2} - 4 =$ **صفر**، حيث يتمثل شكل الخط.

وتتمثل مساحة المثلثات الأربعة المار ذكرها بالأشكال التالية:



وعليه لو جمعنا بين المثلث **413** والمثلث **241** نجد أن العدد **2413** يمثل مساحة تساوي خمس وحدات، لأن حاصل طرح العدد الأوسط من نصف مجموع طرفي **413** يساوي **2.5** وحدة، وحاصل طرح نصف مجموع طرفي **241** من العدد الأوسط يساوي **2.5** وحدة. وعليه إذا كان العدد الأوسط يساوي نصف مجموع الطرفين كان الشكل خطاً، أمّا إذا اختلفا كان الشكل مثلثاً مساحته تساوي حاصل الطرح بينهما.

فالأعداد **159**، **135**، **753**، **543** ...الخ لا تشكل مثلثاً لتعاقب نفس الكمية السالبة أو الكمية الموجبة بين كل عددين.

وعلى ذلك تكون مساحة شكل العدد **2915** الذي يمثل **+4 -8 + 7** تساوي:

$$\left(\frac{5+9}{2} - 1\right) + 9 - \frac{1+2}{2} = 13.5.$$

ولا يخفى أن مجموع الدنادن التي تقع في هذا الشكل تساوي **(9 – 1) × 3 = 24** وحدة قياسية.

استخراج المساحات والأبعاد

من الإشارات

ذكرنا أن إشارات السلب والإيجاب تمثل المقادير اللامتناهية من الأعداد الرياضية شكلاً ومساحة، عدداً ومكاناً، منطقاً وأبعاداً ...الخ. فالإشارات **-1 +2** مثلاً تمثل المقادير **132، 243، 354، 465** ...الخ مهما زادت مقاديرها بنسبة ثابتة. وحيث أن الفرق بين نصف مجموع طرفي ثلاثة أعداد وعددها الأوسط يساوي مساحة مثلثها، أي أن مساحة المثلث الذي يؤلفه العدد **915** تساوي $\frac{5 + 9}{2} - 1 = 6$ وحدات، لذا فأن نصف مجموع عددي إشارتي السلب والإيجاب لهذه الأعداد يمثل مساحة مثلثها. أي أن $\frac{+4 \; -8}{2} = 6$ وحدات، وأن $\frac{-1 \; +2}{2} = 1.5$.

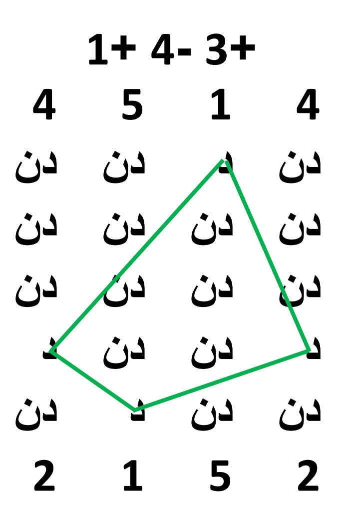
وعلى ذلك يمكن القول *(أن نصف مجموع عددي إشارتي السلب والإيجاب يساوي مساحة مثلثها)* لأنها تمثل ثلاثة أعداد متوالية لا متتالية.

أمّا إذا كان الفرق بين الأعداد سالباً أو موجباً على التعاقب فيجري الطرح بين عددي الإشارتين. أي أن نصف حاصل طرح عددي الإشارتين المتماثلتين يساوي مساحة المثلث الذي يمثلهما.

فالعدد **124** يساوي **+1 +2** ومساحته تكون $\frac{2 - 1}{2}$ **=** نصف وحدة. أما الإشارات **+3 -1 +2** فتكون مساحة مثلثيهما تساوي $\frac{3 + 1}{2} + \frac{1 + 2}{2} = 3.5$ وحدة. أي $\frac{3 + 2 + 2}{2} = 3.5$، لأنها تمثل العدد **1325** فمساحة مثلثيه تساوي حسب أعداده الأربعة $\frac{5 + 3}{2} - 2 = 2$ و $3 - \frac{1 + 2}{2} = 1.5$ فيكون مجموع المساحتين يساوي **3.5** وحدة كما يلي:

1	3	2	5
د	دن	دن	دن
دن	دن	د	دن
دن	د	دن	دن
دن	دن	دن	دن
دن	دن	دن	د

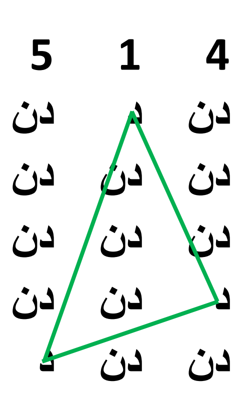
وعليه تكون مساحة الإشارات **3+ 4+ 2+** تساوي $\frac{3+4}{2} + \frac{4+2}{2} = 6.5$ أو $\frac{8+5}{2} = 6.5$. أمّا مساحة الإشارات **3+ 4- 1+** أو الإشارات **2- 4+ 2-** فتساوي ست وحدات مع اختلاف الشكلين من حيث الهيئة كما يلي:

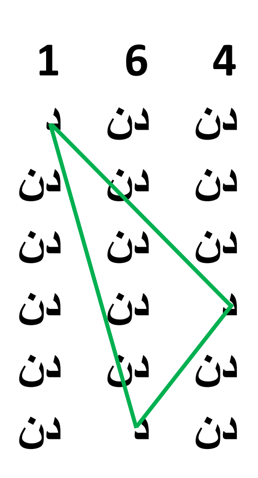


2- 4+ 2-

5	3	7	5
دن	دن	دن	دن
دن	دن	دن	دن
دن	د	دن	دن
دن	دن	دن	د
د	دن	دن	د
دن	دن	دن	دن
دن	دن	د	دن

كما نستنتج من الإشارتين **3+ 4-** أو الإشارتين **2- 5+** أن مساحة كل من مثلثيهما تساوي **3.5** وحدة، مع اختلاف الشكلين، لأن الشكل في الحالة الأولى يمثل الأعداد **514** وفي الحالة الثانية يمثل الأعداد **164**، وشكل كل منهما يكون كما يلي:





فالمساحة الكلية لأرضية الشكل الأول تساوي **$2(5 – 1) = 8$** وللشكل الثاني تساوي **$2(6 – 1) = 10$** وحدات قياسية.

وعليه يمكن القول أن: *(نصف مجموع إشارتين مختلفتين من السلب والإيجاب، أو نصف الفرق بين إشارتين متماثلتين يساوي مساحة المثلث).*

أو أن *(الفرق بين نصف مجموع طرفي ثلاثة أعداد وعددها الأوسط يساوي مساحة المثلث).*

أو أن *(مجموع طرفي ثلاث إشارات مختلفة زائداً ضعف الوسطى مقسوماً على إثنين يساوي مساحة الشكل).*

ولأجل استخراج مربعات الأبعاد التي تمثلها هذه المساحات من الإشارات نفسها يمكن القول إن *(مربع الفرق بين إشارتين مختلفتي السلب والإيجاب* زائداً ***2^2*** *أي زائداً العدد* ***4****، أو مربع مجموع إشارتين متماثلتين في السلب أو الإيجاب زائداً* ***2^2****، أو مربع كل إشارة زائداً* ***1^2*** *أي العدد واحد تمثل مربعات أطوال المثلث).*

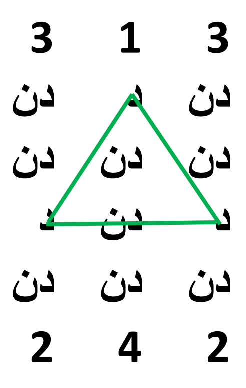
فالعدد **718** يمثل **$1 + 7 – 6$**. فمربعات أبعاد المثلث الذي يمثله تساوي:

$7^2 + 1 = 50$، $6^2 + 1 = 37$، $(7 – 6)^2 + 2^2 = 5$.

والعدد **178** يمثل **+1 +6** فمربعات أبعاد المثلث الذي يمثله تساوي:

$1^2 + 1^2 = 2$، $6^2 + 1 = 37$، $(1 + 6)^2 + 2^2 = 53$.

والعدد **313** يمثل **+2 -2** فمساحته تساوي **2** وحدة قياسية، ومربعات أبعاد شكله تساوي **$2^2 + 1 = 5$، $2^2 + 1 = 5$، $(2 – 2)^2 + 2^2 = 4$**، ويكون كما يلي:



ومن ذلك يتضح أن خلاصة الأعداد التي تمثل أساس المثلثات التي تشكلها الأعداد **241، 341، 231، 124** تتمثل في **-3 +2، -3 +1، -2 +1، +2 +1.**

وإن نصف مجموع الإشارتين المختلفتين في السلب والإيجاب يكون مساحة المثلث الأول وتساوي **2.5** وحدة، ويكون مساحة المثلث الثاني وتساوي **2** وحدة، ويكون مساحة المثلث الثالث وتساوي **1.5** وحدة. وإن نصف الفرق بين الإشارتين المتماثلتين يكون مساحة المثلث الرابع وتساوي نصف وحدة.

وإن مربع طول المسافة التي تمثلها أعداد هذه الإشارات هي كما يلي:

$$3 = 3^2 + 1 = 10$$

$$2 = 2^2 + 1 = 5$$

$$1 = 1^2 + 1 = 2$$

ومربع طول المسافة بين طرفي الأعداد

$$+2\ -1 = (2-1)^2 + 2^2 = 5$$

$$+2\ -3 = (3-2)^2 + 2^2 = 5$$

$$+3\ -1 = (3-1)^2 + 2^2 = 8$$

$$+2\ +1 = (2+1)^2 + 2^2 = 13$$

أمّا بين **-1 -1** $= (1+1)^2 + 2^2 = 8$ والمساحة = صفر.

وأمّا **-1 -1 -1** فيساوي $(1+1+1)^2 + 3^2 = 18$ والمساحة = صفر.

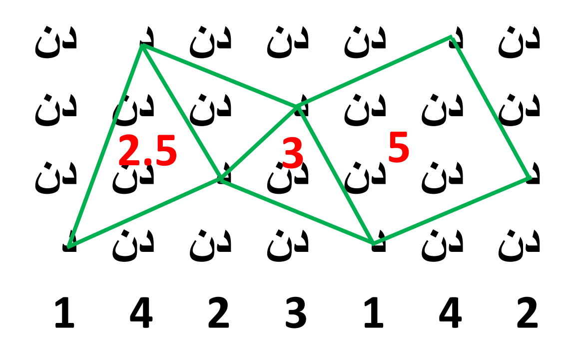
وعلى هذا الأساس فإن مساحة الشكل المؤلف من **(-1 +3 -4 +3 -2)** تساوي مجموع الطرفين زائداً ضعف مجموع الأعداد الوسطى، مع قسمة الناتج على **2** أي: $\frac{1 + 2 + 20}{2} = 11.5$ وحدة. وأرقام الشكل تكون كما يلي:

4	2	5	1	4	3
دن	دن	دن	د	دن	دن
دن	د	دن	دن	دن	دن
دن	دن	دن	دن	دن	د
د	دن	دن	دن	د	دن
دن	دن	د	دن	دن	دن
2	4	1	5	2	3

ومساحة الفئة الموسيقية **4132413** التي تساوي **+2 -3 +2 -1 +2 -3** تساوي

$$\frac{(3+2) + 2\,(3+2+1+2)}{2} = 10.5$$،

كما يلي:



وبعبارة أخرى يكون *(نصف مجموع طرفي الإشارات المختلفة زائداً مجموع أعدادها الوسطى يساوي مساحة الأشكال المثلثة التي تتألف من هذه الإشارات).*

ففي الشكلين السابقين تكون مساحة الأول تساوي: $\frac{1+2}{2} + 10 = 11.5$، ومساحة الثاني تساوي $\frac{2+3}{2} + 8 = 10.5$، وبعبارة أبسط فإن *(مجموع الإشارات المختلفة ناقصاً نصف مجموع طرفيها يساوي مساحة الأشكال المثلثة التي تتألف من هذه الإشارات).* أي أن **13 – 1.5 = 11.5** مساحة الشكل الأول، و**13 – 2.5 = 10.5** مساحة الشكل الثاني.

أمّا إذا كانت الإشارات تتضمن إشارات متماثلة على التعاقب كما يلي مثلاً:

+1 -2 +3 -1 -1 +2 فالمساحات تساوي **1.5 + 2.5 + 2 + 1.5 = 7.5** لأن **-1 -1 =** صفر لا يشكل مثلثاً، ويكون الوضع كما يلي:

1 3 2 1 4 2 3

د دن دن د دن دن دن

دن دن د دن دن د دن

دن د دن دن دن دن د

دن دن دن دن د دن دن

4 2 3 4 1 3 2

وزيادة في الأمثلة، لو أردنا استخراج المساحات والأبعاد من الإشارات **-2 +4 -3 +2** فإن مجموعها ناقصاً نصف مجموع الطرفين يساوي **11 – 2 = 9** وحدات قياسية وهي مساحة المثلثات التالية:

$\frac{4+2}{2} = 3$، $\frac{3+4}{2} = 3.5$، $\frac{2+3}{2} = 2.5$.

وتكون مربعات الأبعاد كما يلي:

$2^2 + 1 = 5$، $4^2 + 1 = 17$، $3^2 + 1 = 10$، $2^2 + 1 = 5$،

و $(4 - 2)^2 + 2^2 = 8$، $(4 - 3)^2 + 2^2 = 5$، $(3 - 2)^2 + 2^2 = 5$.

وتكون الأعداد التي يتألف منها الشكل تساوي **24153**، ويكون الشكل كالآتي:

2	4	1	5	3
دن	دن	د	دن	دن
د	دن	دن	دن	دن
دن	دن	دن	دن	د
دن	د	دن	دن	دن
دن	دن	دن	د	دن
4	**2**	**5**	**1**	**3**

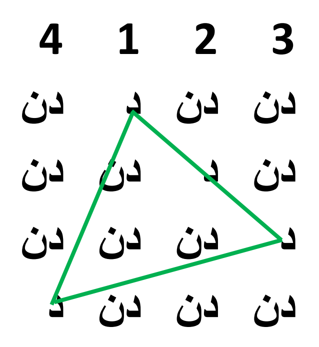
2- 3+ 4- 2+

وحيث يلاحظ من شكل المنشور التالي:

1	2	4	3
د	دن	دن	دن
دن	د	دن	دن
دن	دن	دن	د
دن	دن	د	دن

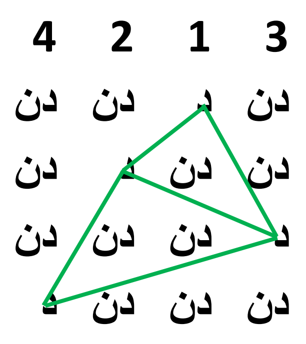
إن النقرة التي يمثلها العدد **2** تقع داخل الشكل فتكون صفراً في حساب المساحة العامة لهذا الشكل. وعليه يكون العدد **1043 = -1 + $\frac{3}{2}$ = 2.5** وحدة.

كما يلاحظ من الشكل التالي:



إن النقرة التي يمثلها العدد **2** تقع ضمن طول القاعدة فتكون صفراً في حساب المساحة، وعليه يكون العدد **4103 = $\frac{2+}{1}$ -3 = 4** وحدات.

كما يلاحظ من المنحرف التالي:



إن مساحة المثلث **213** تساوي **$\frac{2+ \ 1-}{2}$ = 1.5** وحدة، أمّا مساحة المثلث الأسفل فتعتبر نقرة العدد **1** الخارجة عنها صفراً. وعليه تكون المساحة **4203** تساوي **$\frac{1+}{2}$ – 2 = 2.5** وحدة.

أمّا لو أردنا احتساب مساحة المثلث **(أ ب ج)** أو المثلث **(أ د ج)** من وجه المنحرف التالي:

4	1	3	2
دن	د	دن	دن
دن	دن	دن	د
دن	دن	د	دن
د	دن	دن	دن

فإن مساحة **(أ ب ج)** تساوي **4102 = $\frac{1+}{2}$ 3- = 3.5** وحدة.

ومساحة **(أ د ج)** تساوي **4032 = 1- $\frac{1-}{2}$ = 0.5** وحدة. إلى غير ذلك من حالات أخرى عديدة لا يسعنا الدخول في تفاصيلها.

بين تماثل واختلاف الإشارات

مما مرّ بنا نستدل على أن: المساحة تكبر والمسافة تصغر عند اختلاف إشارتي السلب والإيجاب، وإن المسافة تكبر والمساحة تصغر عند تماثل الإشارتين.

فمساحة **– 2 + 5** تساوي وحدة **3.5** وحدة، ومربع المسافة بين طرفيها يساوي **13.** ومساحة **– 2 + 5** تساوي **1.5** وحدة، ومربع المسافة بين طرفيها يساوي **53** كما يلي:

1	**6**	**4**
د	دن	دن
دن	دن	دن
دن	دن	دن
دن	دن	د
دن	دن	دن
دن	د	دن
6	**1**	**3**

8	**3**	**1**
دن	دن	د
دن	دن	دن
دن	د	دن
دن	دن	دن
دن	دن	دن
د	دن	دن
1	**6**	**8**

ولأجل الاستدلال بالفرق بين الحالتين نثبت في الجدولين التاليين أمثلة على ذلك، ففي الجدول التالي نلاحظ ما يلي:

<u>جدول المساحات</u>

المساحة تكبر عند اختلاف الإشارتين وتصغر عند تماثلهما.

المساحة	المساحة
<u>نصف مجموع الإشارتين</u>	<u>نصف فرق الأشارتين</u>
1.5 = 2 – 1 +	**0.5 = 2 – 1 -**
2 = 3 – 1 +	**1 = 3 – 1 -**
2.5 = 4 – 1 +	**1.5 = 4 – 1 -**
3 = 5 – 1 +	**2 = 5 – 1 -**
2.5 = 3 – 2 +	**0.5 = 3 – 2 -**
3 = 4 – 2 +	**1 = 4 – 2 -**
3.5 = 5 – 2 +	**1.5 = 5 – 2 -**
4 = 6 – 2 +	**2 = 6 – 2 -**
3.5 = 4 – 3 +	**0.5 = 4 – 3 -**
4 = 5 – 3 +	**1 = 5 – 3 -**
4.5 = 6 – 3 +	**1.5 = 6 – 3 -**
5 = 7 – 3 +	**2 = 7 – 3 -**

وفي الجدول التالي نلاحظ:

<u>جدول المساحات</u>

المساحة تصغر عند اختلاف الإشارتين وتكبر عند تماثلهما.

المسافة	المسافة
<u>مربع الفرق + 2^2</u>	<u>مربع الفرق + 2^2</u>

5 = 2 – 1 +	13 = 2 – 1 -
8 = 3 – 1 +	20 = 3 – 1 -
13 = 4 – 1 +	29 = 4 – 1 -
20 = 5 – 1 +	40 = 5 – 1 -

---

5 = 3 – 2 +	29 = 3 – 2 -
8 = 4 – 2 +	37 = 4 – 2 -
13 = 5 – 2 +	53 = 5 – 2 -
20 = 6 – 2 +	68 = 6 – 2 -

---

5 = 4 – 3 +	53 = 4 – 3 -
8 = 5 – 3 +	68 = 5 – 3 -
13 = 6 – 3 +	85 = 6 – 3 -
20 = 7 – 3 +	104 = 7 – 3 -

وحيث أن منهجنا يسير على تواريخ البحث والاستنتاج وليس على مبدأ التأليف والانسجام بين المواضيع، وهو موجّه إلى المتخصصين، فقد أوردنا هذه الأبحاث كما توصلنا إليها على التعاقب الزمني كما أوردنا في مقدمة النظرية.

تفريق التكامل

لو رسمنا شكل العدد **513** بالدندنة كما يلي:

5	**1**	**3**
دن	د	دن
دن	دن	دن
دن	دن	د
دن	دن	دن
د	دن	دن
1	**5**	**3**

(ملحوظة: عدد النقرات المحيطة بالشكل تمثل دائرة المشتبه للأوزان الشعرية).

نجد أن التكامل بين $\frac{513}{153} = \frac{4- \ 2+}{4+ \ 2-}$ يمثل شكلاً واحداً متكاملاً.

ولما كان هذا الشكل يمثل الأعداد التي يتمثل الفرق بين كل عددين منها، بالإشارتين **-2 +4** أو من الأعداد الثلاثة التي يتمثل الفرق بين كل منها بالإشارتين **+2 -4**، لذا لو حولنا هذا الشكل التجريدي إلى شكل تعييني قوامه الأرقام التي يتألف منها هذا الشكل وهي الأرقام **513**، **624**، **735** ...الخ، أو الأرقام **153**، **264**، **375** ...الخ كما يلي:

4- 2+

5	**1**	**3**
6	**2**	**4**
7	**3**	**5**
8	**4**	**6**
9	**5**	**7**

4+ 2-

1	**5**	**3**
2	**6**	**4**
3	**7**	**5**
4	**8**	**6**
5	**9**	**7**

نجد أن شكل العدد **513** يمثل **+2 -4** في كل من أرقامه الثلاثة المتتالية.

وإن شكل العدد **135** يمثل **-2 +4** في كل من أرقامه الثلاثة المتتالية.

وإن هيئة الشكل والمقادير العددية التي يتألف منها تختلف باختلاف الإشارتين في كل منهما.

كما نجد تشابه هيئة شكل العدد **153** مع هيئة الشكل التجريدي المبتدأ بالعدد **513**، وتشابه هيئة شكل العدد **513** مع هيئة مقلوب الشكل التجريدي الذي تبدأ بالعدد **153**.

وعليه نجد أن العدد **153** والعدد **513** يتكاملان في الشكل التجريدي الواحد، ويفترقان عند التعيّن بالأرقام التي يتألف شكل كل منهما بها.

لذا فإن **+2 -3** / **-2 +3** حين يشكلان وحدة واحدة عند التكامل فهما ليسا على قدر واحد من التساوي. لأن الفرق بين **513** و **153** يساوي **460**، وإن الفرق بين **351** و **315** يساوي **36** وليس صفراً. وعليه فإن **-1 -1 = +1 +1** ولكن **321** يقابلها **234** وهما مقداران مختلفان، ولولا اختلافهما لما حصل التكامل بينهما واتحدت إشاراتهما في مسافات موحدة وهي أن **-1** / **+1** **= 2** مربع المسافة. وإن **-1 +1** / **+1 -1** **= 1** بالمساحة.

وإن هيئة شكل العدد **321**، وهيئة شكل العدد **234** تكونان كما يلي:

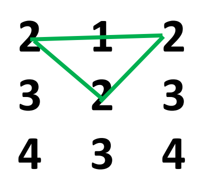
2	**3**	**4**
3	**4**	**5**
4	**5**	**6**
5	**6**	**7**

3	**2**	**1**
4	**3**	**2**
5	**4**	**3**
6	**5**	**4**

وإن هيئة شكل العدد **<u>+1 -1</u>** = **<u>212</u>** تكون بالدندنة والأرقام كما يلي:

-1 +1   **121**

2 1 2
دن د دن
د دن د
1 2 1



1 2 1
2 3 2
3 4 3

فالمثلث من الشكل الأول يماثل المثلث من الشكل الثالث، والمثلث من الشكل الثاني يماثل مقلوب المثلث من الشكل الأول، وتكون المقادير معكوسة في وضع الأعداد المتضادة التي تتمثل في **321** أو في:

2 4 1 3
3 5 2 4
4 6 3 5
5 7 4 6
2+ 3- 2+

3 1 4 2
4 2 5 3
5 3 6 4
6 4 7 5
2- 3+ 2-

استخراج الأشكال من المساحات

إذا أردنا أن نرسم مثلثا أو عدة مثلثات من مساحة معلومة فإننا نضاعف هذه المساحة ونقسم الحاصل على عدد الإشارات التي تمثل المساحة المعلومة. فإذا كانت هذه المساحة تساوي **3.5** وحدة، فإن ضعف هذه المساحة يساوي **7** يمثل مجموع عددي إشارتين، وعليه إذا قسمنا العدد **7** إلى عددي إشارتين فإننا نحصل على ما يلي من المثلثات المتساوية المساحة المختلفة الأشكال وهي: **+1 -6**، **+2 -5**، **+3 -4** متمثلة بالأعداد **712**، **613**، **514** على التوالي.

وعليه إذا رسمنا مثلثات هذه الأعداد بالدندنة، كانت مساحة كل منها تساوي **3.5** وحدة كما يلي:

7	1	2
دن	د	دن
دن	دن	د
دن	دن	دن
دن	دن	دن
دن	دن	دن
دن	دن	دن
د	دن	دن
1	7	6

6	1	3
دن	د	دن
دن	دن	دن
دن	دن	د
دن	دن	دن
دن	دن	دن
د	دن	دن
1	6	4

5	1	4
دن	د	دن
دن	دن	دن
دن	دن	د
دن	دن	دن
د	دن	دن
1	5	2

وعليه يمكن الحصول على عدد المثلثات المتساوية المساحة من كل عدد من الأعداد التالية كما يلي:

من العدد	المثلثات المتساوية	المساحة
2 =	**-1 +1**	**= 1**
3 =	**-1 +2**	**= 1.5**
4 =	**-1 +3، -2 +2**	**= 2**
5 =	**-2 -3، -1 +4**	**= 2.5**
6 =	**-1 +5، -2 +4، -3 +3**	**= 3**
7 =	**-2 +5، -3 +4، -1 +6**	**= 3.5**
8 =	**-1 +7، -2 +6، -3 +5، -4 +4**	**= 4**
9 =	**-2 +7، -3 +6، -4 +5، -1 +8**	**= 4.5**

فمن كل من العددين **2**، **3** نحصل على مثلث واحد، ومن كل من العددين **4**، **5** نحصل على مثلثين، ومن كل من العددين **6**، **7** نحصل على ثلاث مثلثات، ومن كل من العددين **8**، **9** نحصل على أربع مثلثات متساوية المساحة...الخ.

كما يمكن الحصول على مثلثات متساوية المساحة، مختلفة الأشكال، لا حصر لها من كل إشارتين متماثلتين، باعتبار الفرق بين عددي كل إشارتين أساساً لهذه المساحات كما يلي:

-1 -8، -2 -9، -3 -10 = 3.5 وحدة.

-1 -4، -2 -5، -3 -6 = 1.5 وحدة.

-1 -3، -2 -4، -3 -5 = 1 وحدة.

-1 -2، -2 -3، -3 -4 = 0.5 وحدة.

فالأعداد التي تمثل الإشارات الأخيرة هي **421**، **631**، **841** على التوالي.

وبرسمها بالدندنة كما يلي:

1	2	4
د	دن	دن
دن	د	دن
دن	دن	دن
دن	دن	د
4	3	1

1	3	6
د	دن	دن
دن	دن	دن
دن	د	دن
دن	دن	دن
دن	دن	دن
دن	دن	د
6	4	1

1	4	8
د	دن	دن
دن	دن	دن
دن	دن	دن
دن	د	دن
دن	دن	دن
دن	دن	دن
دن	دن	دن
دن	دن	د

تكون مساحة كل من هذه الأشكال مساوية لنصف وحدة قياسية.

لأن مساحة **421** = $\frac{4 + 1}{2}$ **-2 = 0.5** وحدة.

ومساحة **631** = $\frac{6 + 1}{2}$ **-3 = 0.5** وحدة.

ومساحة **841** = $\frac{8 + 1}{2}$ **-4 = 0.5** وحدة.

ولأجل معرفة كيفية تحليل الأعداد إلى مثلثات جاهزة المساحات والأبعاد والأشكال دون اللجوء إلى آلات القياس أو الحساب، فإننا نضاعف المساحة المعلومة المطلوب معرفة أو رسم أشكالها، ونطرح منها العدد **1** فيكون الناتج هو العدد المكوّن لهذه المثلثات.

فإذا كانت المساحة المعلومة تساوي **4.5** وحدة فإن **(2 × 4.5) -1 = 8.**

وبتحليل هذا العدد على وجه التكامل كما يلي:

1	2	3	4
8	7	6	5

وبإضافة إشارتي السلب والإيجاب إلى كل عددين متكاملين كما يلي:

-1 +8، -7 +2، -3 +6، +4 -5

نحصل على أربع مثلثات مختلفة الإشارات لهذه المساحة.

وتكون الأعداد التالية الدليل لرسم الأشكال والأبعاد **198، 681، 174، 615.**

كما يمكننا استخراج أشكال رباعية أو غيرها عن طريق تجزئة المساحة المعلومة إلى ثلاث إشارات أو أكثر مكوّنة أكثر من مثلث واحد.

فمساحة **-4 +1 -3 = 2.5 + 2.**

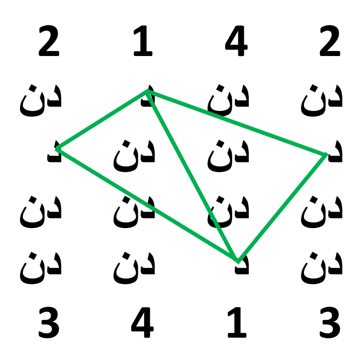
ومساحة **-2 +3 -1 = 2.5 + 2** مع اختلاف الشكلين.

ومساحة **-5 +1 -2 = 3+ 1.5.**

ومساحة **-1 +2 -4 = 1.5 + 3.**

ويمكن معرفة الأعداد الدالّة على رسم أشكالها، ومعرفة مربعات أطوالها دون استعمال آلات القياس وقبل رسم الأشكال كما مرّ بنا سابقاً.

فلرسم المساحة **-2 +3 -1** نجد أن أعدادها تكون **2142**، أو **3413** وهي تتألف من المثلثين **142 + 214** أي **413 + 341 = 3413** وكما يلي:



ومن هذه العلاقات بين الأعداد والمساحات نجد أن مساحة أحد مثلثات كل ثلاثة أرقام متناوبة تساوي مجموع مساحتي المثلثين الآخرين، وأن أصغر أو أكبر عدد

من هذه الأرقام يمثل المثلث الأصغر مساحة. فمساحة كل من هذه الأعداد الثلاثة المتناوبة مثلاً تساوي كما يلي:

163 = 4، **613 = 3.5**، **136 = 0.5**. والعدد الأخير يمثل أكبر أو أصغر هذه الأعداد أي **631** و**136**. أي أن **3.5 + 0.5 = 4**. وعلى ذلك يكون: **(-2 -3) + (+2 -5) = (-3 +5) =4**.

أمّا مساحة الأعداد التالية فتكون كما يلي:

153 = 3، **315 = 3**، **135 = 0**. لأن **153 / 513** تمثل مثلثاً واحداً بوجهين متكاملين، وأن **135 = +2 +2 = 0**.

كما نجد أن الفرق الأكبر بين طرفي كل من هذه الأعداد يمثل المثلث الأصغر مساحة، وإن الفرق الأصغر بينهما يمثل المثلث الأكبر مساحة، فالفرق بين طرفي **361** يساوي **3 – 1 = 2** والمساحة تساوي **4** وحدات. والفرق بين طرفي **136** يساوي **6 -1 = 5** والمساحة تساوي **0.5** وحدة.

وحيث أن نصف مجموع عددي إشارتين مختلفتين أو نصف حاصل الطرح بين عددي إشارتين متماثلتين يساوي مساحة المثلث، لذا نجد الفرق بين الحالتين من نسب الأعداد والإشارات التالية:

-1 +6 = 3.5   **-1 -6 = 2.5**
-2 +5 = 3.5   **-2 -5 = 1.5**
-3 +4 = 3.5   **-3 -4 = 0.5**

أمّا من الأعداد التالية فتكون المساحات كما يلي:

-1 +2 = 1.5   **-1 -2 = 0.5**
-2 +3 = 2.5   **-2 -3 = 0.5**
-3 +4 = 3.5   **-3 -4 = 0.5**

علم المعلومات
(بين الدال والمدلول)

توضيحاً لخلاصة المعلومات التي يمكن الحصول عليها من مجموع ما توصلنا اليه حتى الآن، من كل من العلامات أو الرموز الطبيعية أو الأعداد والمقادير، التي تدلنا على الكثير من المفاهيم والمدلولات التي تتضمنها باطناً مما يوفر الاقتصاد في كثير من الجهود التي يبذلها الطالب لاستخراجها بآلات القياس أو الحساب، وكمثل واحد للحصول على هذه المعلومات مجتمعة من إحدى هذه الدالّات الإشارية أو العددية أو الدندنة من الشكل الهندسي الواحد، فأننا لو أخذنا الدالّة الإشارية **-2 +4 -1** نجد أنها تمثل المتناهي اللامتناهي من الأعداد التي أصغرها العدد **2153.**

وبما أن أكبر رقم وأصغر رقم في هذا العدد هما **(5 +1) = 6**، لذا يكون مجموع أعداد التكامل على وجه التقابل تساوي **6666**، وعليه فإن الأعداد التي تقابل العدد **2153** هي **4513.** وتساوي **+2 -4 +1.** ويكون مجموع الوحدات القياسية التي يتألف من بين مجموعها شكل هذا العدد تساوي **5 – 1 = 4** وهو عدد وحدات الارتفاع مضروباً في ثلاث فاصلات أفقية بين الأعداد الأربعة يساوي **12** وحدة قياسية.

وتكون مساحة الشكل الذي تمثله هذه الإشارات تساوي $(2 + 4 + 1) - \frac{1 + 2}{2} = 5.5$ وحدة قياسية.

وتكون مساحة كل من المثلثين الذين تدل عليهما هذه الإشارات تساوي $\frac{2 + 4}{2} = 3$ وحدة قياسية مساحة المثلث الذي عدده **513**، أي أن $\frac{3 + 5}{2} - 1 = 3$.

و $\frac{4 + 1}{2} = 2.5$ وحدة مساحة المثلث الذي عدده **451**،

أي أن $\frac{1 + 4}{2}$ **-5 = 2.5** وحدة.

وتكون مربعات أطوال الشكل محسوبة بالإشارات **-2 +4 -1** تساوي:

$2^2 + 1 = 5$، $4^2 + 1 = 17$، $1^2 + 1^2 = 2$ للإشارة الواحدة،

و $(4 - 2)^2 + 2^2 = 8$، $(4 - 1)^2 + 2^2 = 13$، $(2 - 1)^2 + 3^2 = 10$، بين كل إشارتين أو ثلاث إشارات كما مرّ بنا.

وتكون محسوبة بالأعداد **2153** كما يلي: $(5 - 3)^2 + 1^2 = 5$، $(5 - 1)^2 + 1^2 = 17$، $(1 - 2)^2 + 1^2 = 2$ بفاصلة واحدة بين الرقمين.

و $(3 - 1)^2 + 2^2 = 8$، $(5 - 2)^2 + 2^2 = 13$ بفاصلتين بين كل ثلاثة أرقام.

و $(3 - 2)^2 + 3^2 = 10$ بثلاث فاصلات بين الأعداد الأربعة **2153.**

كما يلاحظ أن مربع المسافة بين الرقمين **5**، **1** تتجه نحو اليمين بإشاراتها الموجبة **+4**، كما أنها تتجه نحو اليمين بين الأرقام **153** بالإشارة الموجبة بين الطرفين **(3، 1) (+2).** وكذلك بين **215** بإشارة **+3** بين **(5 – 2).**

وأمّا البعد بين الرقمين **(3، 5)** أو **(1، 2)** فيتجه نحو اليسار بالإشارة السالبة **-2** أو **-1.** كما يلاحظ أن كل عدد جنب الإشارة السالبة أو الموجبة يمثل درجة انحدار البعد من حيث الوحدات القياسية للارتفاع بين الرقمين كما مرّ بنا.

وتكون مربعات أطوال المثلث **153** التي تساوي **-2 +4** كما يلي: $2^2 + 1 = 5$ باتجاه اليسار، $4^2 + 1^2 = 17$ باتجاه اليمين، $(4 - 2)^2 + 2^2 = 8$ باتجاه اليمين.

وتكون مربّعات أطوال المثلث **215** تساوي $(5 - 1)^2 + 2^2 = 17$ باتجاه اليمين، $(2 - 1)^2 + 1 = 2$ باتجاه اليسار، $(5 - 2)^2 + 2^2 = 13$ باتجاه اليمين.

وتكون مربّعات أطوال المثلث **2103** تساوي:

$(3 - 2)^2 + 3^2 = 10$ باتجاه اليمين،

و $(2 - 1)^2 + 1^2 = 2$ باتجاه اليسار،

و $(3 - 1)^2 + 2^2 = 8$ باتجاه اليمين.

فهو قائم الزاوية. ويكون طول ضلعه الأطول ضعف الأقصر لأن **2 =** وحدة مائلة، و **8 = 2** وحدة مائلة، فمساحته تساوي $2 \times 1 = 2$ وحدة قياسية.

أمّا مربّعات أطوال المثلث **2053** فتساوي:

$(3 - 2)^2 + 3^2 = 10$ باتجاه اليمين،

و $(5 - 3)^2 + 1^2 = 5$ باتجاه اليسار،

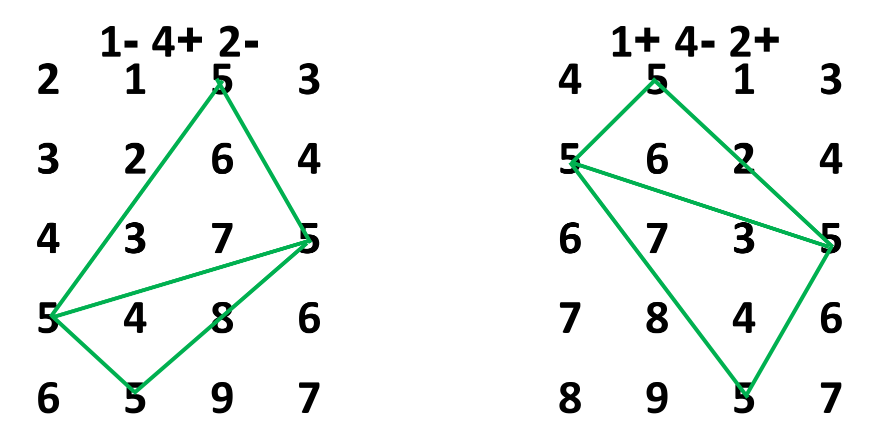
و $(5 - 2)^2 + 2^2 = 13$ باتجاه اليمين. وتكون مساحته تساوي **5.5 -2 = 3.5.**

ويكون شكله التجريدي بالدندنة كما يلي:

	2	1	5	3	
2	دن	د	دن	دن	3
1	د	دن	دن	دن	4
4	دن	دن	دن	د	1
0	دن	دن	دن	دن	0
3	دن	دن	د	دن	2
	4	5	1	3	

ويكون الرقم **143** الذي يقابل الرقم **412** من الجانبين يمثل المثلث السابق ذكره **2103.** ويكون الرقم **201** الذي يقابل الرقم **304** يمثل المثلث السابق ذكره **2053.**

ويكون الشكل بالأرقام التي تمثله كما يلي:



فالشكل الأول للرقم **4513** يطابق الشكل التجريدي المبتدئ بالرقم **2153**، والشكل الثاني بنفس هذا الرقم يطابق مقلوب الشكلين المذكورين، إلى غير ذلك مما مرّ ذكره.

علاقات الأوجه غير المتكاملة

لو أجرينا الطرح بين الأوجه غير المتكاملة من كل من المثلث والمنشور والمنحرف، نجد أن حاصل الطرح أو الجمع بين فرقي الأوجه غير المتكاملة يساوي الفرق بين الوجهين المتكاملين.

وإن حاصل الجمع بين فرقي الأوجه المتكاملة أو الطرح بينهما يساوي ضعف الفرق بين وجهين غير متكاملين.

وإن حاصل الجمع بين فرقي الأوجه المتكاملة من المثلث أو المنحرف المتعاكس متساوية، وإن حاصل الطرح بين فرقي الأوجه المتكاملة من المنحرف المتناقض أو المنشور متساوية، وإن الأخير يساوي الفرق بين وجهين غير متكاملين من المنحرف المتعاكس أو المثلث. وإن حاصل الطرح بين فرقي الأوجه المتكاملة من المثلث يساوي الفرق بين وجهين غير متكاملين من المنحرف المتناقض ومثل ذلك بين المنشور والمنحرف المتعاكس.

ولأجل الاستدلال بالعلاقة بين الأوجه المتكاملة وبين الأوجه غير المتكاملة والفرق بينهما ندرج الجدول التالي:

	4123 2341		4123 3214		فروق الأوجه المتكاملة
المثلث	17872	+	909	=	2691
	17872	-	909	=	873

2691 + 873 = 3564

2691 - 873 = 1818

المنحرف المتعاكس

4213	4213
2431	3124
1782	1089

فروق الأوجه المتكاملة

1782 + 1089 = 2871

1782 - 1089 = 693

2871 + 693 = 3564

2871 - 693 = 2178

المنشور

3421	4312
1243	3421
2178	891

فروق الأوجه المتكاملة

2178 + 891 = 3069

2178 - 891 = 1287

3069 + 1287 = 4356

3069 - 1287 = 1782

المنحرف المتناقض

4132	4132
2314	3241
1818	891

فروق الأوجه المتكاملة

1818 + 891 = 2709

1818 - 891 = 927

2709 + 927 = 3636

2709 - 927 = 1782

ولو أجرينا الجمع بين الأوجه غير المتكاملة وطرحنا بين الناتجين على وجه التناوب كان الحاصل الفرق بين الأوجه المتكاملة كما يلي:

		4123		4123
		2341		3214
873	=	6464	-	7337
2691	=	4646	-	7337

		4213		4213
		2431		3124
693	=	6644	-	7337
2871	=	4466	-	7337

		3421		3421
		1243		4312
3069	=	4664	-	7733
1287	=	3377	-	4664

		4132		4132
		2314		3241
927	=	6446	-	7373
2709	=	7373	-	6446

الجمع والطرح بين الإشارات

حيث أن فارق الإشارات بين أعداد حاصل جمع الأعداد المتكاملة يكون صفراً،

لأن:

+2 +3 -1
-2 -3 +1
0 0 0

تساوي

2146
5631
7070707

فإن فارق الإشارات بين أعداد حاصل جمع الأعداد غير المتكاملة يكون مختلفاً

لأن:

+2 +3 -1
-3 +2 +2
-1 +5 +1

تساوي

2146
1352
3498
-1 +5 +1

لذا يكون حاصل جمع وجهي الشكل غير المتكاملين كما يلي:

2314
4132
6446

ويساوي

+3 -2 +1
-1 +2 -3
+2 0 -2

لأن الأعداد **31/13** تساوي **-2/+2** فهي متكاملة. وأمّا **14/32** وتساوي **+3/-1** فهي غير متكاملة.

أمّا حاصل جمع وجهي هذا الشكل غير المتكاملين كما يلي:

2314
1423
3737

يساوي

+3 -2 +1
+1 -2 +3
+4 -4 +4

+4 -4 +4 ، فإن التكامل ينعدم كلياً بين الوجهين.

وحيث أن العددين المتقابلين **1**، **4** أو **2**، **3** يمثلان نقرة صامتة واحدة تقع بين كل منهما، لذا كانت المسافة بين **1 2 / 3 4** تساوي مسافة واحدة تمثل **-1/+1** وعلى ذلك تكون

المسافة بين: **+3 -1** تعتمد الطرح **$(3 - 1)^2 + 2^2 = 8$.**

وبين **-3 -2** تعتمد الجمع **$(3 + 2)^2 + 2^2 = 29$.**

وإن مساحة **+3 -1** تعتمد الجمع **$\frac{3 + 1}{2} = 2$.**

ومساحة **-3 -2** تعتمد الطرح **$\frac{3 - 1}{2} = 0.5$.**

ولا خلاف عند استعمال الأرقام التي تمثل كلاً منها وهي **214**، **641** حيث يكون **$(4 - 2)^2 + 2^2 = 8$** و **$(6 - 1)^2 + 2^2 = 29$**، ويكون **$\frac{4 + 2}{2} - 1 = 2$** و **$4 - \frac{1 + 6}{2} = 0.5$**. وعليه تكون مساحة **-2 +3** تساوي مساحة **-1 +4** وتكون مساحة **-4 -3** تساوي مساحة **-1 -2.**

وعليه فإننا عند استخراج الفروق بين أعداد حاصل مجموع الأعداد، نجري الجمع بين الإشارات المتماثلة والطرح بين الإشارات المختلفة كما يلي:

-4 +2 +3		**3 7 5 2**
+1 +1 +2		**5 4 3 1**
-4 +5 -3	تساوي	**2 6 1 4**
-7 +8 +2		**10، 17، 9، 7**

وتساوي بالنتيجة **8080** لأن **0 1 7 = 80**

و **1 9 = 0** باليد واحد

و **1 ، 7 = 8**

وذلك بزحف الآحاد إلى مرتبة أعلى وكما يلي بين الأعداد التالية:

5 8 9   -3 -1

11 7 8   +4 -1

16 15 17   +1 -2

وبزحف الآحاد يكون حاصل الجمع **1866.** فتكون مساحة **-3 -1 = 1**، ومساحة **+4 -1 =2.5**، وتكون المساحة عمودياً للإشارتين **-3 +4 = 3.5**،

وأمّا **-1 -1 =** صفراً.

أمّا إذا كانت الإشارات كما يلي:

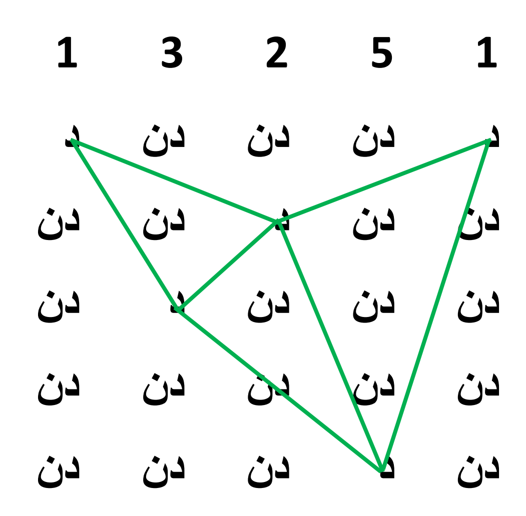
+2 -1 = 1.5

-4 +3 = 3.5

3 + 2 = 5

فتكون مساحة **+2 -1** مع مساحة **-4 +3** تساوي **5**، ومساحة **+2 -4** مع مساحة **-1 +3 = 5.** وتكون الأرقام الدالة على رسم هذه المساحات تساوي **513**، **143**، **213**، **251.**

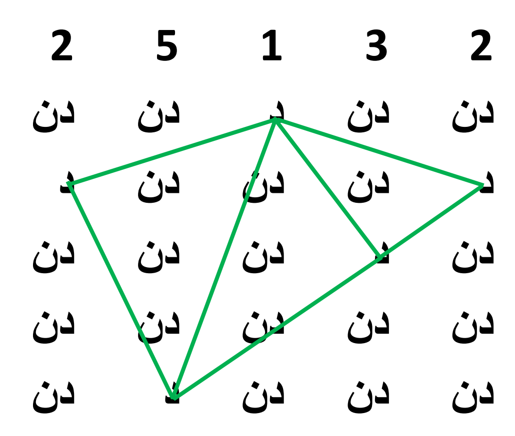
وبالجمع بين المثلثين **-4 +3**، **-1 +2** نحصل على الشكل التالي:



أي **-4 +3 -1 +2** فتكون المساحة هذه تساوي **3.5 + 2 + 1.5 = 7**. أي بزيادة مساحة **+3 +1**.

وبالجمع كما يلي **-1 +2 -4 +3** تكون المساحات تساوي **1.5 + 3 + 3.5 = 8**

ويكون الشكل كما يلي:



إلى غير ذلك من التراكيب المماثلة أو غيرها، وعليه يكون مجموع الأعداد التالية بإشارات الفرق بين الأعداد كما يلي:

2-	**1-**	**5**	**3**	**2**
2-	**1-**	**6**	**4**	**3**
2-	**1-**	**7**	**5**	**4**
6-	**3-**	**18**	**12**	**9**
			6-	**3-**

وبزحف الآحاد يكون المجموع **1929**،

وتكون مساحته **-3 -6 = 1.5** وأن مساحة **-1 -2 = 0.5**.

المجال الهندسي

لأجل التعرف على العلاقات بين المجالات الهندسية المختلفة للأشكال التي تتكون من الأعداد المتماثلة الثلاثة على وجه التناوب، نجد أن مجموع مربعات أبعاد كل من الأشكال الثلاثة يكون متساوياً. ويكون أحد أبعاد كل شكلين منها ثابتاً بينما يتغير مربع البعدين الآخرين حيث يضاف ما نقص من أحدهما إلى البعد الآخر فيبقى المجموع ثابتاً كما مرّ بنا عند الكلام على تناوب الأعداد الأربعة.

وعليه فالأعداد التالية تكون مربعات أبعاد شكل كل منها يساوي **92** كما يلي:

218 = 50، 40، 2 = 92

182 = 50، 37، 5 = 92

821 = 53، 37، 2 = 92

فبين الشكلين الأول والثاني أو بين الثاني والثالث، أو بين الأول والثالث ثبت بعد واحد بينهما وتغيّر بُعدان.

وكذلك تكون الأعداد التالية:

418 = 50، 20، 10 = 80

184 = 50، 17، 13 = 80

841 = 53، 17، 10 = 80

وبنفس هذه الأبعاد تكون الأعداد التالية:

581 = 50، 20، 10 = 80

815 = 50، 17، 13 = 80

158 = 53، 17، 10 = 80

وذلك لتكاملها مع الأعداد السابقة بالمجموع **999** بين كل شكلين كما في

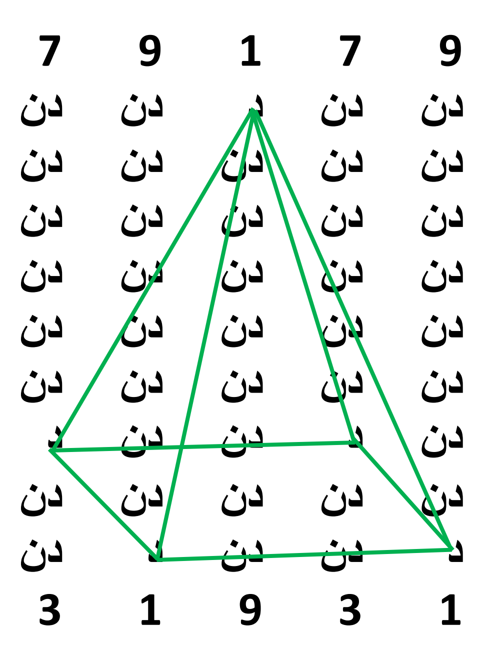
418
<u>581</u>
999

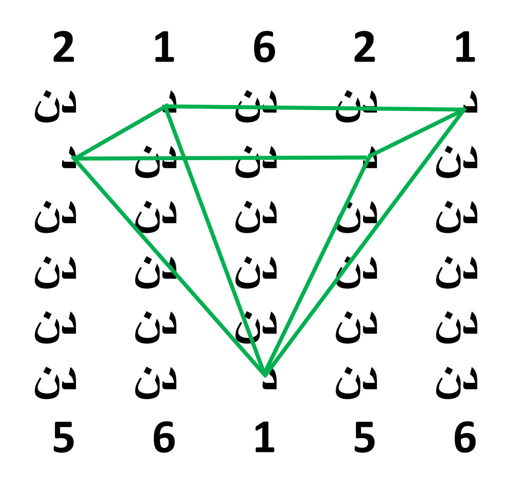
مثلاً.

ولعل هذا ما يفسر لنا سبب عدم وجود بعد مشترك بين المربع **2413** والخط **4321**. وتوضيحاً لما يحدث بين كل من الأعداد الثلاثة المتماثلة مجتمعة على وجه التناوب والتكامل معاً من مجالات هندسية مجسمة فقد رسمنا الأشكال التالية للأعداد **21821**، **21921**، **21621**، **31931** كأمثلة على ذلك:

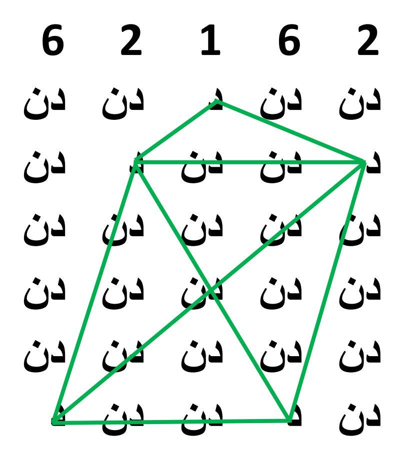
2	1	8	2	1
دن	د	دن	دن	د
د	دن	دن	د	دن
دن	دن	دن	دن	دن
دن	دن	دن	دن	دن
دن	دن	دن	دن	دن
دن	دن	دن	دن	دن
دن	دن	دن	دن	دن
دن	دن	د	دن	دن
7	8	1	7	8

8	9	1	8	9
دن	دن	د	دن	دن
دن	دن	دن	دن	دن
دن	دن	دن	دن	دن
دن	دن	دن	دن	دن
دن	دن	دن	دن	دن
دن	دن	دن	دن	دن
دن	دن	دن	دن	دن
د	دن	دن	د	دن
دن	د	دن	دن	د
2	1	9	2	1





وبتغير البدء بقراءة الأعداد الخمسة من كل مجموعة يتغير المجال الهندسي بالنسبة لكل شكل من الأشكال الثلاثة الناجمة عن كل مجموعة منها على التناوب، باختلاف مربعات أبعادها تبعاً لمواقع متغيرات أعدادها. فشكل العدد التالي يصبح كالآتي:



وشكل العدد **16216** يصبح كالآتي:

دن د دن دن د
دن دن د دن دن
دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن
د دن دن د دن

وهكذا بالنسبة للمجموعات الباقية.

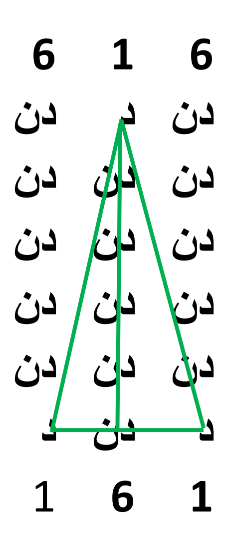
توحيد الأشكال وتغييرها

قياساً على ما مرّ بنا، يمكن تغيير المجالات الهندسية لأشكال الأعداد المختلفة في حدود الإمكانيات المتاحة، حيث يمكن أن نغيّر شكل مثلث إلى آخر يساويه بالمساحة، أو أن نوحد مساحات مثلثين فأكثر بمثلث واحد مختلف الشكل عنها دون آلة تقييس كما مرّ بنا بعض ذلك.

فإذا ما أريد مثلاً توحيد مساحتي المثلثين **513**، **412** بمثلث واحد، فإننا نجد أن مجموع المساحة **+2 -4** زائداً المساحة **+1 -3** يساوي **10**، وبتجزئة الناتج إلى قسمين نحصل على عدد المثلثات التي مساحة كل منها تساوي مجموع مساحة المثلثين المطلوب توحيدها بمثلث واحد، وهي على سبيل المثال المثلثات **+3 -7**، **+2 -8**، **+4 -6**، **+5 -5** ...الخ،

وبعبارة أخرى فإن أعداد المثلث المتمثل بما يلي: **+3 -7** مثلاً تكون **814**، وبزيادة عدد على أحد طرفي هذا العدد وإنقاص مثله من الطرف الآخر نحصل على المثلثات التي تمثلها الأعداد **715**، **913**، **616** ...الخ،

فيكون المثلث **616** مثلاً متساوي الساقين طول ارتفاعه يساوي خمس وحدات، وطول قاعدته يساوي وحدتين، فمساحته تساوي خمس وحدات وكما يلي:



فيكون طول كل من ضلعيه يساوي $6^2 + 1^2 = 37$،

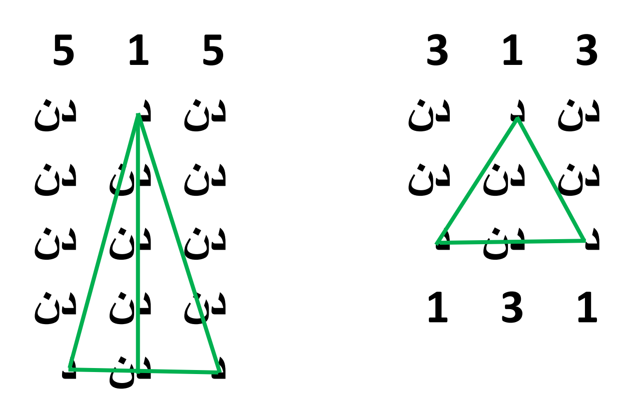
وتكون مساحته تساوي $\frac{+5 -5}{2} = 5$ أو $\frac{6 + 6}{2} -1 = 5$ وفقاً للعدد **616**.

أو $\frac{2 \times 5}{2} = 5$ وفقاً للقاعدة والارتفاع، أو $6 - \frac{1 + 1}{2} = 5$ وفقاً للعدد **161**.

أمّا لو أردنا أن نحول شكل المثلث **512** أو شكل المثلث **314** إلى مثلث قائم الزاوية مختلف الأضلاع، فإننا نجد أن **+1 -4 = 5** أو **+3 -2 = 5**، فنجعل أحد الناتجين وهو العدد **5** مكرراً مع الإشارتين التاليتين **+5 -5** وتساوي بالأعداد العدد **616**، فيكون نصف هذا الشكل الذي مرّ رسمه سابقاً هو الشكل المطلوب لهذه المساحة، فمساحة نصفه تساوي $\frac{1 \times 5}{2} = 2.5$، لأن مساحته الكاملة تساوي خمس وحدات. وهي نفس مساحة الشكل الذي يمثل مجموع مساحتي المثلثين **512**، **314** في شكل مثلث متساوي الساقين.

وعليه مثلاً يمكن تحويل المثلث **412** الذي مساحته تساوي القاعدة في الارتفاع بالوحدات المائلة أي **2 × 1 = 2**، كما مرّ بنا سابقاً، إلى شكل مثلث قائم الزاوية

أو متساوي الساقين مساحة كل منهما تساوي نصف القاعدة في الارتفاع وهما المثلث **313** أو نصف المثلث **515** كما يلي:



فمساحة الأول تساوي $\frac{2 \times 2}{2} = 2$،

والمثلث القائم الذي يمثل نصف المثلث الثاني تكون مساحته $\frac{1 \times 4}{2} = 2$،

إلى غير ذلك من إمكانية إحداث شكل من شكل بمساحات معلومة من الأعداد أو الإشارات أو الأشكال...الخ دون استعمال أدوات الرسم أو القياس.

العدد (11)

إذا كان العدد الأوسط مساوياً لمجموع الطرفين فإن نصفه يساوي مساحة المثلث الذي تمثله هذه الأرقام. ويكون حاصل قسمتها على العدد **11** يساوي العدد المؤلف من الطرفين.

فمساحة العدد **341** مثلاً تساوي $\frac{4}{2}$ **.** وحاصل قسمته على العدد **11** يساوي **31** أو العكس، فالعدد **143** يساوي **13 × 11** وعليه فمن العدد **7** نحصل على ثلاث مثلثات لمثل هذه الأعداد وهي **671**، **572**، **473**، كما نحصل على أربع مثلثات مماثلة من العدد **8** وهي **781**، **682**، **583**، **484.**

أما إذا أردنا الحصول على مثل هذا العدد بدلالة **412** مثلاً، أي **+1 -3**، فنضع بين العددين **1**، **3** مجموعهما فنحصل على العدد **143** وهو العدد المتكامل مع الأول.

وإذا أردنا الحصول على ذلك من العدد **142**، أي **-2 +3**، فنضع بين العددين **2**، **3** مجموعهما فنحصل على العدد **352** بقلب الإشارتين إلى **-3 +2**، ويكون حاصل قسمته على العدد **11** يساوي **32**، ويكون حاصل قسمة **253** على **11** يساوي **23.**

وعلى ذلك يكون ترتيب حاصل قسمة الأعداد التالية على العدد **11** كما يلي:

21 = 231	**12 = 132**
31 = 341	**13 = 143**
41 = 451	**14 = 154**

$15 = 165 \qquad 51 = 561$

فتكون النسبة والفرق بين العددين:

$$11 \times 1 = \frac{13}{12} = \frac{143}{132}$$

وبين $11 \times 8 = \frac{13}{21} = \frac{143}{231}$

وبين $11 \times 19 = \frac{31}{12} = \frac{341}{132}$

وبين $11 \times 10 = \frac{31}{21} = \frac{341}{231}$

وعلى هذا الأساس يمكن الموازنة بين الأعداد الأربعة على التناوب بواسطة العدد **11** كما يلي:

المنشور	المنحرف المتعاكس
113 = 1243	383 = 4213
194 = 2134	284 = 3124
311 = 3421	221 = 2431
392 = 4312	122 = 1342
1010	1010

المثلث	المنحرف المتناقض
374.9 = 4123	129.4 = 1423
292.2 = 3214	294.7 = 3241

130.2 = 1432

212.9 = 2341

1010

210.4 = 2314

375.7 = 4132

1010

- **ملاحظة المقصود بالكسر العشري العدد 11 وليس 10 لأن التقسيم على 11.**

المربع

285.7 = 3142

219.4 = 2413

1010

المعين

384.7 = 4231

120.4 = 1324

1010

الخط

392.9 = 4321

112.2 = 1234

505

المستطيل

194.9 = 2143

310.2 = 3412

505

فيكون المجموع **6060** وحاصل ضربه في العدد **11** يساوي **66660** وهو مجموع الأعداد الأصلية.

ومما يلاحظ على الأعداد التالية:

130.2 = 1432

310.2 = 3412

210.4 = 2314

120.4 = 1324

إن الأرقام الثلاثة الأولى من كل مجموعة يتساوى فيها العدد الأوسط مع مجموع الطرفين فكانت أعداد حاصل القسمة في كل منها تساوي عددي هذين الطرفين مضافاً إليها الصفر لتقدمها بالمرتبة وبقي منها العدد الأخير ممثلاً نفسه لعدم قسمته

على العدد **11.** أي برفع العدد الثاني ووضع الصفر قبل العدد الأخير الذي يمثل نفسه، وعليه إذا كان الفرق بين حاصل قسمة كل من الوجهين المتكاملين على العدد **11** معلوماً لدينا وأريد معرفة هذين الوجهين من هذه الأعداد فنضرب الفرق المعلوم في العدد **11** ونطرح الناتج من العدد **5555** فيكون نصف حاصل الطرح يساوي الوجه الثاني.

فإذا كان هذا الفرق يساوي $79 \frac{4}{11}$ فنضرب **(11 × 79) + 4 = 873** ونطرح **5555 – 873 = 4682** ونقسم **4682** على **2** يكون الناتج **2341** هو الوجه الثاني فيكون الوجه الأول يساوي **3214** ويكون حاصل قسمة كل من الوجهين على العدد **11** يساوي **3214 = 292.2**

$$\frac{2341}{873} = \frac{212.9}{79.4}$$

لأن العدد الكسري هو $\frac{4}{11}$ ، $\frac{2}{11}$ ، $\frac{9}{11}$ ، وكذلك الأمر بالنسبة لباقي الأعداد.

فإذا كان الفرق يساوي $\frac{5}{11}$ **381.**

فأن **381 × 11 = 4191 + 5 = 4196.**

6666 – 4196 = 2470

2470 ÷ 2 = 1235 الوجه الثاني، ويكون الوجه الأكبر يساوي **5431.**

فيكون حاصل قسمة كل وجه على العدد **11** يساوي **5431 = 493.8**

$$\frac{1235}{4196} \quad \frac{112.3}{381.5}$$

فمجموع الوجهين **6666** يقابله **606 × 11** أي **606** وعليه يكون **101**

$$\frac{606}{6666} \quad \frac{101}{1111}$$

لذا فإن العدد **11** هو القاسم المشترك الذي يحصل به التكامل بين الوجهين أو بين الحاصلين.

فمن الجمع بين العددين **123** **321** **444** يكون الناتج متكاملاً مع الجمع بين حاصل قسمة كل منهما على **11** ،

أي **29.2** **11.2** **40.4**

ومن الملاحظ أن حاصل طرح مجموع طرفي ثلاثة أرقام من عددها الأوسط يمثل عدد الآحاد التي تضاف إلى هذه الأرقام لتمثل العدد الذي مجموع طرفيه يساوي العدد الأوسط، وهو العدد الذي يقبل القسمة على العدد **11** ويتمثل بالإشارتين **(- +)** على الدوام. ويكون مجموع قسمة مثل هذه الأعداد والوجه المضاد لها على العدد **11** يساوي مكرر العدد الاوسط.

فلاستخراج مثل هذا العدد من العدد **251** يكون:

2 = 3 – 5 = 251

473 = 222 + 251

وبما أن حاصل قسمة هذا العدد على **11** يساوي **43**، وحاصل قسمة وجهه المضاد له **374** يساوي **34**، فيكون المجموع **77** مكرر **7.**

فيكون الفرق بين المجموعتين **473** **374** و **451** **154** يساوي **77 – 55 = 22 × 11** ، ومجموعهما يساوي **55 + 77 = 132 × 11.**

وتكون النتيجة نفسها بين المجموعتين **682** **286** و **561** **165** أي بين **88** و **66.**

أمّا العدد **913** مثلاً فيقبل القسمة على **11** دون أن يتساوى مجموع طرفيه مع العدد الأوسط مهما زادت أو نقصت أرقامه لأنه يمثل **+2 -8** وليس **- +.**

أمّا إذا كان مجموع عدد طرفي الإشارتين **(- +)** أكبر من العدد الأوسط فإن الفرق بينهما يمثل ما يطرح من هذه الأرقام للحصول على مثل هذا العدد.

فالعدد **564** يكون **9 – 6 = 3**، و **564 – 333 = 231** وهو العدد الوحيد من هذه الأعداد الذي يمثل **-2 +1.**

وعليه فإن الأعداد **342**، **453**، **564**، **675**، **786**...الخ لا يكون فيها إلاّ العدد **231** من الأعداد التي يتساوى فيها مجموع الطرفين مع العدد الأوسط، لأنه العدد الوحيد الذي يقبل القسمة على **11** من بين هذه الأعداد بلا باقي، وهكذا بالنسبة لبقية الأعداد التي تمثل الإشارتين **(- +).**

وعليه فإن الأعداد الأولية التي يتساوى مجموع طرفيها مع العدد الأوسط، والتي تمثل المساحات **1**، **1.5**، **2**، **2.5**، **3**، **3.5** ...الخ هي **121**، **132**، **143**، **154**، **165**، **176**...الخ.

أما الأعداد الأولية التي ينبغي أن يضاف إليها العدد **111** لتصبح مثل الأولى فهي **131**، **142**، **153**، **164**، **175**...الخ.

وأما الأعداد الأولية التي ينبغي أن يضاف إليها العدد **222** لتصبح كذلك فهي **141**، **152**، **163**، **174**، **185**...الخ. وحيث أن هذه الأعداد التي تمثل إشارتي السلب والإيجاب تتكامل مع الأعداد التي تمثل إشارتي الإيجاب والسلب فإن الأعداد الأولية الأولى تتكامل مع الأعداد التالية **212**، **312**، **412**، **512**، **612**، **712** وهكذا بالنسبة للأعداد الأخرى.

ومما يلاحظ بالنسبة للأعداد الأولية التي يتساوى مجموع طرفيها مع العدد الأوسط منها، هو أن مجموع أي عددين أو مضاعفة أي عددين منها يؤدي إلى توليد الأعداد غير الأولية التي يتساوى فيها مجموع الطرفين مع العدد الأوسط.

فبالجمع بين العددين **132** و **143** منها نحصل على العدد **275** أو العدد **374.**

وبمضاعفة العدد **132** نحصل على **264** أو على **396**...الخ

برهان العدد العاد

لأجل الإجابة على برهان العدد العاد، أو القاسم المشترك بين الأعداد، نجد أننا لو أخذنا الأعداد المتكاملة التالية:

21	51	43	43
12	15	34	12
33	66	77	55

أو الأعداد المتكاملة التالية:

256	513	321	413
521	153	123	142
777	666	444	555

أو مجاميع كل من الأعداد الثلاثية التالية:

241	432	321	431
124	243	213	314
412	324	132	143
777	999	666	888

لم نجد قاسماً مشتركاً بين هذه المجاميع إلاّ العدد **11**، وعليه تكون النسبة بين الأعداد التالية **132**، **143**، **243**، **412** من حيث قابلية قسمتها على العدد **11** تساوي على التوالي **12**، **13**، $22\frac{1}{11}$، $37\frac{5}{11}$

ولو أخذنا الأعداد **451**، **154**، **176**، **143**، **341**، **451**، **352** نجد أن العدد **11**

هو العدد القاسم فيما بينها، حيث تكون نتائج القسمة كما يلي على التوالي:

41، **14**، **16**، **13**، **31**، **41**، **32**.

ولو أخذنا الأعداد الرباعية التالية **4213**، **3124**، **3421**، **2134**، **1342**، **2431**، **1243**، **4312**، نجد أن قسمة كل منها على العدد **11** تساوي **383**، **284**، **311**، **194**، **122**، **221**، **113**، **392** على التوالي.

وعليه تكون النسبة بين المجموعة **3124** **2431** **5555** إلى المجموعة **3421** **2134** **5555** تساوي من حيث قابلية القسمة على **11**:

		إلى	
	284	إلى	**311**
	221	إلى	**194**
المجموع	**505**	إلى	**505**

وتكون النسبة بين المجموعة **2413** **3142** **5555** إلى المجموعة **3421** **2134** **5555**

	219.4		**392.9**
تساوي	**285.7**	إلى	**112.2**
المجموع	**505**	إلى	**505**

كما تكون النسبة بين العددين **143**، **341** كما يلي:

143	**-1 +3**	**13**
341	**-3 +1**	**31**
484	**44**	**44**

أي نسبة **13** إلى **31** من حيث قابلية القسمة على **11** وتكون النسبة هذه بين:

341		**231**
143	إلى	**132**
484		**363**

تساوي **31** إلى **21**

13 إلى **12**

44 إلى **33**

أما نسبة التفاضل فتكون **18** إلى **11**.

وكمثال على الفرق بين القسمة على العدد **11** أو على غيره من الأعداد، فإننا لو أخذنا العدد المتكامل التالي مع حاصل القسمة على **11** فسيكون:

213	**19.4**
231	**21**
444	**40.4**

أما حاصل القسمة على الأعداد **12** أو **13** أو **7** فستكون كما يلي:

17.9	**16.5**	**30.3**
19.3	**17.10**	**33**
37	**34.2**	**63.3**

وعليه فسنفقد الشبه بين **444 = 40.4**

إذا ما جعلنا **444 = 37** أو **34.2** أو **63.3** وهذا ما يجعل العدد **11** متميزاً على غيره بالنسبة إلى العدد المقسوم عليه على وجه التكامل.

وعلى ذلك يكون العدد العاد لهذه الأعداد هو العدد **11** بدلالة مجاميع أعداد التكامل بين الأوجه وفقاً للتقابل المكاني بين هذه الأعداد في كل من الأشكال الهندسية التي تمثلها.

المسافة بين طرفي الإشارتين المتماثلتين

مما يلاحظ على المثلثات التي تتمثل بالإشارتين المتماثلتين **(+ +)** أو **(- -)** هو أن مربع الضلع الأطول منها (وهو مربع المسافة بين الطرفين) يساوي ضعف مجموع مربع كل من الضلعين الآخرين ناقصاً مربع الفرق بين عددي الإشارتين.

وعليه فإن المثلث **124** يساوي **+2 +1**، تكون مربعات أضلاعه تساوي **5**، **2**، **13.**

فمربع الضلع الأطول يساوي **$2(5 + 2) – (2 – 1)^2 = 13$**، أي **$14 – 1 = 13$** مربع المسافة بين الطرفين ويكون الشكل كما يلي:

	1	2	4	
أ	د	دن	دن	
	دن	د	دن	
	دن	دن	دن	
	دن	دن	د	ب

فمربع المسافة بين متغيري الطرفين هو **(أ ب)**، الذي يساوي **13**، وعليه فإن مربع المسافة بين الطرفين يساوي ضعف مجموع مربع المسافة بين كل عددين ناقصاً مربع الفرق بين عددي الإشارتين المتماثلتين.

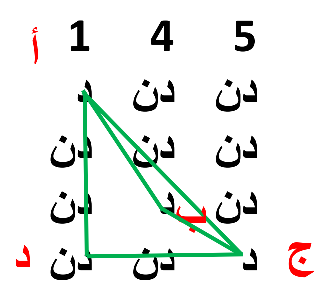
أمّا مربعات أبعاد شكل الخط **321**، أي **-1 -1 -1** فتساوي **2**، **2**، **8** فيكون مربع البعد الأطول (أي مربع المسافة بين الطرفين) يساوي **$2(2 + 2) – (11 – 1)^2 = 8$** أي **$8 – 0 = 8$.**

وكذلك تكون أبعاد العدد **531**، أي **-2 -2** تساوي **5**، **5**، **20.** فمربع البعد الأطول يساوي $2\ (5 + 5) - (2 - 2)^2 = 20$ أي $20 - 0 = 20$**.** ويكون شكله كالتالي:

1 3 5
أ د دن دن
دن دن دن
دن ب د دن
دن دن د ج

فمربع أ ب **= 5**، ومربع **ب ج = 5**، ومربع أ **ج = 20.**

وتوضيحاً للفرق بين وتر المثلث القائم وبين الضلع الأطول في المثلثات المار ذكرها نرسم الشكل التالي:



حيث نجد أن الضلع الأطول للمثلث **(أ ب ج)** هو نفسه وتر المثلث القائم **(أ د ج)** وهو الضلع (أ **ج).** وعليه فإن $2^2 + 4^2 = 20$ مربع وتر المثلث **(أ د ج).**

وإن $2\ (2 + 10) - (3 - 1)^2 = 20$ مربع المسافة بين طرفي المثلث (أ **ب ج).**

أي أن مربع الوتر زاداً مربع الفرق بين الإشارتين المتماثلتين يساوي ضعف مجموع المربعين المنشأين على ضلعيهما. ولمعرفة ماهية مربع الفرق بين عددي الإشارتين المتماثلتين، فلو رسمنا النصف المكمل لأمثال هذه المثلثات كما يلي:

6	2	1
دن	دن	د
دن	د	دن
دن	دن	دن
دن	دن	دن
دن	د	دن
د	دن	دن
1	2	6

9	3	1
دن	دن	د
دن	دن	دن
دن	د	دن
دن	دن	دن
دن	دن	دن
دن	دن	دن
دن	د	دن
دن	دن	دن
د	دن	دن
1	3	9

نجد أن مربع الفرق بين **2- 6- = 4^2 = 16** يمثل المربع المنشأ على الارتفاع الأوسط من الشكل الأول والذي طوله يساوي أربع وحدات.

وإن مربع الفرق بين **1- 4- = 3^2 = 9** يمثل المربع المنشأ على الارتفاع الأوسط من الشكل الثاني والذي طوله يساوي ثلاث وحدات.

وعليه فإن مجموع المربعات المنشأة على الأضلاع الأربعة من الشكل ناقصاً المربع المنشأ على ارتفاعه يساوي مربع المسافة التي تمثل قطر الشكل أو وتر المثلث القائم.

أي أن **2 (37 + 5) – 16 = 68** في الشكل الأول.

وإن **2 (17 + 2) – 9 = 29** في الشكل الثاني.

والناتج يمثل مربع وتر المثلث القائم.

$8^2 + 2^2 = 68$ من الشكل الأول.

$5^2 + 2^2 = 29$ من الشكل الثاني.

ومما مر نستنتج أن الفرق بين عددي الإشارتين المتماثلتين يمثل طول ارتفاع متوازي الأضلاع كما يمثل مساحة شكله.

وعليه يكون مجموع المربعات المنشأة على الأضلاع الأربعة يساوي مجموع المربعين المنشأين على القطر والارتفاع، كما هو معروف في متوازي الأضلاع.

أي أن $2\ (37 + 5) = 68 + 16$ ، وإن $2\ (17 + 2) = 29 + 9$

وبالتالي يمكننا الحصول على عدد المثلثات التي تتمثل بالإشارتين المتمثلتين في متوازيان الأضلاع. من مساحة المثلث القائم $8^2 + 2^2 = 68$ مثلاً كما يلي:

1- $1 - 7 = 2\ (50 + 2) – (7 - 1)^2 = 68$.

2- $2 - 6 = 2\ (37 + 5) – (6 - 2)^2 = 68$.

3- $3 - 5 = 2\ (26 + 10) – (5 - 3)^2 = 68$.

أمّا العدد $951 = 4 - 4 = 2\ (17 + 17) = 68$ فيمثل شكل الخط المنطبق على طول الوتر 68 لأن $4 - 4 = 0$.

وعليه إذا كان $2\ (8 \times 2) + (8 – 2)^2 = 68$ في المثلث القائم فإن:

$2\ (37 + 5) – (6 – 2)^2 = 68$ في المثلث المتمثل بالإشارتين المتماثلتين.

كما وأن **$2\ (2 + 5) – 6^2 = 68$.**

تساوي **$2\ (2 \times 8) + 6^2 = 68$.**

وإن **$2\ (10 + 26) – 2^2 = 68$.**

تساوي **$8^2 + 2^2 = 68$.**

مع اختلاف المساحات.

بين التشابه والتماثل

نجد من العدد **2153** أن مربعات أبعاد الشكل الذي يمثله تساوي **2**، **5**، **8** **10**، **17**، **13** وأن مساحته تساوي **3 + 2.5 = 5.5** وحدة.

كما نجد من العدد **20134** أن مربعات أبعاد الشكل الذي يمثله تساوي **2**، **5**، **8** **10**، **17**، **13** وأن مساحته تساوي **2 + 3.5 = 5.5** وحدة.

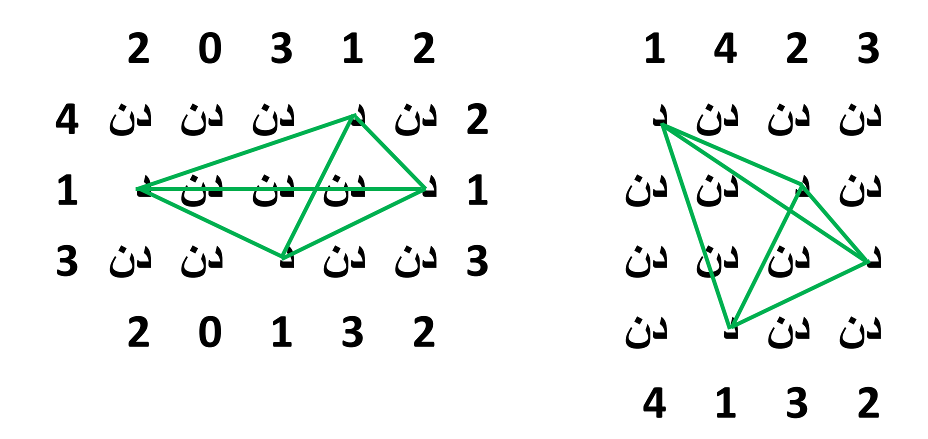
وعليه يكون الشكل واحداً بين العددين، ويكون رسمه كما يلي:

	2	**1**	**5**	**3**	
2	دن	د	دن	دن	**3**
1	د	دن	دن	دن	**4**
4	دن	دن	دن	د	**1**
0	دن	دن	دن	دن	**0**
3	دن	دن	د	دن	**2**
	4	**5**	**1**	**3**	

أمّا العدد **1423** فيعني الشكل الذي مساحته تساوي **1.5 + 2.5 = 4** وحدات. ومربعات أبعاده تساوي **5**، **5**، **5**، **2**، **10**، **13**.

كما يعني العدد **20312** الشكل الذي مساحته تساوي **1.5 + 2.5 = 4** وحدات. ولكن مربعات أبعاده تساوي **5**، **5**، **5**، **2**، **10**، **16**.

وعليه كان الاختلاف بين الشكلين في البعدين **13**، **16**، فيكون رسم كل منهما كما يلي:



فأضلاع وأحَد قطري كل من الشكلين متماثلة، والاختلاف بينهما في القطر الثاني من كل منهما، ولا يختلف ما يعنيه العدد **132** والعدد **413** في كل من الشكلين على سبيل الانفصال، حيث لا يتولد البعد المختلف بين الطرفين إلاّ عن طريق الجمع بينهما. وهكذا يكون العدد أفصح دلالة على الأشكال قبل رسمها.

وعلى ذلك فإن العدد **413** يشابه العدد **512** من حيث المساحة ويختلف معه في الشكل والأبعاد. وإن العدد **413** يساوي العدد **3102** في الشكل والمساحة والأبعاد ويختلفان في أعداد إشارتي السلب والإيجاب باختلاف جهة القياس كما هو الحال بين العددين **412**، **3012**:

3	0	1	2	
دن	دن	د	دن	2
دن	دن	دن	د	1
د	دن	دن	دن	4
1	0	3	2	

فبإضافة المتغير الرابع إلى أسفل الشكل يكون رقم الشكل يساوي **3412** بدلاً من هذين العددين كما يلي:

	2	**1**	**4**	**3**
2	دن	د	دن	دن
1	د	دن	دن	دن
4	دن	دن	دن	د
3	دن	دن	د	دن
	3	**4**	**1**	**2**

أو يكون كما يلي:

	3	**2**	**1**	**4**
3	دن	دن	د	دن
2	دن	د	دن	دن
1	د	دن	دن	دن
4	دن	دن	دن	د
	2	**3**	**4**	**1**

وذلك بإضافة المتغير الرابع إلى أعلى الشكل بدلاً من أسفله فيزول الاختلاف بين العددين **412**، **3012.**

وبذلك يصبح شكل العدد **2134** مختلفاً عن شكل العدد **3214** رغم تشابه مساحتيهما وتماثل أبعاد كل منهما.

أما في حالة العدد **2013** فبوضع العدد **4** مكان الصفر في الأعلى يكون شكل

2031

المربع **2413**، وبوضعه مكان الصفر في الأسفل يكون شكل المنحرف **2431.** فيكون الاختلاف بين الشكلين في المساحة والأبعاد رغم التماثل بينهما في مساحة وشكل وأبعاد المثلث الذي مساحته تساوي **2.5** في كل منهما، إلى غير ذلك مما تدل عليه الأعداد ومما تعجز عنه آلات القياس، كما مرّ ذكره في إيجاد مساحة

المثلث القائم الذي مربع طول كل من ضلعيه يساوي **8 + 2 = 10** حيث تكون مساحته تساوي كما يلي **214 =** $\frac{4 + 2}{2}$ **- 1 = 2** أو $\frac{3+ 1-}{2}$ **= 2** أو **2 × 1 = 2** بأطوال الوحدة المائلة.

وعلى هذا الأساس يمكن رسم الأشكال الرباعية المتساوية المساحات من الأعداد التالية مثلاً (دون آلة تقييس) **4512، 2413، 1425، 1645، 1328، 1548** حيث تكون مربعات أبعادها على التوالي تساوي:

13، 13، 13، 2، 2، 17

5، 5، 5، 5، 10، 10

5، 5، 5، 10، 10، 25

5، 5، 2، 13، 26، 25

5، 5، 2، 37، 29، 58

17، 17، 13، 13، 2، 58

ومساحة كل منها تساوي خمس وحدات قياسية.

فيتشابه الشكلان الثاني والثالث (مع اختلاف بعد أحد القطرين بينهما) في المساحة والأبعاد كما يلي:

1 4 2

دن دن دن د

دن د دن دن

دن دن دن دن

دن دن د دن

د دن دن دن

2 4 1

1 4 2

دن دن د دن

د دن دن دن

دن دن دن دن

دن دن دن د

دن د دن دن

2 4 1

حيث يختلف المجال الهندسي الجامع بينهما مع تماثل مثلثي كل منهما وهو المثلث **241** والمثلث **142** من حيث المساحة والشكل والأبعاد مع اختلاف الموضع.

أبعاد الإشارات

ذكرنا أن مربع عدد الإشارة السالبة أو الموجبة زائداً واحد يمثل مربع المسافة بين موقعي متغيرين على التعاقب. وإن مربع مجموع عددي إشارتين متماثلتين زائداً 2^2 يساوي مربع المسافة بين الطرفين.

أي أن **-2 -5 = $7^2 + 2^2$ = 53.** لأن العدد **831 = $(8 - 1)^2 + 2^2$ = 53.**

وإن مربع الفرق بين عددي إشارتين مختلفتين زائداً 2^2 يساوي مربع المسافة بين الطرفين. أي أن **+2 -5 = $(5 – 2)^2 + 2^2$ = 13.** لأن العدد **613 = $(6 - 3)^2 + 2^2$ = 13.**

واستنتاجاً مما سلف نجد أن (مربع عدد الإشارات، الذي يمثل مربع عدد الفواصل بين الأعداد، زائداً مربع الفرق بين مجموعي أعداد الإشارات السالبة وأعداد الإشارات الموجبة يساوي مربع المسافة بين الطرفين).

وعليه فإن **+1 -2 +5 = $(7 - 1)^2 + 3^2$ = 45**،

لأن **1657 = $(7 - 1)^2 + 3^2$ = 45.**

وإن **+1 +2 +5 = $8^2 + 3^2$ = 73**،

لأن **1679 = $(9 - 1)^2 + 3^2$ = 73.**

وإن **-2 +1 +5 -3 = $(6 - 5)^2 + 4^2$ = 17**،

لأن **41675 = $(5 - 4)^2 + 4^2$ = 17.**

وإن **+2 +1 -5 -3 = $(8 - 3)^2 + 4^2$ = 41**،

لأن **96124 = $(9 - 4)^2 + 4^2$ = 41.**

فالناتج يساوي مربع المسافة بين الطرفين.

وعليه تكون مربعات باقي أطوال العدد الأخير مثلاً أي **96124** تساوي ما يلي:

$2^2 + 1^2 = 5$، $1^2 + 1 = 2$، $5^2 + 1 = 26$، $3^2 + 1 = 10$.

و **$+2\ +1 = 3^2 + 2^2 = 13$.**

و **$+1\ -5 = 4^2 + 2^2 = 20$.**

و **$-5\ -3 = 8^2 + 2^2 = 68$.**

و **$+2\ +1\ -5 = 2^2 + 3^2 = 13$.**

و **$+1\ -5\ -3 = 7^2 + 3^2 = 58$.**

ويكون الشكل كما يلي بهذه الأبعاد:

9	6	1	2	4
دن	دن	أ د	دن	دن
دن	دن	دن	ب د	دن
دن	دن	دن	دن	دن
دن	دن	دن	دن	ج د
دن	دن	دن	دن	دن
دن	د د	دن	دن	دن
دن	دن	دن	دن	دن
دن	دن	دن	دن	دن
ه د	دن	دن	دن	دن
1	4	9	8	6
	3+	5+	1-	2-

أ ب = 2

أ د = 26

أ ج = 3

أ ه = 68

ب ج = 5

ب ه = 58

ب د = 20

ج د = 13

ج ه = 41

د ه = 10

وعليه فإن مربع المسافة بين طرفي المربع **2413** أي:

$$+2 -3 +2 = (4-3)^2 + 3^2 = 10.$$

وإن مربع المسافة بين طرفي المعين **4231** أي:

$$-2 +1 -2 = (4-1)^2 + 3^2 = 18.$$

وعلى ذلك فإننا نفهم من الإشارتين **+1 -8** أن $7^2 + 2^2 = 53$ وهو مربع المسافة بين طرفي العدد **198**، ومن الإشارتين **-1 -6** أن $7^2 + 2^2 = 53$ وهو مربع المسافة بين طرفي العدد **178**، ومن ذلك يمكننا أن نعرف مقدار المسافة بين كل من طرفي العدد وموقع الطرف الثالث أو الأوسط، ومقدار المساحة التي تجمع بين الثلاثة، ووجهة هيئة الشكل بالنسبة لمستلم الإشارات. حيث يمكنه رسم الشكل كما يمليه عليه مفهومها، وبذلك يمكن تعيين مواقع وأبعاد هذه الأهداف بعضها عن البعض الآخر بالرسم والمساحة والعدد، إحاطة بالموجود أو توجيهاً لما ينبغي، عن طريق هذه الشفرة العلمية الطبيعية التي لا يد لأحد في تنظيمها.

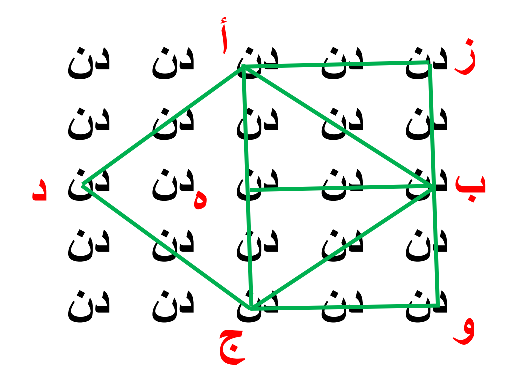
وعلى أساس ما مرّ ذكره، فإن الأرقام التي يتساوى فيها الطرفان، يتساوى فيها مجموع الأعداد الموجبة مع الأعداد السالبة، أما إذا اختلف الطرفان فالفرق بينهما يساوي الفرق بين مجموعي الأعداد الموجبة والأعداد السالبة، ففي العدد التالي:**961243915** الذي طرفاه **5**، **9** يكون الفرق بين مجمعي الأعداد السالبة والموجبة يساوي **9 – 5 = 4**. لأنها تساوي **+4 -8 +6 -1 +2 +1 -5 -3.**

أما في العدد **51243915** فيتساوى فيها مجموع الأعداد السالبة مع مجموع الأعداد الموجبة لأن **5 – 5 = 0** فهي تساوي **+4 -8 +6 -1 +2 +1 -4.** أي **+13 = -13.**

فيكون طول المسافة بين متغيري الطرفين فيها يساوي **7**، أي بعدد الإشارات الموجبة والسالبة.

جذر المربع وقسمته

حيث أن جذر العدد هو العدد الذي يضرب في نفسه فيساوي عدد الوحدات التي يتألف منها المربع. وحيث أن العلاقة بين جذر العدد المربع وبين قطر المربع هي العلاقة بين الوحدة القياسية والوحدة المائلة كما هو ثابت لدينا، لذا نجد من الشكل التالي مثلاً:

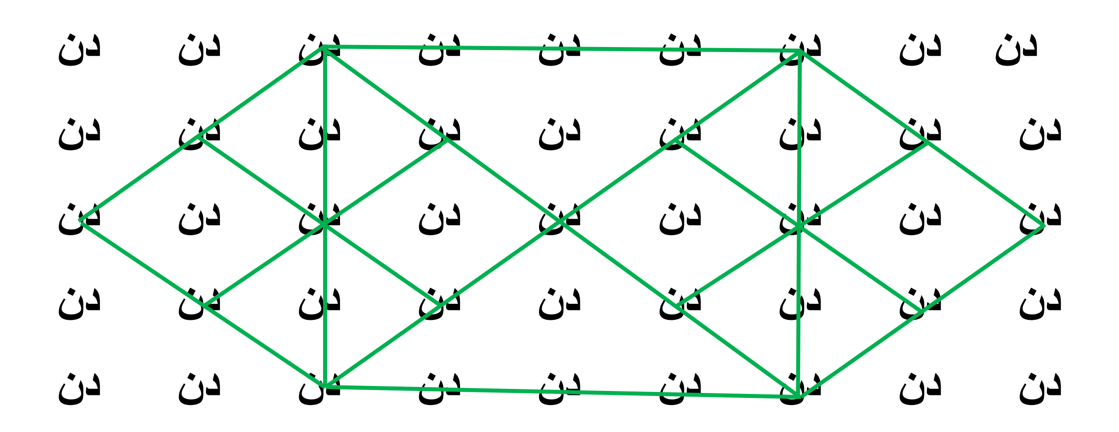


إن طول ضلع المربع المائل **(أ ب ج د)** يساوي طول **2** وحدة مائلة، فمساحته تساوي أربع وحدات مائلة. وإن طول ضلع كل من المربعين **(ز أ ب ه)** و **(ه ج و ب)** يساوي طول **2** وحدة قياسية، فمساحة كل منهما تساوي أربع وحدات قياسية، ومجموع المساحتين تساوي مساحة المربع الأول.

وعليه يكون $\sqrt{\frac{8}{2}}$ يساوي **2** وحدة مائلة، كما أن $\sqrt{\frac{18}{2}}$ يساوي **3** وحدات مائلة. لأن مساحة مربع الضلع الذي هو **18** تساوي تسع وحدات مائلة، فيكون طول ضلع مربعها يساوي ثلاث وحدات مائلة.

وعليه يمكن قسمة العدد المربع إلى عددين مربعين بمساحتين متساويتين.

فالمربع الذي مساحته تساوي **16** وحدة قياسية ينقسم إلى مربعين طول ضلع كل منهما يساوي **2** وحدة مائلة كما يلي:



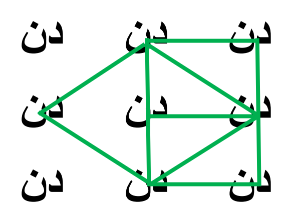
فمساحة كل من المربعين المائلين تساوي أربع وحدات مائلة ومربع ضلع كل منهما يساوي **8** وحدات قياسية، فمجموع مساحتيهما تساوي مساحة المربع الكائن بينهما والتي تساوي **16** وحدة قياسية.

وعليه يكون $\sqrt{2}$ يساوي $\mathbf{1 \times 1 = 1}$ وحدة مائلة واحدة.

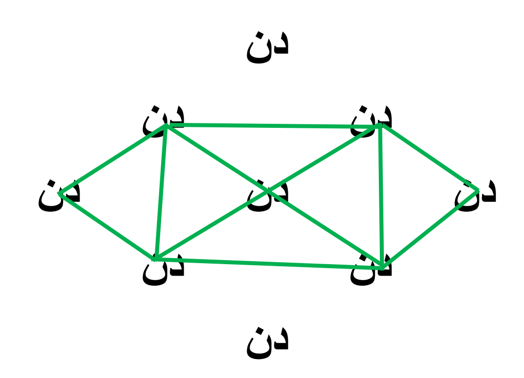
و $\sqrt{8}$ يساوي $\mathbf{2 \times 2 = 2^2 = 4}$ وحدات مائلة.

و $\sqrt{32}$ يساوي $\mathbf{4 \times 4 = 4^2 = 16}$ وحدة مائلة.

وعلى ذلك فإن قسمة المربع الذي مساحته تساوي **25** وحدة قياسية تكون على مربعين مساحة كل منهما تساوي **6.25** وحدة مائلة، وطول ضلع كل منهما يساوي **2.5**، وعليه تكون نسبة $\mathbf{1^2 + 1^2 = 1 \times 1 = 1}$ وحدة مائلة كما في الشكل التالي:



كما مرّ بنا سابقاً. وعليه فلو قلبنا هذا الشكل بحيث تكون الوحدة المائلة هي الوحدة الأساسية للقياس كما يلي:



نجد أن $1 \times 1 =$ مساحة الوحدة الأساسية الواحدة. وأن $1^2 + 1^2 =$ مجموع مساحتي المربعين المائلين ويساوي مساحة الوحدة المذكورة.

ومن ذلك يتضح أن $1^2 + 1^2 = 2$ بالمساحة فقط وليس بعدد الوحدات المربعة، لأن مثل هذا الجمع يشكّل مستطيلاً مؤلفاً من وحدتين قياسيتين كما يلي:

دن دن دن

دن دن دن

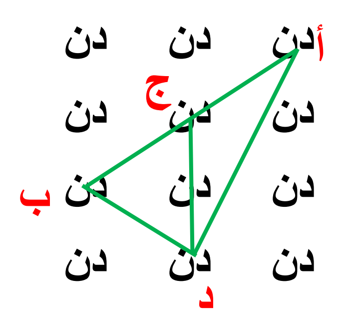
وأمّا $1 \times 1 \times 2$ او $1^2 \times 2$ فيشكل مربعاً مساحته وحدة واحدة مضاعفة أي وحدة مائلة واحدة.

وعليه فإن $4^2 + 4^2$ لا تشكل مربعاً بل تشكل مستطيلاً مؤلفاً من **32** وحدة قياسية بالعدد والمساحة.

وأما $4^2 \times 2$ فتتشكل مربعاً مساحته تساوي **16** وحدة مضاعفة، أي أن عدد وحدات هذا المربع $16 \times 2 = 32$ وحدة قياسية وليس عدد الوحدات المربعة الذي يبلغ **16** وحدة مائلة، وعليه يكون جذر العدد **32** يساوي **4** بالوحدات المضاعفة.

وعلى ذلك فإن $5^2 + 5^2$ لا تساوي **25 × 2**، لأن الناتج الأول يمثل شكل المستطيل والناتج الثاني يمثل شكل المربع بالمساحة المضاعفة. ويتبين ذلك جلياً باتخاذ الوحدة المائلة وحدة قياسية حيث يصبح المفهوم معكوساً.

وعليه لو رسمنا المثلث التالي:



نجد أن مربع طول **(أ ب)** يساوي $2^2 + 2^2 = 8$.

وإن مربع طول **(ب د)** يساوي $1^2 + 1^2 = 2$.

وإن طول **(ج د)** يساوي **2** وحدة قياسية.

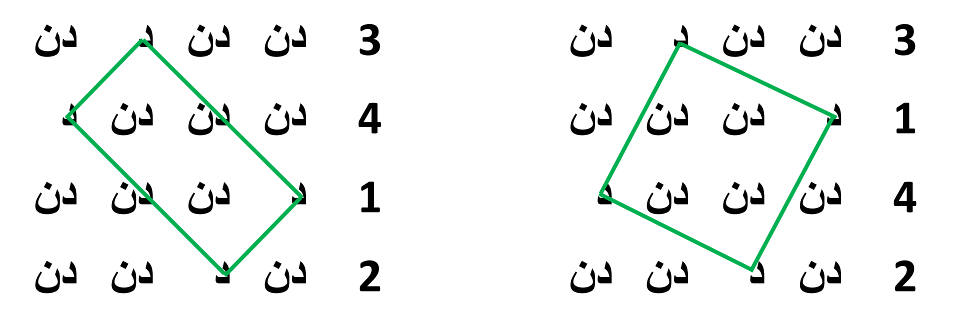
فلو جعلنا جذر العدد **8** يساوي **2** وجذر العدد **2** يساوي **1**، فإن مساحة المثلث تساوي **2 × 1 = 2** أي (**أ ب × ب ج**). أو $\frac{2 \times 2}{2} = 2$ أي (**أ ب × ج د**). وهي المساحة الحقيقية لهذا المثلث بالوحدات القياسية كما مرّ بنا سابقاً.

وعليه تكون مساحة المثلث **(أ ج د)** تساوي $\frac{\text{أج × ج د}}{2}$ أي $\frac{1 \times 2}{2} = 1$.

ومساحة المثلث **(ج ب د)** تساوي **(ج ب × ب د)**، أو $\frac{\text{(ج د × ج ب)}}{2}$، أو $\frac{\text{(ج د × ب د)}}{2}$ وتساوي **1 × 1 = 1** أو $\frac{1 \times 2}{2} = 1$.

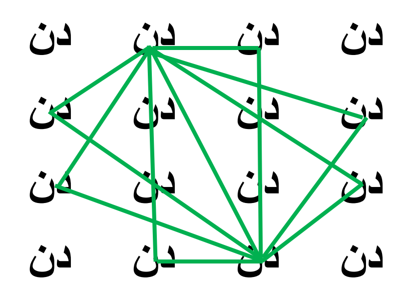
بين المستطيل والمربع

من الشكلين التاليين للمربع والمستطيل:



نجد أن مجموع مساحتيهما يساوي **5 + 4 = 9** وهو مجموع عدد وحدات المربع الكامل لكل من الشكلين، أي أن مساحة المستطيل تمثل الفرق بين مساحتي المربع الكامل والمربع المائل.

ولو جمعنا بين هذين الشكلين وبين المستطيل العمودي الذي يقع بينهما كما يلي:



لوجدنا أن القطر المشترك بين هذه الأشكال الثلاثة يساوي:

5 + 5 = 10 للمربع و **8 + 2 = 10** للمستطيل المائل و**9 + 1 = 10** للمستطيل العمودي.

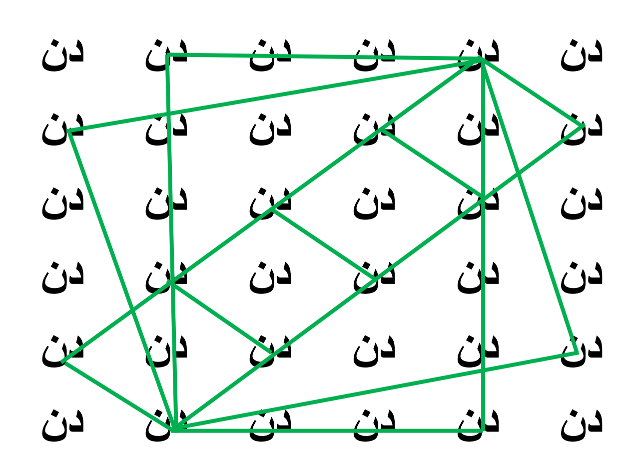
وحيث أن ضلع المربع يساوي وتر القائمة $2^2 + 1^2 = 5$،

فإن مساحة المستطيل المائل تساوي $(2^2 + 1^2) - (2 - 1)^2 = 4$.

وإن مساحة المستطيل العمودي تساوي $(2 + 1) \times (2 - 1) = 3$.

فإن مساحة المربع المائل تساوي $2\ (2 \times 1) + (2 - 1)^2 = 5$.

ولو أخذنا المربع التالي:



نجد أن ضلع المربع المائل يساوي $4^2 + 1^2 = 17$.

أي أن $2\ (4 \times 1) + (4 - 1)^2 = 17$ مساحة المربع.

وإن $(4 + 1) \times (4 - 1) = 15$ مساحة المستطيل العمودي.

وإن $(4^2 + 1^2) - (4 - 1)^2 = 8$ مساحة المستطيل المائل.

وإن مجموع مساحة الأخير مع مساحة المربع يساوي $17 + 8 = 25$ مساحة المربع الكامل. وعليه تكون مساحة المربع الكامل تساوي ضعف مساحة المستطيل المائل زائداً مربع الفرق بين ضلعيه.

تقابل الأشكال

من قراءة المجموعتين المتكاملتين و ثلاث مرات على وجه التناوب نحصل على ما يلي:

231/324 ، 123/432 ، 312/243

ومن قراءة المجموعتين المتكاملتين و ثلاث مرات على وجه التناوب نحصل على ما يلي:

241/314 ، 124/431 ، 412/143

فلو جمعنا بين قراءة كل مجموعتين غير متكاملتين كما يلي:

أولاً- نحصل على شكل المثلث **4123** يقابله شكل المنحرف المتعاكس **3124** كما يلي:

4	1	2	3
دن	د	دن	دن
دن	دن	د	دن
دن	دن	دن	د
د	دن	دن	دن
دن	دن	د	دن
دن	د	دن	دن
3	**1**	**2**	**4**

وهو التركيب الذي يجمع بين المثلث والمعين.

ثانياً- نحصل على شكل المنحرف المتناقض **4132** يقابله شكل المنشور **2134** كما يلي:

4	1	3	2
دن	د	دن	دن
دن	دن	دن	د
دن	دن	د	دن
د	دن	دن	دن
دن	د	دن	دن
2	1	3	4

وهو التركيب الذي يجمع بين المنحرف والخط.

ثالثاً- نحصل على شكل المنحرف المتناقض **1423** يقابله شكل المنشور **1243** كما يلي:

1	4	2	3
د	دن	دن	دن
دن	دن	د	دن
دن	دن	دن	د
دن	د	دن	دن
د	دن	دن	دن
1	2	4	3

وهو التركيب الذي يجمع بين المنحرف المتناقض والمستطيل.

رابعاً- نحصل على شكل المثلث **2341** يقابله شكل المنحرف المتعاكس **2431** كما يلي:

2	3	4	1
دن	دن	دن	د
د	دن	دن	دن
دن	د	دن	دن
دن	دن	د	دن
د	دن	دن	دن
دن	دن	دن	د
2	4	3	1

وهو التركيب الذي يجمع بين المثلث والمربع.

فهذه التراكيب نفسها هي التي تضمنتها البنية الرياضية الموحدة.

خامساً- لو جمعنا بين قراءة كل من المجموعتين 2 3 4 2 3 1 أو 2 1 3 4 1 4 لحصلنا من الأولى على شكل المعين **4231** يقابله شكل الخط **4321**، ومن الثانية على شكل المربع **2413** يقابله شكل المستطيل **2143**، كما يتضح ذلك إذا ما زِيدَ على الجمع الأول أو الجمع الرابع السالف ذكرهما، كما في الشكل التالي الجامع بينهما:

4	3	2	1	4	3
دن	دن	دن	د	دن	دن
دن	دن	د	دن	دن	دن
دن	د	دن	دن	دن	د
د	دن	دن	دن	د	دن
دن	دن	دن	د	دن	دن

د دن دن دن ن دن

دن دن دن د دن دن

دن د دن دن دن د

3 1 4 2 3 1

وكما هو واضح من المستطيلين المؤلفين من الأعداد:

3412342132413 أو من الأعداد **1234124314231**

2143213423142 **4321431241324**

حيث يبدأ أحدهما بالمربع وينتهي بالمستطيل، ويبدأ الآخر بالمعين وينتهي بشكل الخط (راجع مبحث العدد الأساس **12**).

إصالة العدد

بإضافة العدد الرابع إلى كل من الأعداد الثلاثية التالية تتولد الأشكال الهندسية كما يلي:

أ- $\frac{123}{432}$ الخط والمثلث، $\frac{412}{143}$ المثلث والمستطيل.

ب- $\frac{132}{423}$ المعين والمنحرف، $\frac{142}{413}$ المنحرف والمربع.

ج- $\frac{213}{342}$ المنشور والمنحرف، $\frac{421}{134}$ المنحرف والمنشور.

وعليه لو قرأنا الأعداد الثلاثية الواردة في الفقرة **(أ)** والتي تضمها المتسلسلة **214321** أو المتسلسلة **341234** كما يلي على التوالي:

6 = 321	**9 = 234**
9 = 432	**6 = 123**
8 = 143	**7 = 412**
7 = 214	**8 = 341**

نجد أن القراءة العمودية لهذه الأعداد تمثل أشكال الخط والمستطيل والمثلث الذي يقع بينهما.

كما نجد أن مجموع كل من الأعداد الثلاثية أفقياً على التوالي **7896** أو **8769** وهو ما يقابل نسب أعداد المثلث **2341** أو **3214.** فيكون المثلث هو الأصل الموّلد لشكلي الخط والمستطيل.

ولو قرأنا الأعداد الثلاثية الواردة في الفقرة **(ب)** والتي تضمها المتسلسلة **314231** أو المتسلسلة **241324** كما يلي على التوالي:

6 = 231	**9 = 324**
9 = 423	**6 = 132**
7 = 142	**8 = 413**
8 = 314	**7 = 241**

نجد أن القراءة العمودية لهذه الأعداد تمثل أشكال المعين والمربع والمنحرف المتناقض الذي يقع بينهما. كما نجد أن مجموع كل من الأعداد الثلاثية أفقياً على التوالي **8796** أو **7869**، وهو ما يقابل نسب أعداد المنحرف **3241** أو **2314.** فيكون المنحرف المتناقض هو الأصل الموّلد لشكلي المعين والمربع.

ولو قرأنا الأعداد الثلاثية الواردة في الفقرة **(ج)** والتي تضمها المتسلسلة **124312** أو المتسلسلة **431243** كما يلي على التوالي:

6 = 312	**9 = 243**
8 = 431	**7 = 124**
9 = 243	**6 = 312**
7 = 124	**8 = 431**

نجد أن القراءة العمودية لهذه الأعداد تمثل شكلي المنشور والمنحرف المتعاكس الذي يقع بينهما.

ولو قرأنا هذه الأعداد الثلاثية من المتسلسلة **312431** أو المتسلسلة **243124** كما يلي على التوالي:

7 = 124	**8 = 431**
6 = 312	**9 = 243**
8 = 431	**7 = 124**
9 = 243	**6 = 312**

نجد أن القراءة العمودية لهذه الأعداد تمثل شكلي المنحرف المتعاكس والمنشور الذي يقع بينهما. ومن ذلك يتبين أن الأعداد التأليفية تتولد على وجه التناوب.

خلاصة لغة العدد

نستدل من خلاصة ما مرّ بنا، على أن لغة العدد هي لغة العلم التي لا يمكن أن يستغني عنها أي انسان مهما كانت لغته. فمن العدد **316** مثلاً نتعرف على مساحة الشكل الذي يمثله، وعلى مربعات أبعاده ووجهة انحدار كل منها، وعلى ارتفاع ومساحة الأرضية التي يقع فيها الشكل، وعلى العدد التكاملي حسب التقابل المكاني لهذا الشكل.

فيكون رسم هذا الشكل مطابقاً للمعلومات التي حصلنا عليها من العدد المذكور كما يلي:

3	1	6
دن	د	دن
دن	دن	دن
د	دن	دن
دن	دن	دن
دن	دن	دن
دن	دن	د
4	6	1

$\frac{(3 + 6)}{2} - 1 = 3.5$ مساحة الشكل.

$(6 - 3)^2 + 2^2 = 13$ مربع المسافة بين **6**، **3**.

$(3 - 1)^2 + 1 = 5$ مربع المسافة بين **3**، **1**.

$(6 - 1)^2 + 1 = 26$ مربع المسافة بين **6**، **1**.

$6 - 1 = 5$ ارتفاع أرضية الشكل.

(6 - 1) × 2 = 10 مساحة أرضية الشكل.

6 + 1 = 7 عدد التكامل بين

$$\begin{array}{r} 316 \\ \underline{461} \\ 777 \end{array}$$

ومن هذا الشكل نستنتج أن الجمع بين العددين المتكاملين **613**، **461** على وجه التسلسل يكون **4613** حيث يمثل شكلاً رباعياً مساحته تساوي ضعف مساحة الشكل الأول كما يلي:

4	**6**	**1**	**3**
دن	دن	د	دن
دن	دن	دن	دن
دن	دن	دن	د
د	دن	دن	دن
دن	دن	دن	دن
دن	د	دن	دن
3	**1**	**6**	**4**

ومن هذا الشكل نستنتج على أن الجمع بين العددين المتضادين **613**، **316** على وجه التقابل يؤدي إلى نفس النتيجة بشكل آخر كما يلي:

6	**1**	**3**
دن	د	دن
دن	دن	دن
دن	دن	د
دن	دن	دن
دن	دن	دن
د	دن	دن
دن	دن	دن
دن	د	دن
3	**1**	**6**

ومن هذا الشكل نجد أن مجموع العددين **316**، **613** الذي يساوي **929** يمثل مثلثاً، أعداد وجهي تكامله هما **181**، **818** ويكون شكله كما يلي:

8	**1**	**8**
دن	د	دن
دن	دن	دن
دن	دن	دن
دن	دن	دن
دن	دن	دن
دن	دن	دن
دن	دن	دن
د	دن	د
1	**8**	**1**

وبتحليل العدد **929** إلى العددين **811**، **118** يكون الجمع بينهما على وجه التقابل ممثلاً للشكل التالي:

8	**1**	**1**
دن	د	د
دن	دن	دن
دن	دن	دن
دن	دن	دن
دن	دن	دن
دن	دن	دن
دن	دن	دن
د	د	دن
1	**1**	**8**

فيكون طول ارتفاع كل من الأشكال الثلاثة الأخيرة (التي تطابقت فيها المسافة بين طرفي المثلثين المتقابلين) ممثلاً لمساحة شكله.

إلى غير ذلك من أوضاع وأشكال تتغير باختلاف تغيرات أعدادها ولغة إشاراتها، حيث يمكن أن تتحول هذه المساحة مثلاً إلى الشكل **217 + 712** أو إلى **415 + 514** على وجه التقابل ...الخ.

كما نلاحظ أننا إذا أنقصنا عدداً واحداً من أحد طرفي العدد **316** نقصت مساحته بمقدار نصف وحدة، فتكون مساحته **315** أو **612** تساوي ثلاث وحدات، وإذا أنقصنا عددين منها، نقصت المساحة بمقدار وحدة واحدة...الخ.

كما يحصل العكس عند الزيادة، حيث تكون مساحة **714** أو **615** تساوي **4.5** وحدة...الخ. كما نستدل أن **(6 + 3) -1 = 8** يمثل العدد التكاملي بين **316** والعدد المقسوم **275**، أي أن **888 – 613 = 275** وهو العدد الوحيد الذي يكون مجموع طرفيه يساوي وسطه ويمثل **-5 +2** او العكس **+5 -2.**

كما نستدل من العدد **316** أيضاً على إن الفرق بين وجهيه المتضادين **316** و**613** يساوي الفرق بين الوجهين المتضادين للعدد المتكامل معه حسب التقابل المكاني وهو **461 و 164** كما يلي:

297 = 316 – 613

297 = 164 – 461

وإن مجموع الفرقين يساوي مجموع الفرقين بين الوجهين المتكاملين منهما كما يلي:

449 = 164 – 613

145 = 316 – 461

أي أن **449 + 145 = 297 + 297 =594.** وهو ما ينطبق على الأعداد

اللامتناهية لهذه المجموعة كما في الوجهين المتكاملين منها مثلاً $\frac{683}{538}$ وكما يلي:

297 = 386 – 683

297 = 538 – 835

145 = 538 – 683

449 = 386 – 835

أما في حالة المجموعة $\frac{314}{241}$ حيث يكون الوجه الأعلى أكبر من الوجه الأسفل في حالتي الطرح بينهما فيكون الوضع كما يلي:

99 = 314 – 413

99 = 142 – 241

271 = 142 – 413

73 = 241 – 314

أي أن **99 + 99 = 271 – 73 = 198.**

ونحصل على نفس النتائج من المجموعة المماثلة $\frac{635}{364}$ أي أن:

99 = 536 – 635

99 = 364 – 463

271 = 364 – 635

73 = 463 – 536

وتكون جميع الأعداد اللامتناهية لكل من المجموعتين ذات أبعاد ومساحة وشكل وإشارات واحدة.

وهكذا يدل العدد على أعداد صنفه ذات المعلومات المتماثلة بدلالة عددي إشارتيه

+2 -3 أو **+2 -5** على سبيل المثال من المجموعتين السابقتين، حيث تتطابق لغة العدد مع لغة الإشارات، وعليه فإن **4 (+2 -3)** تساوي **4 2 5**، وإن **5 (+2 -3)** تساوي **5 3 6**، وإن **5 (+2 -5)** تساوي **5 3 8** مثلاً، كما مرّ بنا في لغة الإشارات.

ولكيلا تغرب عن بالنا مفاهيم لغة العدد كما مرت بنا سابقاً، فإننا نجد أن مساحة المثلث **616/161** تساوي خمس وحدات. وإن مساحة المثلث **414/161** تساوي ثلاث وحدات.

وإن الجمع بين وجهيهما **616 + 414** يكون الناتج **10، 2، 10** ومساحته تساوي ثمان وحدات.

وبالجمع بين وجهيهما **161 + 141** يكون الناتج **7 5 7** ومساحته تساوي ثمان وحدات.

وبالجمع بين وجهيهما **616 + 141** يكون الناتج **2، 10، 2** ومساحته تساوي وحدتين.

وبالجمع بين وجهيهما **161 + 414** يكون الناتج **5 7 5** ومساحته تساوي وحدتين.

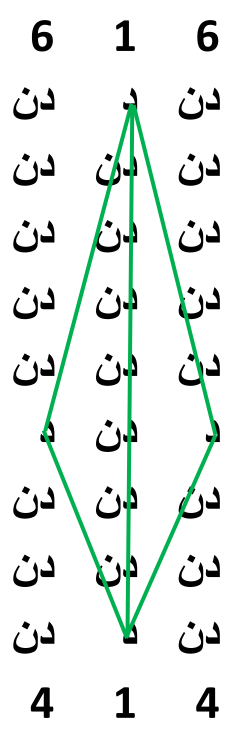
ذلك لأننا في الحالة الأخيرة جمعنا بين: **+5 -5** / **-3 +3**

فالناتج يساوي **+2 – 2 = 2** وهو حاصل الطرح بينهما.

بينما في الحالة الأولى جمعنا بين: **+5 -5** / **+3 -3**

فالناتج يساوي **+8 – 8 = 8** وهو حاصل الجمع بينهما.

وعليه فإن مساحة الشكل التالي:



تساوي $\frac{(+5\ -5)}{2} + \frac{(+3\ -3)}{2}$ **=** ثمان وحدات.

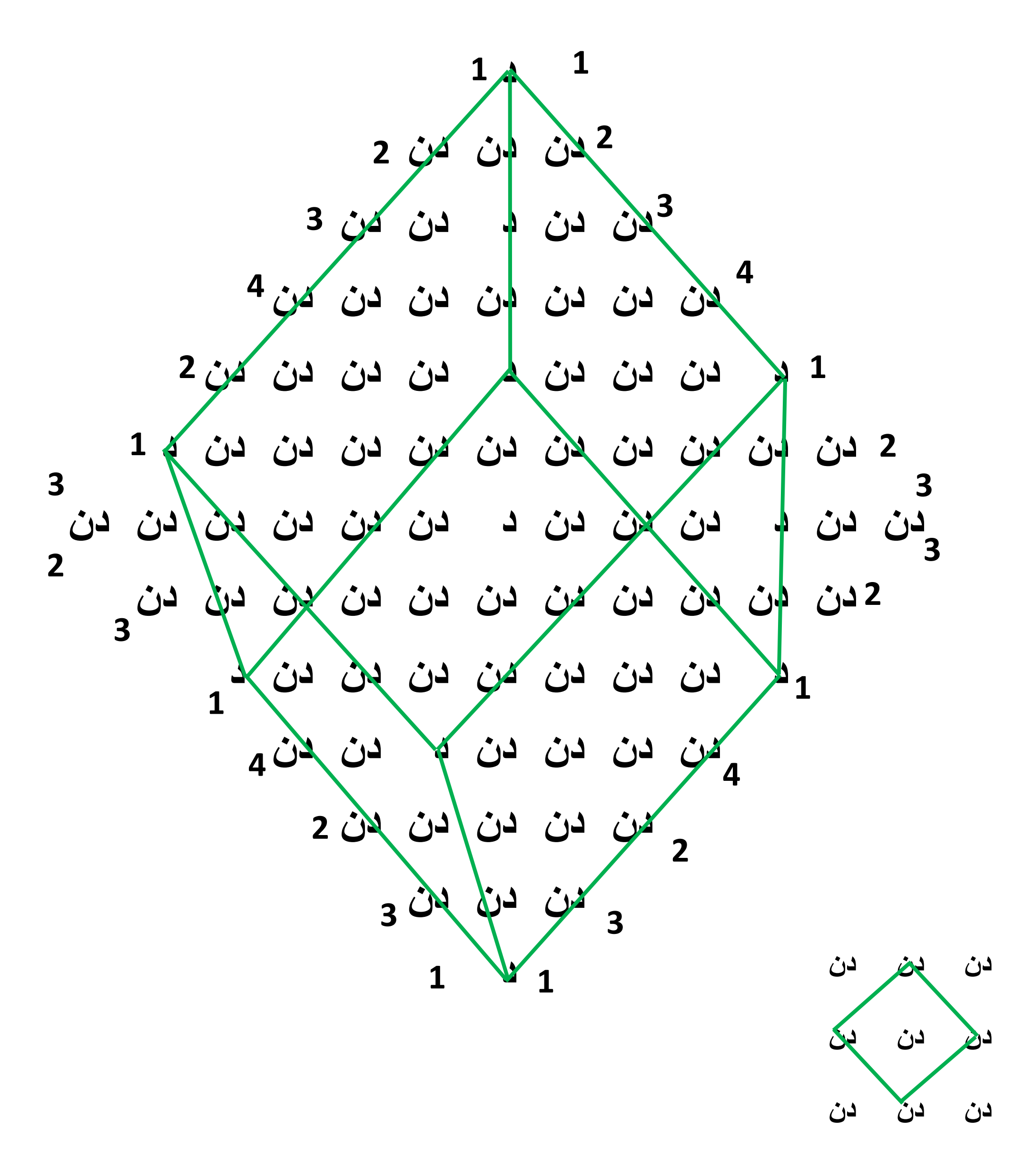
وإن **(6 -1) + (4 – 1) = 8** طول الارتفاع. فتكون المساحة متمثلة بطول ارتفاعه كما هو الحال في رسم الأشكال السابقة. إلى غير ذلك مما مر بنا سابقاً في تفاسير لغة العدد.

وهكذا يتعلم الدارس كل هذه المعلومات من العدد **316** مثلاً بالقلم دون استعمال أدوات القياس، حيث تكون هذه اللغة العلمية ميسّرة المنال، مبسطة الأصول، واسعة المآل.

وبذلك نختتم خلاصة لغة العدد وإشاراتها، وما يطرأ عليها من ترادف أو اختلاف في بعض ما تعنيه باختلاف تغيرات أعدادها أو تراكيب مفرداتها بقدر ما توصلنا إليه من نتائج.

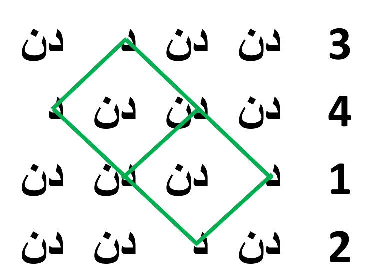
نسبية القياس

لو قلبنا البنية الرياضية الموحدة بحيث تكون الوحدة المائلة قد حلّت محل الوحدة القياسية والعكس بالعكس، في بناء الأشكال الهندسية التي تتألف منها هذه البنية، حيث تتضاعف مساحاتها كما في الشكل التالي المؤسس على نفس المتسلسلات العددية الثلاث الترتيبية والتأليفية والموسيقية:

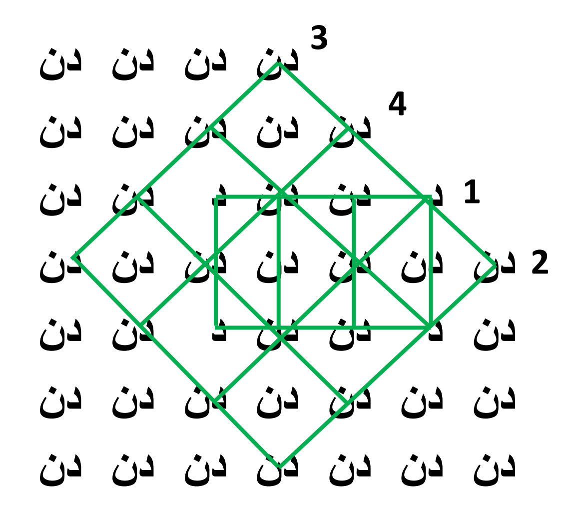


نموذج الوحدة المائلة

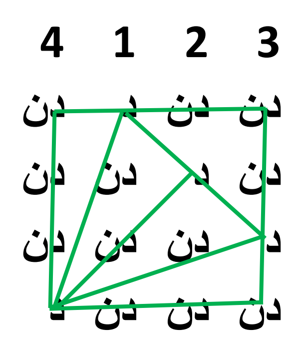
حيث نجد فيه أن شكل المستطيل **2134** الذي كان سابقاً كما يلي:



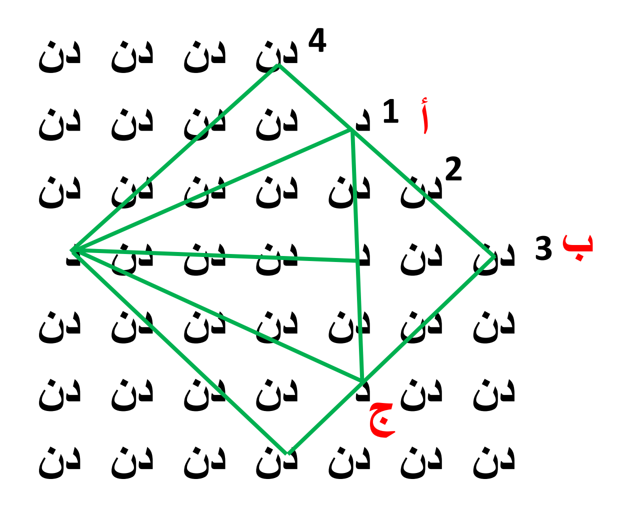
والذي يتألف من وحدتين مائلتين أي: **1 × 2 = 2** وحدة مائلة. ويساوي مساحة أربع وحدات قياسية، ينقلب إلى الشكل التالي:



الذي يتألف من **8** وحدات قياسية أي: **2 × 4 = 8**، بمساحة أربع وحدات مائلة من أصل تسع وحدات. كما وأن شكل المثلث $\frac{\mathbf{3214}}{\mathbf{2341}}$ الذي كان سابقاً كما يلي:

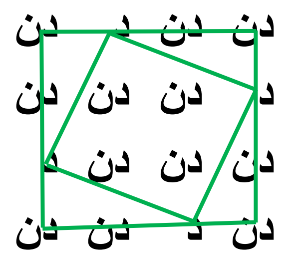


والذي مساحته تساوي القاعدة في الارتفاع، أي **2 × 2 = 4** وحدات قياسية، ينقلب إلى الشكل التالي:



الذي مساحته تساوي $\frac{\text{القاعدة × الارتفاع}}{2}$ أي $\frac{\mathbf{4 \times 4}}{\mathbf{2}}$ **= 8** وحدات قياسية.

كما يكون مربعنا الرياضي **3142** التالي:



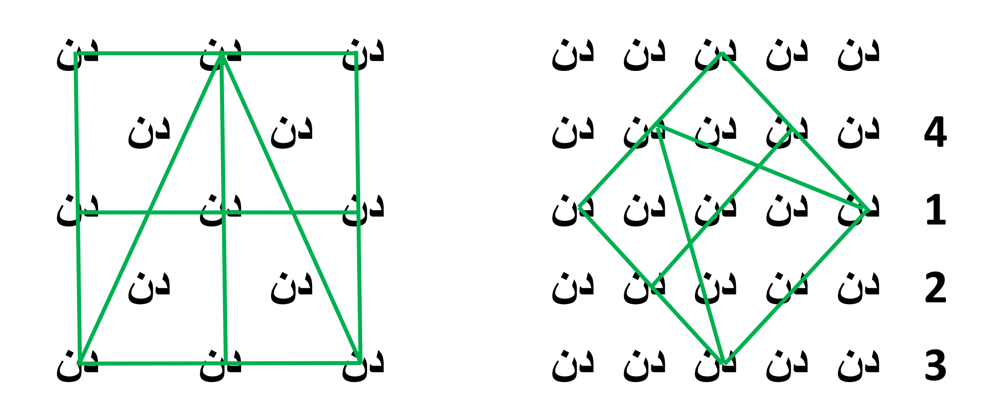
متمثلاً في هذه البنية بالمساحة المضاعفة التالية:

دن دن دن دن دن دن دن
دن دن أ د دن دن دن دن
دن دن دن دن دن د دن
ب دن دن دن دن دن دن دن 2
ج دن د دن دن دن دن 4
دن دن دن دن د 1
دن دن دن دن 3

حيث نجد فيها أن **(أ ب)^2 + (ب ج)^2 = (أ ج)^2** أي أن **$8 + 2 = 10$**

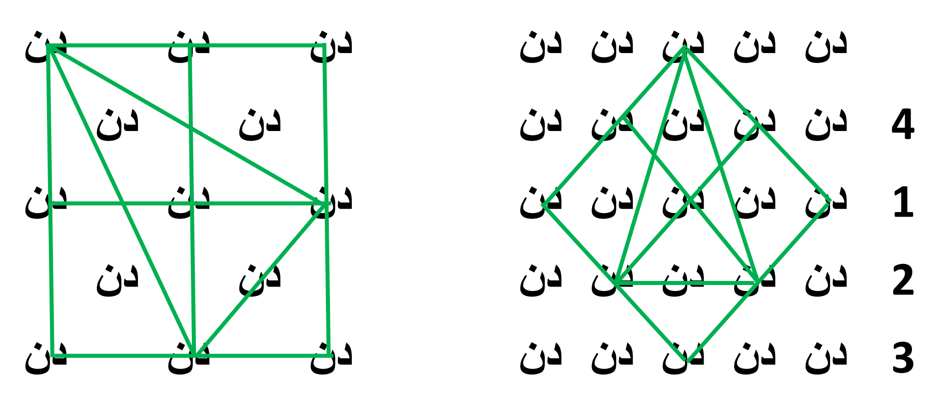
أو أن **$2^2 + 1^2 = 5$** بحساب الوحدات المائلة.

ومن ذلك نستنتج وجود النسبية بين المساحات والأبعاد والقياسات ...الخ وفقاً للوحدات المائلة أو القياسية التي يعتمدها الحاسب أو الناظر إليها، حيث لا يمكنه استخراج مساحة المثلث مثلاً استنادا إلى قاعدة نصف حاصل ضرب القاعدة في الارتفاع دون الإلمام بماهية الوحدات التي يبني قياسه عليها. ففي المثلث التالي مثلاً:



نجد أن **$2 \times 2 = 4$** وحدات قياسية و **$\frac{2 \times 2}{2} = 2$** وحدات مائلة.

وفي المثلث التالي المقام على نفس الرقعة مساحة وشكلاً:



نجد أن **$\frac{3 \times 2}{2} = 3$** وحدات قياسية وأن **$\frac{3 \times 2}{4} = 1.5$** وحدة مائلة.

وعليه فإن مجموع مساحتي المثلثين التاليين:

دن دن دن دن أ
دن دن دن دن
دن 3 دن دن دن 4
د دن 1 دن دن دن
دن دن ج دن 2 دن ب

تساوي $\frac{4 \times 2}{2} + 3 \times 1 = 7$، أي $\frac{\text{أب} \times \text{ب ج}}{2}$ + أ د × ج د.

ومجموع مساحة المثلثين التاليين:

دن دن دن دن أ
دن دن دن دن
دن 3 دن دن دن
د دن 1 دن دن دن 4
دن دن ج دن 2 دن ب

تساوي $\frac{4 \times 3}{2} + \frac{2 \times 1}{2} = 7$، أي $\frac{\text{أب} \times \text{أ د}}{2} + \frac{\text{ب ج} \times \text{ج د}}{2}$.

ومما يتضح أن مساحة العدد **413** مثلاً تساوي $\frac{+2 -3}{2} = 2.5$ وحدة في البنية الرياضية الأولى وتساوي **+2 -3 = 5** وحدات في البنية الأخيرة.

وإن **8 + 2 = 10** بالوحدات القياسية للوتر، ويساوي $2^2 + 1^2 = 5$ بالوحدات المائلة للوتر.

كما هو واضح من الشكل التالي:

دن دن دن أ

دن دن دن

دن دن دن

ب دن دن دن

دن دن دن

ج

فإن أ **ب = 2^2 + 2^2 = 8** و **ب ج = 1^2 + 1^2 = 2، 8 + 2 = 10.**

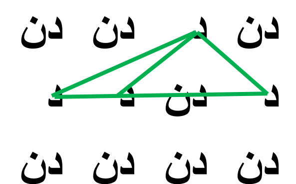
وإن **أ ب = 2** وحدة مائلة وإن **ب ج =** وحدة مائلة.

وعليه فإن **2^2 + 1^2 = 5.**

الصفر بين السلب والإيجاب

كما مرّ بنا، نجد أن قراءة العدد **2212** حسب قانون الإشارات تساوي **+1**، **-1**، **صفر**. فتكون مساحة الشكل الذي يمثله هذا العدد تساوي $\frac{2+2}{2} - 1 = 1$ زائداً $\frac{1+2}{2} - 2 = 0.5$، أي أنها تساوي **1.5** وحدة قياسية. وبعبارة أخرى، بلغة السلب والإيجاب أن $\frac{+1 -1}{2} = 1$ زائداً $\frac{-1}{2} = 0.5$، فالمجموع يساوي **1.5** وحدة قياسية.

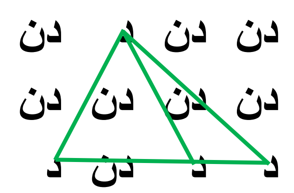
وتكون مربعات أضلاع الشكل تساوي **9**، **2**، **2**، **1**، **5**، **4** ويكون رسم الشكل كالتالي:



أي إن $\frac{\text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{2} = \frac{3 \times 1}{2} = 1.5$، وعليه فإن الإشارات العددية تنقسم إلى **+** أو **ـــ** أو **صفر**. أي ثلاث علامات مختلفة القيم هي السلب والإيجاب والتعادل.

وإن إهمال إشارة الصفر (التعادل) يؤدي إلى نقصان المساحة بهذه الحالة بمقدار نصف وحدة قياسية.

وفي حالة الشكل الذي يمثله العدد **3133** يؤدي إهمالها إلى نقصان مساحة الشكل بمقدار وحدة قياسية واحدة كما يلي:



وعليه لا مناص من الاعتراف بوجود إشارة التعادل وهي الصفر عند حساب مساحة المتعين من الأشياء.

وعلى سبيل المثال أيضاً نجد أن العدد **611** يساوي **0**، **-5** والعدد المكمل له **166** يساوي **0**، **+5** كما في الشكل التالي:

6	1	1
دن	د	د
دن	دن	دن
دن	دن	دن
دن	دن	دن
دن	دن	دن
د	دن	دن
1	6	6

وبهذا فإن مساحة الشكل تساوي $\frac{5+0}{2} = 2.5$ أو $\frac{5-0}{2} = 2.5$ وحدة قياسية.

جمالية التراكيب

مما مرّ بنا، نستنتج أن مقومات القيم التي تحملها لنا أسرار العدد الصرف، ذات أهمية بالغة في هندسة التكوين وفوارق التعيين، على أساس من التفاضل والتكامل بين الدال والمدلول، وبين الصورة والتركيب، والتبويب والترتيب، من خلال إشاراتها ورموز أبعادها، وأماكن متغيراتها على أساس محكم في أطراف ومسافات ومساحات واسعة المفاهيم، منسجمة التأليف، ذات تعبير مبسط وإعداد ميسّر، مما يدعو أهل الاختصاص للتوسع والتعمق في مجلاتها المختلفة، الأمر الذي حَدا بنا لإلقاء نظرة ختامية عابرة على جمالية هذا العدد وشمولية مراميه والعلاقة بين مجاميعه ونظمه الموسيقية والرياضية استناداً إلى ما سبق وأن توصلنا إليه، بإيجاز بالغ وأمثلة بديهة مستوحاة من المقولات التي تألفت منها البنية الرياضية بالإضافة إلى تراكيب البنية الأم (دائرة الوحدة) والعلاقة بينهما جمعاً وتفريقاً، بالدندنة والأرقام، من باب الاستدلال المبسّط والاستعراض المختصر، كمرجع ومفكرة ليس إلاّ.

وعليه لو نظرنا إلى العلاقة بين المربع والمعين والمنحرف المتعاكس في المجموعات التالية المركبة منها:

2 4 1 3

1 3 4 2

4 2 3 1

3 1 2 4

نجد أن الفرق بين كل عددين في طرفي كل منهما يساوي **+2 +2** أو **-2 -2**، وهو العدد الذي يمثل المسافة التي مربع طولها يساوي **5**، مع الإشارة إلى جهة الانحدار سلباً أو إيجاباً.

ولو نظرنا إلى العلاقات بين المستطيل والخط والمنشور في المجموعات التالية:

3 4 1 2
4 3 2 1
2 1 3 4
1 2 4 3

نجد أن الفرق بين كل عددين في طرفي كل منهما يساوي **+1 +1** أو **-1 -1**، وهو العدد الذي يمثل المسافة التي مربع طولها يساوي **2**، أي بطول وحدة مائلة، مع الإشارة إلى جهة الانحدار سلباً أو إيجاباً.

وعليه تكون إشارات السلب أو الإيجاب متماثلة في طرفي الأوجه المتضادة، وتكون في طرفي الأوجه المتعاكسة مختلفة باختلاف جهة الانحدار.

ولو نظرنا إلى العلاقات بين المثلث والمنحرف المتناقض في المجموعات التالية:

4 1 2 3
2 3 1 4
3 2 4 1
1 4 3 2

نجد أن الفرق بين كل عددين في أحد الطرفين يساوي **1**، أي بطول وحدة مائلة، وفي الطرف الثاني يساوي **3**، وهو العدد الذي يمثل المسافة التي مربع طولها يساوي **10**.

وبينما نجد اختلاف إشارتي السلب والإيجاب باختلاف جهة الانحدار في شكل المثلث كما يلي:

4	1	2	3
دن	د	دن	دن
دن	دن	د	دن
دن	دن	دن	د
د	دن	دن	دن

فإننا نجد تماثل الإشارتين بتماثل جهة الانحدار في وجهي المنحرف المتناقض كما يلي:

1	4	2	3
د	دن	دن	دن
دن	دن	د	دن
دن	دن	دن	د
دن	د	دن	دن
4	1	3	2

وتوضيحاً للعلاقات بين هذه المجموعات، نجد أن اجتماع كل مقولتين من المقولات الأربع (الموازين الشعرية) على وجه التناوب يكون كما يلي:

3	2		4	1		2	1		1	3
دن	دن		دن	د		دن	د		د	دن
دن	د		دن	دن		د	دن		دن	دن
د	دن		دن	دن		دن	دن		دن	د
دن	دن		د	دن		دن	دن		دن	دن
2	3		1	4		3	4		4	2

فمن جمع المقولتين **3**، **1** مع نفسها على وجه التعاكس والتناوب نحصل على المجموعات **4213**، **1342**، **2413**، **4231** حيث تمثل العلاقات بين المعين أو المربع وبين المنحرف المتعاكس.

ومن جمع المقولتين **1**، **2** مع نفسها على وجه التعاكس والتناوب نحصل على المجموعات **3421**، **2134**، **2143**، **4321** حيث تمثل العلاقات بين الخط أو المستطيل وبين المنشور.

ومن جمع المقولتين **1**، **4** مع المقولتين **2**، **3** على التناوب نحصل على المجموعتين التاليتين **1423**، **4132**، **1432**، **4123** حيث تمثل العلاقات بين المثلث والمنحرف المتناقض.

فإذا أخذنا تراكيب المتسلسلتين التاليتين مجتمعة معاً كما يلي:

	1	**3**	**2**	**4**	**1**	**3**	**2**	
1	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**3**
3	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**1**
2	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**2**
4	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**4**
1	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**3**
	1	**3**	**4**	**2**	**1**	**3**	**4**	

نجد الرابطة العضوية التي تجمع بين أشكال الفئتين الموسيقية والتأليفية كما هو واضح من تسلسلات كل منهما.

وإذا جمعنا بين هاتين الفئتين والفئة الترتيبية التالية:

4 دن دن دن د دن دن دن 4

3 دن دن د دن دن دن د 1

2 دن د دن دن دن د دن 2

1 د دن دن دن د دن دن 3

1 2 3 4 1 2 3

نحصل على البنية الرياضية كما يلي:

3 دن دن د دن دن دن د 1

1 د دن دن دن د دن دن 3

2 دن د دن دن دن د دن 2

4 دن دن دن د دن دن دن 4

3 دن دن د دن دن دن د 1

2 دن د دن دن دن د دن 2

1 د دن دن دن د دن دن 3

أي وفقاً للترتيب الذي مرّ ذكره سابقاً، حيث نجد أن المنشور يقع بين الخط والمنحرف أو بين المستطيل والمنحرف، ويقع المنحرف بين المثلث والمربع أو بين المثلث والمعين.

فمن منطق المجموعات التي مرّ ذكرها بالإضافة إلى أنظمة المتسلسلات الثلاث الموسيقية والترتيبية والتأليفية، نجد الدليل واضحاً للتعرّف على كيفية تركيب البنية الرياضية بين أشكالها الإثني عشر ومتغيراتها الثابتة في صورها الأربع.

وحيث نجد من الترابط بين الموازين الشعرية الأربعة على وجه التناوب أن الميزان **(د دن دن دن)** يكون مضاداً للميزان **(دن دن دن د)** في وسط كل من

المربع والمستطيل. وإن الميزان **(دن دن د دن)** يكون مضاداً للميزان **(دن د دن دن)** في وسط كل من الخط والمعين. فتتولد الأوجه المتضادة لكل من هذه الأشكال الأربعة. بينما نجد اجتماع الحالتين السابقتين في الأوجه المتناقضة، حيث يجتمع العددان **2**، **3** والعددان **1**، **4** على التجاور معاً في الوجه الواحد كما في شكل المثلث التالي:

1 د دن دن دن 4

4 دن دن دن د 1

3 دن دن د دن 2

2 دن د دن دن 3

أما في الأوجه المتعاكسة فتكون هذه الموازين على وجه التناوب فيما بينها كما يلي:

1 3 4 2 و **1 2 4 3**

4 2 1 3 **4 3 1 2**

فلا يجتمع العددان **1**، **4** أو العددان **2**، **3** في أي وجه منها.

ومن جمالية هذه التراكيب بين الموازين وأوزان الشعر والرياضيات، نجد أننا لو أخذنا المتسلسلة التالية من البنية الرياضية:

1 د دن دن دن

4 دن دن دن د

2 دن د دن دن

3 دن دن د دن

1 د دن دن دن

4 دن دن دن د

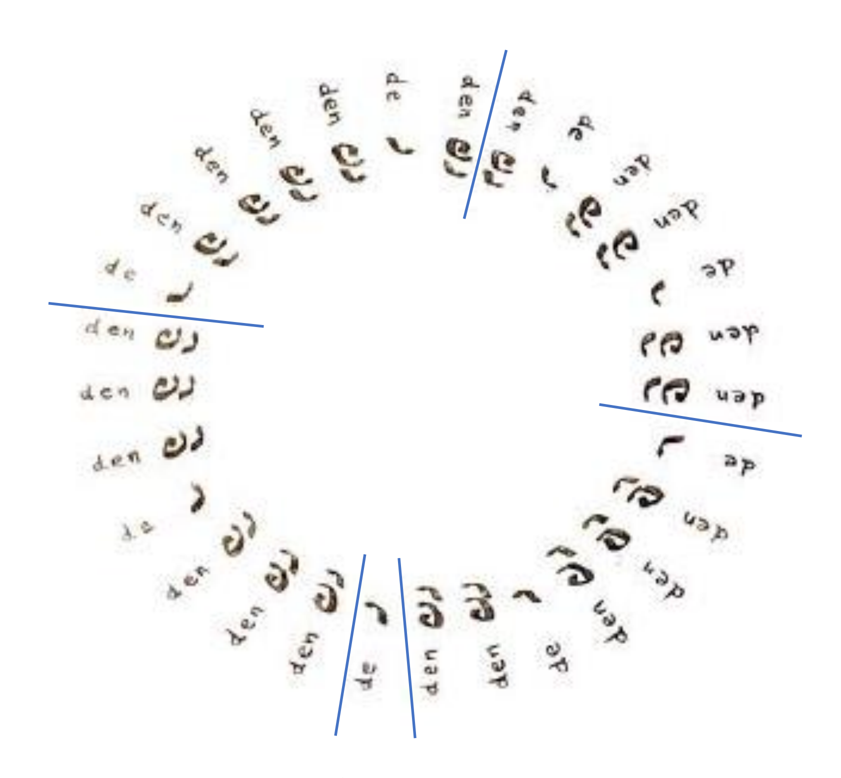
2 دن د دن دن

حيث نقرأ من محيط المنحرف **3241** أوزان دائرة المشتبه، ومن محيط المربع **3142** أوزان دائرة المتفق، ومن العمودين الأول والثاني أوزان دائرة المختلف، ومن العمودين الثاني والثالث أوزان دائرتي المؤتلف والمجتلب (بإضافة الحركة الطارئة على الحرف الساكن) ...الخ.

وأننا لو أخذنا المتسلسلة التالية من البنية الرياضية:

2	**دن**	**د**	**دن**	**دن**
3	**دن**	**دن**	**د**	**دن**
4	**دن**	**دن**	**دن**	**د**
1	**د**	**دن**	**دن**	**دن**
3	**دن**	**دن**	**د**	**دن**
2	**دن**	**د**	**دن**	**دن**
4	**دن**	**دن**	**دن**	**د**

المؤلفة من المثلث والمنحرف والمعين، مضافاً إليها النقرة الصامتة التي تسبقها مكاناً من مجموع البنية، لتكون الرابط بين العمودين الأول والأخير، ثم ربطنا بين الأعمدة الأربعة حسب الترتيب المؤشر عليها، نكون قد حصلنا على دائرة الوحدة الأم الجامعة لأوزان الشعر والموسيقى واللغات والمقولات التي تضمها على سبيل الحصر ومبادئ المنطق كما يلي:



كما يمكن الحصول على هذه الدائرة من كل أربع مقولات متعاقبة من الأعمدة السبعة التي تتشكل منها البنية الرياضية وفقاً للمسلسلة العددية **1324132.**

ومن خلاصة ما مرّ بنا، فإن ترتيب الموازين الشعرية الرباعية الأربعة على الشكل التالي:

4	**2**	**3**	**1**	
دن	دن	دن	د	**1**
دن	د	دن	دن	**3**
دن	دن	د	دن	**2**
د	دن	دن	دن	**4**
دن	دن	دن	د	**1**
دن	د	دن	دن	**3**
دن	دن	د	دن	**2**
4	**2**	**1**	**3**	

يمثل العلاقة بين كل من المربع والمعين وبين المنحرف المتناقض وفق المتسلسلة **2314231** إزاء الشكل، والتي تضم المجموعات التالية:

4	**2**	**3**	**1**
1	**4**	**2**	**3**
3	**1**	**4**	**2**
2	**3**	**1**	**4**

كما يمثل العلاقة بين كل من المربع والمعين وبين المنحرف المتعاكس والتي تتمثل في المجموعات التالية:

1 0 7 1	**4 2 1 3**	**1 1 0 7**	**4 2 3 1**
0 7 1 1	**3 1 4 2**	**0 7 1 1**	**3 1 2 4**
1 1 0 7	**2 4 3 1**	**1 0 7 1**	**2 4 1 3**
	1 3 2 4		**1 3 4 2**

من أعلى الشكل إلى أسفل أو العكس، حيث يكون الفرق بين الوجه الأول والوجه الرابع يساوي **2889.**

أما ترتيب هذه الموازين كما في الشكل التالي:

4	**1**	**3**	**2**	
دن	د	دن	دن	**3**
دن	دن	دن	د	**1**
دن	دن	د	دن	**2**
د	دن	دن	دن	**4**
دن	د	دن	دن	**3**
دن	دن	دن	د	**1**
دن	دن	د	دن	**2**
4	**3**	**1**	**2**	

فيمثل العلاقة بين المنحرف المتعاكس والمنشور وفقاً المتسلسلة العددية **2134213** إزاء الشكل، والتي تضم المجموعات التالية:

4	**2**	**1**	**3**
3	**4**	**2**	**1**
1	**3**	**4**	**2**
2	**1**	**3**	**4**

كما يمثل العلاقة بين المنحرف المتناقض والمنشور والتي تتمثل في المجموعات التالية:

1	**0**	**7**	**1**		**4**	**3**	**1**	**2**		**0**	**7**	**1**	**1**		**4**	**1**	**3**	**2**
1	**1**	**0**	**7**		**3**	**2**	**4**	**1**		**1**	**1**	**0**	**7**		**3**	**4**	**2**	**1**
1	**0**	**7**	**1**		**2**	**1**	**3**	**4**		**1**	**0**	**7**	**1**		**2**	**3**	**1**	**4**
					1	**4**	**2**	**3**							**1**	**2**	**4**	**3**

من أعلى الشكل إلى أسفل أو العكس، حيث يكون الفرق بين الوجه الأول والوجه الرابع يساوي **2889.**

بينما نجد أن ترتيب هذه الموازين على الشكل التالي:

4	**3**	**2**	**1**	
دن	**دن**	**دن**	**د**	**1**
دن	**دن**	**د**	**دن**	**2**
دن	**د**	**دن**	**دن**	**3**
د	**دن**	**دن**	**دن**	**4**
دن	**دن**	**دن**	**ن**	**1**
دن	**دن**	**د**	**دن**	**2**
دن	**د**	**دن**	**دن**	**3**
4	**1**	**2**	**3**	

يمثل العلاقة بين المثلث والخط والمستطيل وفقاً المتسلسلة العددية **3214321** إزاء الشكل، والتي تضم المجموعات التالية:

0	**7**	**1**	**1**	**4**	**1**	**2**	**3**	**1**	**1**	**0**	**7**	**4**	**3**	**2**	**1**
1	**0**	**7**	**1**	**3**	**4**	**1**	**2**	**1**	**0**	**7**	**1**	**3**	**2**	**1**	**4**
1	**1**	**0**	**7**	**2**	**3**	**4**	**1**	**0**	**7**	**1**	**1**	**2**	**1**	**4**	**3**
				1	**2**	**3**	**4**					**1**	**4**	**3**	**2**

من أعلى الشكل إلى أسفل أو العكس، حيث يكون الفرق بين الوجه الأول والوجه الرابع يساوي **2889.**

فتتساوى علاقات التقابل والتجاور في هذا الشكل.

ولا تخفى بقية ما مرّ بنا من العلاقات بين المجموعات بين المجموعات المختلفة الأخرى.

ومن نظرة إلى العلاقات في صيغ هذه المجموعات وبين الموازين، سواء من حيث الأعداد العمودية التي تمثلها أو الأشكال الهندسية التي ترسمها هذه الأرقام في كل من حالات التجاور أو التقابل، نجد ما يفصح عن جمالية هذه التراكيب والرابطة الأساس التي تجمعها بالمتوالية الأخيرة، وببقية صيغ التراكيب التي تتألف منها البنية الرياضية، حيث يرتبط الشكلان التاليان:

1 3 2 4 1
1 د دن دن دن د
3 دن دن د دن دن
2 دن د دن دن دن
4 دن دن دن د دن
1 د دن دن دن د
3 دن دن د دن دن
2 دن د دن دن دن

4 1 2 3
2 دن د دن دن
3 دن دن د دن
4 دن دن دن د
1 د دن دن دن
2 دن د دن دن
3 دن دن د دن
4 دن دن دن د

بعد رفع العمودين المتكررين **4**، **1** فيما بينهما، فتجتمع البنية على منوال ما مرّ ذكره، وفاقاً للتناوب المتناهي بين الموازين الشعرية الرباعية الأربعة، على أساس من الرمز والمنطق والرياضيات، ووفقاً لمبادئ المقادير التي تتناهى بالأعداد الأربعة من حيث التجريد.

تأكد العلاقات بين الفئات الثلاث

لو قرأنا أعداد كل من الفئات التأليفية والترتيبية والموسيقية على وجه التناوب لا التعاقب كما يلي:

فمن الفئة التأليفية التالية:

3 1

4 2

نحصل على المجموعات التالية:

2	**3**	**4**	**1**
3	**2**	**1**	**4**
4	**1**	**2**	**3**
1	**4**	**3**	**2**

وتضم مجموعتين من الفئة الترتيبية ومجموعتين من الفئة الموسيقية، وهي أوجه المثلث والمنحرف المتناقض. ومن الفئة الموسيقية:

3 1

4 2

نحصل على المجموعات التالية:

2	**1**	**4**	**3**
1	**2**	**3**	**4**
3	**4**	**2**	**1**
4	**3**	**1**	**2**

وتضم مجموعتين من الفئة الترتيبية ومجموعتين من الفئة التأليفية، وهي أوجه المنشور والمستطيل والخط. ومن الفئة الترتيبية:

2 1

3 4

نحصل على المجموعات التالية:

3	1	4	2
1	3	2	4
4	2	1	3
2	4	3	1

وتضم مجموعتين من الفئة التأليفية ومجموعتين من الفئة الموسيقية، وهي أوجه المعين والمربع والمنحرف المتعاكس.

وهذه العلاقات هي نفسها التي تتمثل في تراكيب البنية الرياضية. وذلك عن طريق قراءة أعداد الشكل التالي أفقياً من جهة اليمين نحو اليسار:

دن	د	دن	دن	3	دن	4	د	1	دن	2
دن	دن	دن	د	1	دن	2	دن	3	دن	4
د	دن	دن	دن	4	د	1	دن	2	دن	3
دن	دن	د	دن	2	دن	3	دن	4	د	1
دن	د	دن	دن	3	دن	4	د	1	دن	2
د	دن	دن	دن	4	د	1	دن	2	دن	3
دن	دن	دن	د	1	دن	2	دن	3	دن	4

حيث تظهر هذه العلاقات بين الخط والمنشور، والمستطيل والمنشور، والمثلث والمنحرف المتناقض عمودياً، وبين المنحرف المتعاكس والمعين، والمنحرف المتعاكس والمربع أفقياً.

فمن الفئة التأليفية يمكن معرفة العلاقة بين الفئتين الترتيبية والموسيقية المتمثلة بالمثلث والمنحرف المتناقض.

ومن الفئة الترتيبية يمكن معرفة العلاقة بين الفئتين الموسيقية والتأليفية المتمثلة بالمربع والمعين والمنحرف المتعاكس.

ومن الفئة الموسيقية يمكن معرفة العلاقة بين الفئتين التأليفية والترتيبية المتمثلة بالمنشور والخط والمستطيل.

وذلك تكملة للعلاقات بين كل من أشكال المتسلسلات الثلاث عن طريق فئة كل منها وهي **3142314**، **2431243**، **3214321** التي تتوضح بالقراءة العمودية لأعداد هذه البنية.

توثق البنية الاسطوانية

لو قسمنا أعداد البنية الاسطوانية التالية:

إلى ثلاثة أشكال هندسية كما يلي: **4231 – 2431 – 2341** نجد أنها تبدأ بالمعين وتنتهي بالمثلث ويتوسطهما شكل المنحرف المتعاكس. ولو أجرينا القسمة كما يلي **1423 – 1243 – 1234** نجد أنها تبدأ بالمنحرف المتناقض وتنتهي بشكل الخط ويتوسطهما شكل المنشور.

ولو قسمنا أعداد البنية الاسطوانية التالية:

إلى ثلاثة أشكال هندسية كما يلي: **2413 – 4213 – 4123** نجد أنها تبدأ بالمربع وتنتهي بالمثلث ويتوسطهما المنحرف المتعاكس. ولو أجرينا القسمة كما يلي **3241 – 3421 – 3412** نجد أنها تبدأ بالمنحرف المتناقض وتنتهي بالمستطيل ويتوسطهما شكل المنشور.

وهذه التراكيب تتمثل في تركيب البنية الرياضية التالية على وجه التسلسل:

المعين	**دن دن دن د دن دن دن** **دن د دن دن دن دن د**	**المثلث**
المنحرف	**دن دن د دن دن د دن** **د دن دن دن د دن دن**	**الخط**
المربع	**دن دن دن د دن دن دن**	**المثلث**
المنحرف	**دن د دن دن دن دن د** **دن دن د دن دن د دن**	**المستطيل**

ولا يخفى التناوب بين الأوجه الأربعة للبنية الرياضية كما مرّ بنا، على ضوء هذه التراكيب من البنية الاسطوانية.

وعلى ذلك كان للبنية الاسطوانية أن تتركب على وجهين، أحدهما يبدأ بالمعين وينتهي بالمثلث، أو العكس حيث يبدأ بالخط وينتهي بالمنحرف المتناقض.

وثانيهما يبدأ بالمربع وينتهي بالمثلث أو العكس حيث يبدأ بالمستطيل وينتهي بالمنحرف المتناقض.

وتتمثل هذه التراكيب في الأوزان الشعرية الرباعية الأربعة التي تتمثل في كل من الأعمدة التالية (وهي الموازين الأربعة على التناوب) كما مرّ بنا:

دن دن دن د

دن دن د دن

دن د دن دن

د دن دن دن

دن دن دن د

دن دن د دن

دن د دن دن

وكما هو واضح من أعمدة البنية الرياضية السابقة.

ومما يلاحظ على تراكيب أعداد البنية الاسطوانية التالية:

142 / 3 / 421 / 3 / 241 /3

413 / 2 / 134 / 2 / 314 / 2

أنها تتألف من التناوب بين الأعداد الثلاثية التالية **241**، **421**، **142** أو الأعداد الثلاثية التالية **314**، **134**، **413**.

أما تراكيب أعداد البنية الاسطوانية التالية:

1/ 423 / 1 / 243 / 1 / 234

4 / 132 / 4 / 312 / 4 / 321

فإنها تتألف من التناوب بين الأعداد الثلاثية التالية **423**، **243**، **234** أو الأعداد الثلاثية التالية **132**، **312**، **321.**

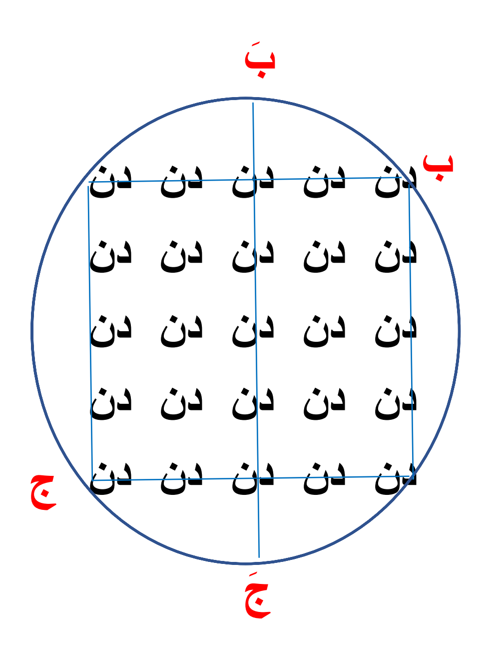
ويتضمن جميع هذه الأعداد الثلاثية كل من شكلّي البنية الاسطوانية. كما يتضمّنها شكلا المثلث والمنحرف المتناقض.

فرق الحساب بين الوحدتين

القياسية والمائلة

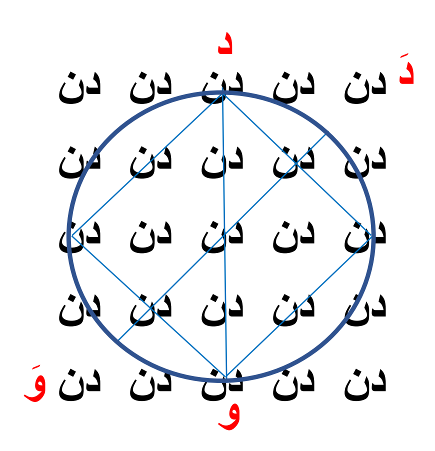
حيث أن المربع الذي مساحته تساوي **16** وحدة قياسية يكون طول قطره مساوياً لطول أربع وحدات مائلة. وإن المربع الذي مساحته تساوي ثمان وحدات يكون طول قطره مساوياً لطول أربع وحدات قياسية.

فإننا نجد من الشكل التالي:



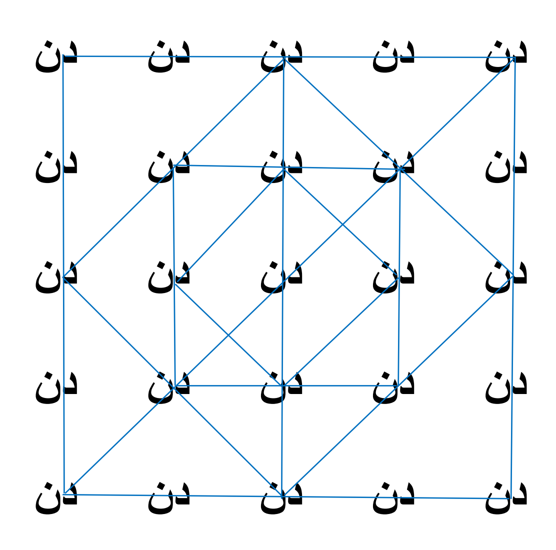
إن **$16 + 16 = \sqrt{32} = 4$** وحدات مائلة وهو طول **(ب ج)**، وإن طول **(بَ جَ)** بالوحدات القياسية يساوي طول **(ب ج)** بالوحدات المائلة لطول قطر الدائرة.

كما نجد من الشكل التالي:



إن 8 + 8 = $\sqrt{16}$ = 4 وحدات قياسية وهو طول **(د و)**، وإن طول **(دَ وَ)** بالوحدات المائلة يساوي طول **(د و)** بالوحدات القياسية لطول قطر الدائرة.

ولبيان العلاقة المتناوبة بالوحدات المائلة والقياسية بين هذين الشكلين وما يليهما من أشكال متعاقبة على أساس النهج نفسه، فإننا نرسم الشكل التالي:



فيكون قطر المربع الأكبر وما يليه من المربعات على التوالي يساوي:

16 + 16 = 4 وحدات مائلة.

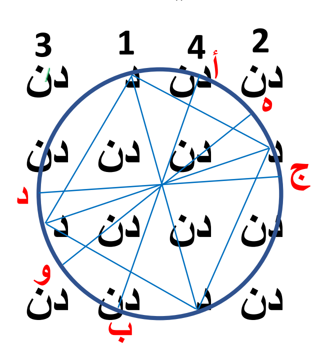
8 + 8 = 4 وحدات قياسية.

4 + 4 = 2 وحدة مائلة.

1 + 1 = 2 وحدة قياسية.

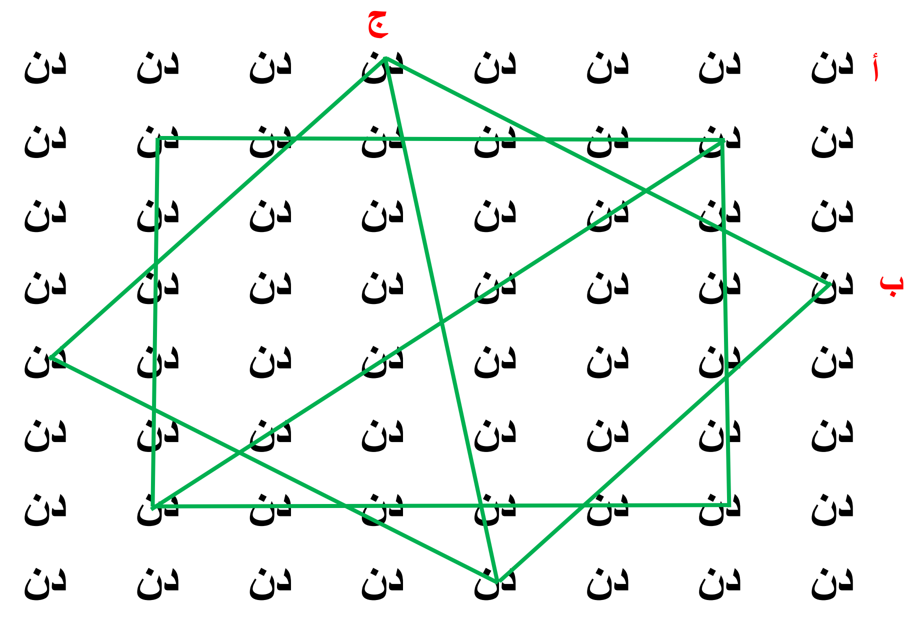
وعليه تكون نسبة قطر المربع إلى ضلعه تساوي وحدة مائلة + وحدة مائلة = **2** وحدة قياسية. وحدة قياسية + وحدة قياسية = وحدة مائلة واحدة كما مرّ بنا.

وعلى هذا الأساس نجد من الشكل التالي:



إن الدائرة المحيطة بالمربع الذي مساحته تساوي خمس وحدات (وهو المربع الذي رقمه **3142**) يكون مربع قطرها **(أ ب)** يساوي **10**، ويساوي طول قطرها **(ج د)** بالوحدات القياسية، ويساوي طول قطرها **(ه و)** بالوحدات المائلة.

كما نجد من الشكل التالي للمربعين الذين مساحة كل منهما تساوي **25** وحدة قياسية:

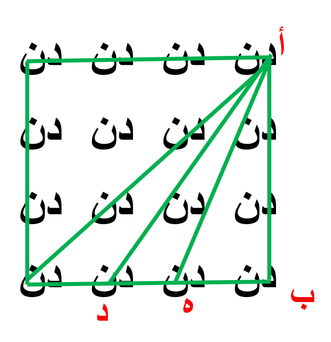


إن المربع المنشأ على وتر القائمة **(أ ب ج)** يساوي $\mathbf{3^2 + 4^2 = 25}$، فمربع طول قطره يساوي **25 + 25 = 50.**

وإن المربع الثاني المنشأ على الضلع الذي طوله يساوي خمس وحدات قياسية، يكون طول قطره يساوي خمس وحدات مائلة.

وعليه فإن $7^2 + 1^2 = 5^2 + 5^2 = 50 = 5$ وحدات مائلة فيكون $\sqrt{\frac{50}{2}} = 5$ وحدات مائلة، ويكون جذر $\frac{18}{2}$ يساوي ثلاث وحدات مائلة.

وعلى هذا الأساس نجد من المربع التالي:



إن نسبة طول قطره إلى ضلعه تساوي **3** وحدات مائلة إلى **3** وحدات قياسية. أي أن $3^2 + 3^2 = 18 = 3 + 3 = 3$ وحدات مائلة.

وعليه يكون حاصل جمع ضلعيّ المثلث **(أ ب ه)** مضروباً في الفرق بينهما يساوي $(3 + 1) \times (3 - 1) = 8$، وأن $18 - 8 = 10$ مربع الوتر.

وإن حاصل جمع ضلعيّ المثلث **(أ ب د)** مضروباً في الفرق بينهما يساوي $(3 + 2) \times (3 - 2) = 5$، وإن $18 - 5 = 13$ مربع الوتر.

وعلى ذلك لا يجتمع البعد الذي طوله ثلاث وحدات مائلة مع أيّ من هذين الوترين، أو البعد الذي طوله يساوي **2** وحدة مائلة مع الوتر الذي مربعه يساوي **5** أو **13** في كل من الأشكال الهندسية السبعة.

ونحن لو رسمنا الشكل التالي:

أ

دن دن دن دن دن دن

ب دن دن دن دن دن دن

دن دن دن دن دن دن

دن دن دن دن دن دن

دن دن دن دن دن دن

دن دن دن دن دن دن

دن دن دن دن دن دن د

دن دن دن دن دن دن

ج

نجد أن **(أ ب) = (ج د)** ومربع كل منهما يساوي **5.**

وإن **(أ ج) = (ب د)** ومربع كل منهما يساوي **45.**

وإن **45 + 5 = 50** مربع طول القطر **(ب ج).**

وإن **45 + 5 = 5** وحدات مائلة طول القطر **(أ د).**

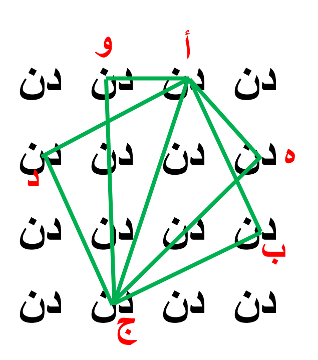
وحيث أن **(ب ج) = (أ د)**، فإن جذر **50** يساوي خمس وحدات مائلة.

ومما مرّ، يتضح أن الأعداد **(1، 4، 9، 16**...الخ**)** تمثل مربع الوحدات القياسية.

وإن الأعداد **(2، 8، 18، 32**...الخ**)** تمثل مربع الوحدات المائلة.

وإن الأعداد **(5، 10، 13، 17**...الخ**)** تمثل مربع الوحدات المشتركة (أي مربع قطر المستطيل ذي الوحدات المائلة أو القياسية).

كما في الشكل التالي:



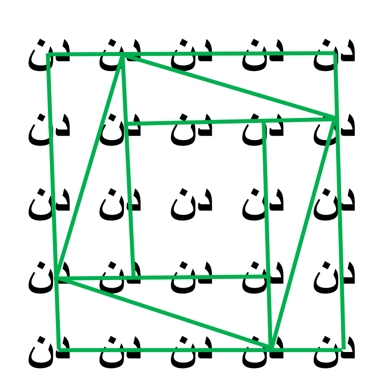
فقطر المربع **(أ ب ج د)** هو وتر القائمة **(أ و ج)** أو القائمة **(أ ه ج)**.

وعليه فإن (أ و ج) $= 3^2 + 1^2 = 10$ بالوحدات القياسية.

وإن (أ ه ج) $= 2^2 + 1^2 = 5$ بالوحدات المائلة أو $8 + 2 = 10$ بالوحدات القياسية.

كما يتضح ذلك من الشكلين التاليين:

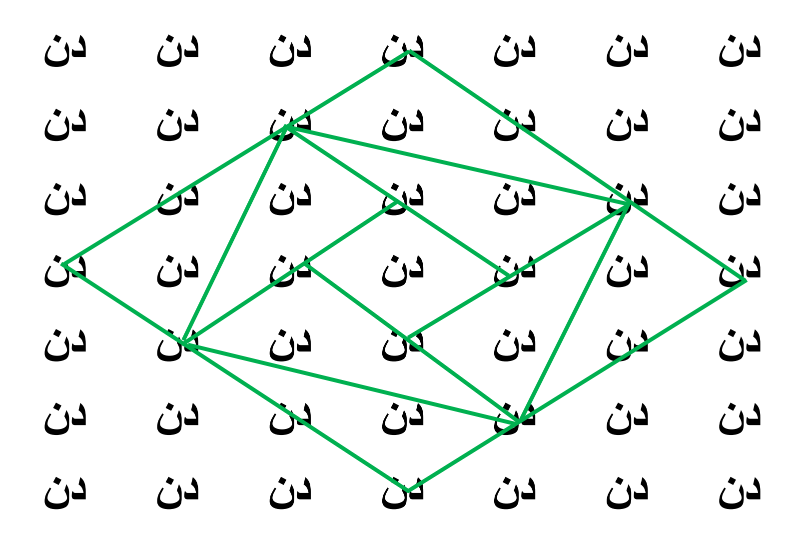
أولاً



أي أن $2\ (3 \times 1) + (3 - 1)^2 = 6 + 4 = 10$.

وتساوي **10** من أصل **16** من الوحدات القياسية.

ثانياً:



أي أن $2\ (2 \times 1) + (2 - 1)^2 = 4 + 1 = 5$ وحدات مائلة. فهي خمس وحدات مائلة من أصل تسع وحدات مائلة.

وتساوي **$8 + 2 = 10$** وحدات قياسية من أصل **18**،

وعليه فإن وتر القائمتين **$18 + 8 = 26$**، و **$25 + 1 = 26$** وهو وتر مشترك بينهما. ولا اشتراك بين وتر القائمتين.

$$12.5 + 12.5 = 25$$

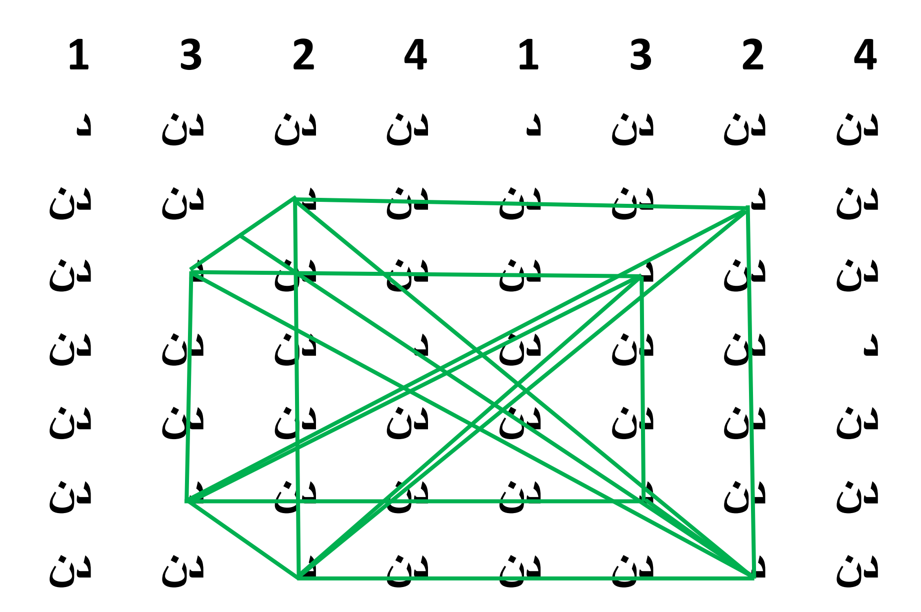
و **$9 + 16 = 25$**

ولكن وتر المثلث الأخير يشترك مع وتر القائمة **$24.5 + 0.5 = 25$**،

أي $20\ (3.5^2 + 0.5^2) = 25$.

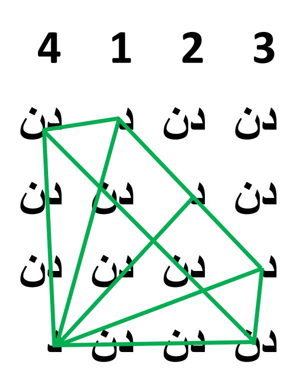
ومن هذا الاشتراك بين وتر القائمتين يتألف شكل رباعي تتكون مقادير زواياه من قائمتين ومن زاوية مقدارها **$(135)^{0}$** وأخرى مقدارها **$(45)^{0}$**.

وهذا ما تظهره البنية الرياضية كما هو واضح في شكلها التالي:



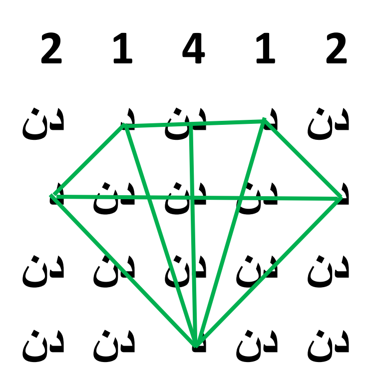
وعلى أساس ما مرّ ذكره نجد أن الزاوية القائمة المؤلفة من المثلثات القائمة ذات الوتر المشترك كالمثلثين $3^2 + 1^2 = 10$ و $8 + 2 = 10$ تكون على ثلاثة أنواع.

فمن تأليفها على الوجه التالي من هذين المثلثين:



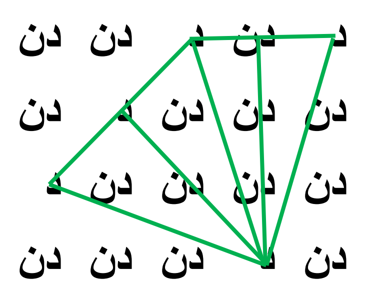
نحصل على زاوية قائمة بوتر ذي وحدات مائلة، وبضلع ذي وحدات قياسية.

ومن تأليفها على الوجه التالي من هذين المثلثين:

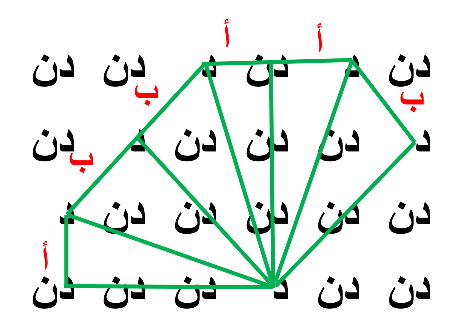


نحصل على زاوية قائمة بوتر ذي وحدات قياسية، وبضلع ذي وحدات مائلة.

ومن تأليفها على الوجه التالي من هذين المثلثين:



نحصل على زاوية قائمة بوتر مربع طوله يساوي **20** وبضلع مربع طوله يساوي **10.** وعليه لو أخذنا الجزء التالي من زوايا الدائرة



نجد أن الزاوية المركزية المؤلفة من مجموع المثلثين (أ، **ب**) تساوي **(45)**^{0} ، وعليه فإن القائمة المؤلفة من المثلثات (**ب أ أ ب**) يكون طول وترها مساوياً لأربع وحدات قياسية، وطول ضلعها مساوياً لوحدتين مائلتين.

وإن القائمة المؤلفة من المثلثات **(أ ب أ)** يكون طول وترها مساوياً لثلاث وحدات مائلة وطول ضلعها مساوياً لثلاث وحدات قياسية، والقائمة المؤلفة من المثلثات **(أ أ ب)** يكون مربع طول وترها يساوي **20** ومربع طول ضلعها يساوي **10.**
وبإتمام الدندنة على أساس تكرار رقم المثلث **3214** على وجه التضاد كما يلي:

3214123 من الأوجه الأربعة نحصل على مجموع زوايا الدائرة مؤلفة على هذه النسب الثلاث.

	3	2	1	4	1	2	3	
3	دن	دن	د	دن	د	دن	دن	3
2	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	2
1	د	دن	دن	دن	دن	دن	د	1
4	دن	دن	دن		دن	دن	دن	4
1	د	دن	دن	دن	دن	دن	د	1
2	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	2
3	دن	دن	د	دن	د	دن	دن	3
	3	2	1	4	1	2	3	

من الفئتين الترتيبية والموسيقية التاليتين:

2 دن د دن دن
3 دن دن د دن
1 د دن دن دن
4 دن دن دن د
2 دن د دن دن
3 دن دن د دن
1 د دن دن دن

دن دن دن د 1
دن دن د دن 2
دن د دن دن 3
د دن دن دن 4
دن دن دن د 1
دن دن د دن 2
دن د دن دن 3

نلاحظ على سبيل المثال، إن البعد بين مركزي المربع والمعين في الفئة الأولى أو بين مركزي الخط والمستطيل في الفئة الثانية يساوي وحدتين قياسيتين.

ومن الجمع بينهما كما في الشكل التالي:

2 دن د دن دن دن دن د
3 دن دن د دن دن د دن
1 د دن دن دن د دن دن
4 دن دن دن د دن دن دن
2 دن د دن دن دن دن د
3 دن دن د دن دن د دن
1 د دن دن دن د دن دن

نجد أن البعد بين مركزي الخط والمعين يساوي ثلاث وحدات مائلة أي أن مربع المسافة بينهما يساوي **18.** وإن مربع البعد بين مركزي الخط والمربع أو بين مركزي المستطيل والمربع أو بين مركزي المستطيل والمعين يساوي **10.**

وعند انتقال هذه الصورة إلى الصورة التالية التي تلي الصورة الأولى هذه:

3 دن دن د دن دن د دن

1 د دن دن دن د دن دن

4 دن دن دن د دن دن دن

2 دن د دن دن دن دن د

3 دن دن د دن دن د دن

1 د دن د دن د دن دن

4 دن دن دن د دن دن دن

نجد أن البعد بين مركزي الخط والمربع يساوي ثلاث وحدات مائلة، وإن مربع المسافة بين مركزي المستطيل والمربع أو بين مركزي المستطيل والمعين أو بين مركزي الخط والمعين يساوي **10.** وبالانتقال الصورة إلى الصورة الثالثة:

1 د دن دن دن د دن دن

4 دن دن دن د دن دن دن

2 دن د دن دن دن دن د

3 دن دن د دن دن د دن

1 د دن دن دن د دن دن

4 دن دن دن د دن دن دن

2 دن د دن دن دن دن د

نجد أن البعد بين مركزي المستطيل والمربع يساوي ثلاث وحدات مائلة، ومربع المسافة بين مركزي الخط والمربع أو بين مركزي الخط والمعين أو بين مركزي المستطيل والمعين يساوي **10.**

وبالانتقال الصورة إلى الصورة الرابعة:

4 دن دن دن د دن دن دن

2 دن د دن دن دن دن د

3 دن دن د دن دن د دن

1 د دن دن دن د دن دن

4 دن دن دن د دن دن دن

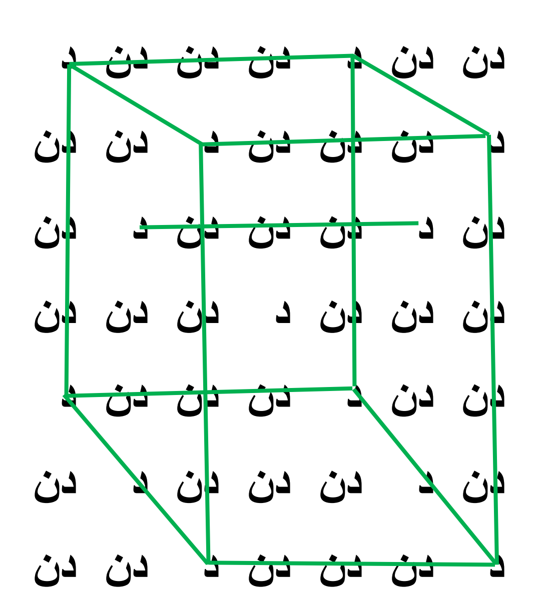
2 دن د دن دن دن دن د

3 دن دن د دن دن د دن

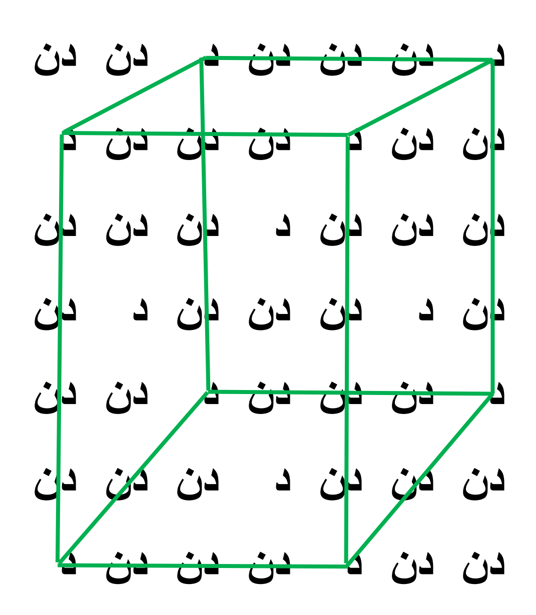
نجد أن البعد بين مركزي المستطيل والمعين يساوي ثلاث وحدات مائلة، وإن مربع المسافة بين مركزي المستطيل والمربع أو بين مركزي الخط والمربع أو بين مركزي الخط والمعين يساوي **10.**

ولا يخفى استنتاج مربع الأبعاد بدلالة هذه النسب من نظام البنية الرياضية في مداراته الأربع بين أشكاله الهندسية التي لا تحصى.

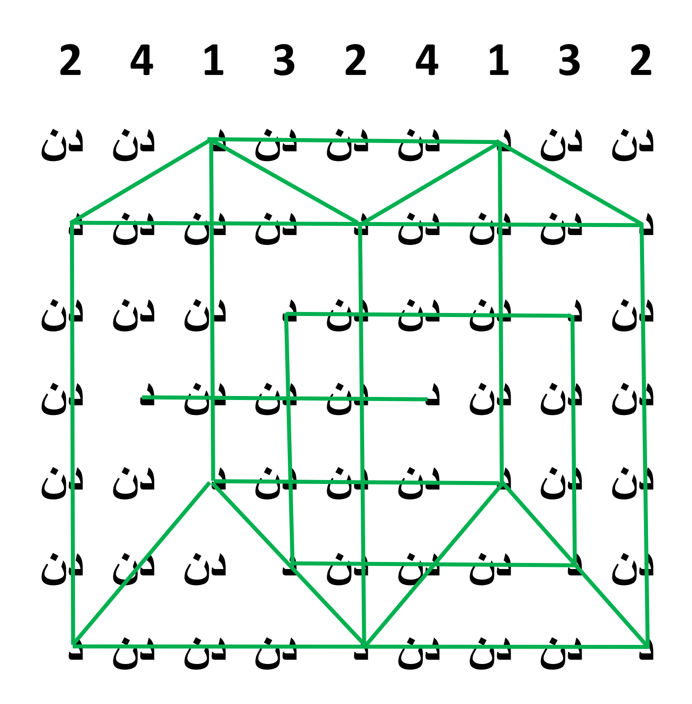
وعليه لو جمعنا بين الشكل التالي:



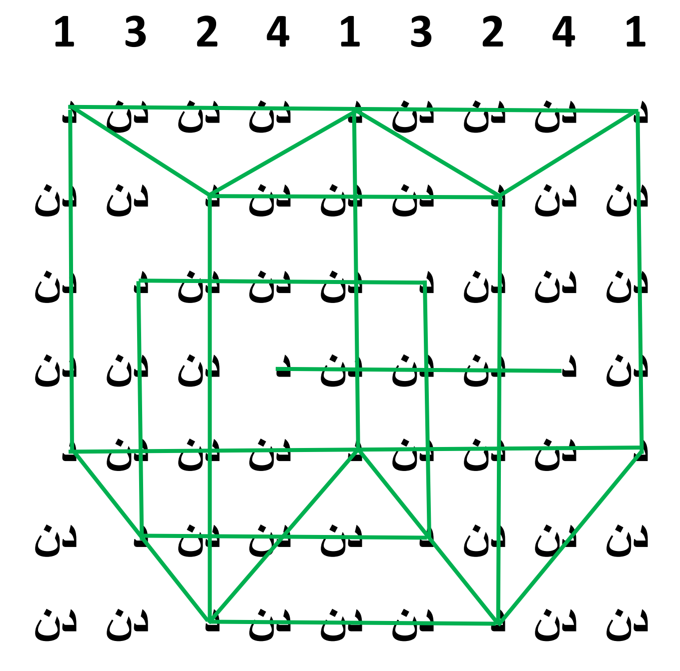
والشكل التالي لها:



بدءاً من الشكل الأول فإننا نحصل على المظهر التالي:



ولو جمعنا بينهما بدءاً من الشكل الثاني فإننا نحصل على المظهر التالي:



حيث يصبح اليسار يميناً، واليمين يساراً وانعكاس الفرق بين الأعلى والأسفل واختلاف مواقع المربعات والاحداثيات إلى غير ذلك من ملاحظات عديدة، كما في الشكل التالي على سبيل المثال:

دن دن د دن دن دن د

د دن دن دن د دن دن

دن د دن دن دن د دن

دن دن دن د دن دن دن

دن دن د دن دن دن د

دن د دن دن دن د دن

د دن دن دن د دن دن

فلو أضفنا عموداً ثامناً على الشكل كما يلي:

دن دن د دن دن دن د دن

د دن دن دن د دن دن دن

دن د دن دن دن د دن دن

دن دن دن د دن دن دن د

دن دن د دن دن دن د دن

دن د دن دن دن د دن دن

د دن دن دن د دن دن دن

نجد أن المثلث في الشكل الأول يكون وتره إلى الأعلى ورأس قائمته إلى الأسفل، بينما ينقلب في الشكل الثاني فيكون رأس القائمة في الأعلى ووتره إلى الأسفل مشتركاً مع المثلث المقابل له بالوتر الذي مربعه يساوي **26.** فتتغير الجهات الذي يشير إليه الشكل بدوران البنية.

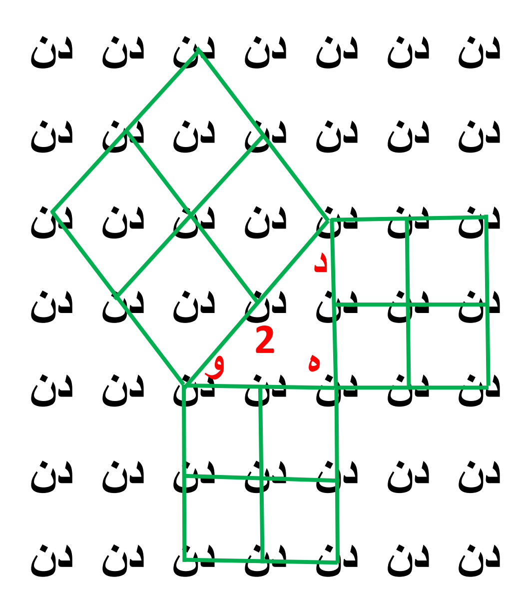
مربعات أبعاد القائمة

المتساوية الساقين

بما أن مساحة المثلث القائم **8 + 8 = 16** وهو المثلث (**أ ب ج**) تساوي **2× 2 = 4** وحدات. وإن مساحة المثلث **4 + 4 = 8** تساوي $\frac{2 \times 2}{2}$ **= 2** وحدة. فإننا نجد أن عدد وحدات المربع المنشأ على وتر القائمة التالية، يساوي **16** وحدة قياسية، وإن عدد وحدات المربع المنشأ على كل من ضلعيها يساوي أربع وحدات مائلة:

دن دن دن دن دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن دن دن دن دن
أ
دن دن دن دن دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن دن دن دن دن
4
دن دن دن دن دن دن دن ب دن دن
دن دن دن دن دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن دن دن دن دن
ج
دن دن دن دن دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن دن دن دن دن

كما نجد أن عدد وحدات المربع المنشأ على وتر القائمة التالية يساوي أربع وحدات مائلة، وإن عدد وحدات المربع المنشأ على كل من ضلعيها يساوي أربع وحدات قياسية:



وبذلك يكون مربع وتر القائمة الأولى قد انقسم إلى مربعين مساحة كل منهما تساوي أربع وحدات مائلة. وإن مربع وتر القائمة الثانية قد انقسم إلى مربعين مساحة كل منهما تساوي أربع وحدات قياسية. وعليه لا توجد نسبة عددية صحيحة بين طول قطر المربع وطول ضلعه على قياس واحد.

ولما كانت مساحة الوحدة المائلة تساوي ضعف مساحة الوحدة القياسية، فيكون مجموع مساحتي المربعين المنشأين على كل من ضلعي القائمة مساوياً لمساحة المربع المنشأ على وترها، وبذلك نبرهن على نظرية فيثاغورس بطريقة مبسطة أخرى.

وبما أن مساحة كل من مثلثي القائمتين في الشكلين الأول والثاني تساوي $\frac{1}{8}$ مجموع مساحات مربعات أبعاده الثلاثة، فإننا نلاحظ من الشكل الأول أن مجموع مساحات المربعات المنشأة على أبعاده الثلاثة يساوي نصف مساحة المربع الكامل المحيط بهذه الأشكال أي أن $16 + 8 + 8 = \frac{32}{64}$.

بينما نجد من الشكل الثاني أن مجموع مساحات المربعات المنشأة على أبعاده الثلاثة زائداً مساحة المثلث يساوي نصف مساحة المربع الكامل المحيط بهذه الأشكال، أي أن **8 + 4 + 4 + 2 = 18.**

36

المربع السحري

من المربعات التالية التي تضم الأعداد الأربعة **(1، 2، 3، 4)** على وجه التناوب، بحيث يكون مجموع أرقامها أفقياً أو عمودياً أو قطرياً يساوي **10**، نجد أن هناك علاقات ثابتة بين أعداد المجاميع الرياضية في كل من هذه المربعات سواء كان ذلك في الأقطار أو في الأضلاع، نقتصر منها على العلاقة بين الأعداد التي تقع في كل من القطرين اختصاراً للبحث كما يلي:

أولاً- العلاقة بين المربع والمعين، ففي المربع التالي:

4	**1**	**2**	**3**
3	**2**	**1**	**4**
1	**4**	**3**	**2**
2	**3**	**4**	**1**

نجد أن صورة أعداد كل من قطريه تساوي **3142** و**4231** وهما أعداد شكل المربع والمعين.

ثانياً- العلاقة بين الخط والمستطيل، ففي المربع التالي:

3	**2**	**4**	**1**
1	**4**	**2**	**3**
2	**3**	**1**	**4**
4	**1**	**3**	**2**

نجد أن صورة أعداد كل من قطريه تساوي **4321** و**2143** وهما أعداد شكل الخط والمستطيل.

ثالثاً- العلاقة بين أعداد وجهي المثلث، ففي المربع التالي:

2	1	3	4
4	3	1	2
1	2	4	3
3	4	2	1

نجد أن صورة أعداد كل من قطريه تساوي **3214**، **1432** وهما أعداد وجهي شكل المثلث.

رابعاً- العلاقة بين أعداد وجهي المنشور، ففي المربع التالي:

4	2	3	1
1	3	2	4
2	4	1	3
3	1	4	2

نجد أن صورة أعداد كل من قطريه تساوي **3421**، **2134** وهما أعداد وجهي شكل المنشور.

خامساً- العلاقة بين أعداد وجهي المنحرف المتعاكس، ففي المربع التالي:

2	**1**	**4**	**3**
3	**4**	**1**	**2**
1	**2**	**3**	**4**
4	**3**	**2**	**1**

نجد أن صورة أعداد كل من قطريه تساوي **4213**، **1342** وهما أعداد وجهي شكل المنحرف المتعاكس.

سادساً- العلاقة بين أعداد وجهي المنحرف المتناقض، ففي المربع التالي:

2	**1**	**4**	**3**
4	**3**	**2**	**1**
3	**4**	**1**	**2**
1	**2**	**3**	**4**

نجد أن صورة أعداد كل من قطريه تساوي **1423**، **4132** وهما أعداد وجهي شكل المنحرف المتناقض.

ونلاحظ من هذه الأشكال أن كلاً من الأول والثاني منها يضم في وسطه شكل الفئة التأليفية **1 3** ،
4 2

وأن كلاً من الثالث والخامس منها يضم في وسطه شكل الفئة الموسيقية **1 3** ،
2 4

وأن كلاً من الرابع والسادس منها يضم في وسطه شكل الفئة الترتيبية **1 2** ،
3 4

وأن كلاً من الأول والرابع والثالث منها يضم أعداد الخط والمستطيل والمنحرف المتناقض والمنحرف المتعاكس.

وأن كلاً من الثاني والخامس والسادس منها يضم أعداد المعين والمربع والمثلث والمنشور. ففي كل من هذه الأشكال يوجد ست مجموعات، كما يلاحظ أن مواقع كل أربعة أعداد متماثلة في كل منها تمثل شكل المنحرف.

ويمكن السعي لتوحيد هذه الأشكال، فيمكن مثلاً إدماج الشكلين التاليين:

2	**3**	**1**	**4**		**1**	**4**	**1**	**3**
1	**4**	**2**	**3**		**3**	**1**	**4**	**2**
4	**1**	**3**	**2**		**4**	**2**	**3**	**1**
3	**2**	**4**	**1**		**1**	**3**	**2**	**4**

بالشكل التالي:

	2	**1**	**4**	**3**
2	**3**	**1**	**4**	**2**
1	**4**	**2**	**3**	**1**
4	**1**	**3**	**2**	**4**
3	**2**	**4**	**1**	

وبالتالي الوصول إلى المربع الجامع.

وبهذه المناسبة نلاحظ أننا لو قرأنا أعداد البنية الرياضية التالية:

1 2 3 4 2 1 3

دن د دن دن دن دن د

دن دن د دن دن د دن

د دن دن دن د دن دن

دن دن دن د دن دن دن

دن د دن دن دن دن د

دن دن د دن دن د دن

د دن دن دن د دن دن

من الأعلى إلى أسفل تكون كما يلي:

16 =	**1**	**2**	**3**	**4**	**2**	**1**	**3**
17 =	**4**	**1**	**2**	**3**	**1**	**4**	**2**
18 =	**3**	**4**	**1**	**2**	**4**	**3**	**1**
19 =	**2**	**3**	**4**	**1**	**3**	**2**	**4**
70 =	**10+**	**10+**	**10+**	**10+**	**10+**	**10+**	**10**

فيكون مجموع هذه الأرقام أفقياً وعمودياً يساوي **70**، ويكون مجموع ما يقابل هذه الأرقام من الأسفل إلى الأعلى على وجه التكامل كما يلي:

19 =	**4**	**3**	**2**	**1**	**3**	**4**	**2**
18 =	**1**	**4**	**3**	**2**	**4**	**1**	**3**
17 =	**2**	**1**	**4**	**3**	**1**	**2**	**4**
16 =	**3**	**2**	**1**	**4**	**2**	**3**	**1**
70 =	**10+**	**10+**	**10+**	**10+**	**10+**	**10+**	**10**

أي بنفس المجموع الأول مع اختلاف تسلسل المجاميع الأفقية لأجل التكامل، حيث يكون مجموع كل وجهين متقابلين يساوي **16 + 19 = 35** أو **17 + 18 = 35.**

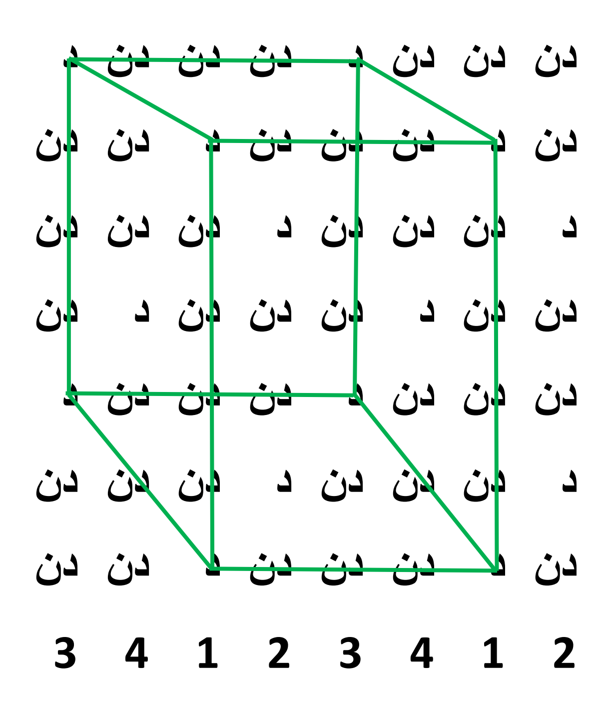
ويتضح من صور البنية الرياضية أن المجاميع الأفقية **(16، 17، 18، 19)** تجتمع في المكعب الذي تتوسطه المقولة **(دن دن دن د دن دن دن)** وهي التي تمثل أعداد شكل الخط كما مرّ بنا. وإن المجاميع الأفقية **(17، 16، 19، 18)** تجتمع في المكعب الذي تتوسطه المقولة **(دن د دن دن دن د دن)** وهي التي تمثل أعداد شكل المستطيل.

أما إذا توسّطت الشكل المقولة التي تمثل أعداد شكل المثلث وهي **(د دن دن دن د دن دن)** فلا يكون الشكل منتظماً، وتكون هذه المجاميع كما يلي **(17، 18، 19، 16)** وأما كما يلي **(18، 17، 16، 19)** في الشكلين الآخرين.

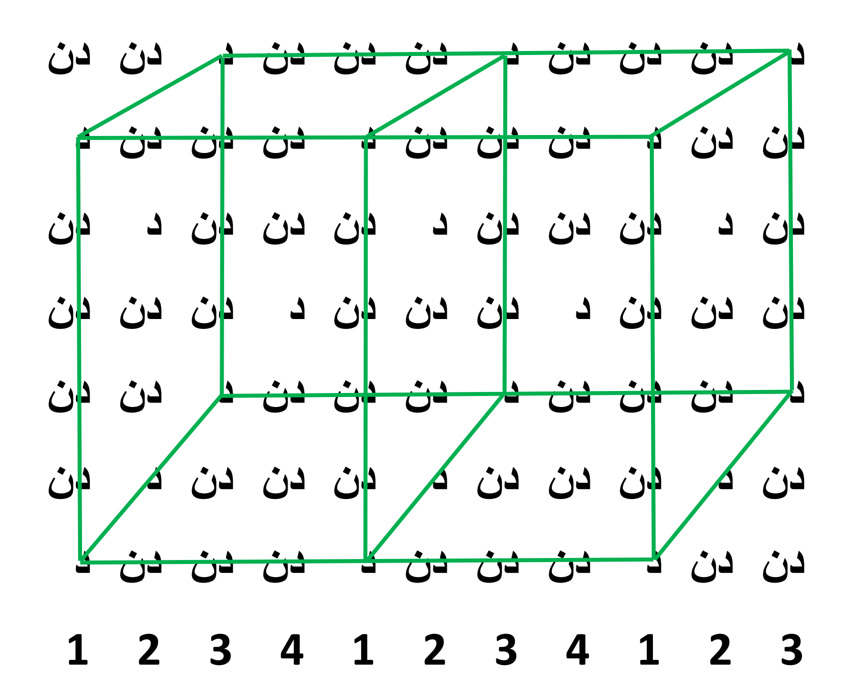
ومن هذه المجاميع يستدل على انتظام الشكل الأول للمكان المتعدد الأبعاد بالمرجع الواحد المتمثل بالمتغير الأوسط **(د).**

مضاعفة المكعب

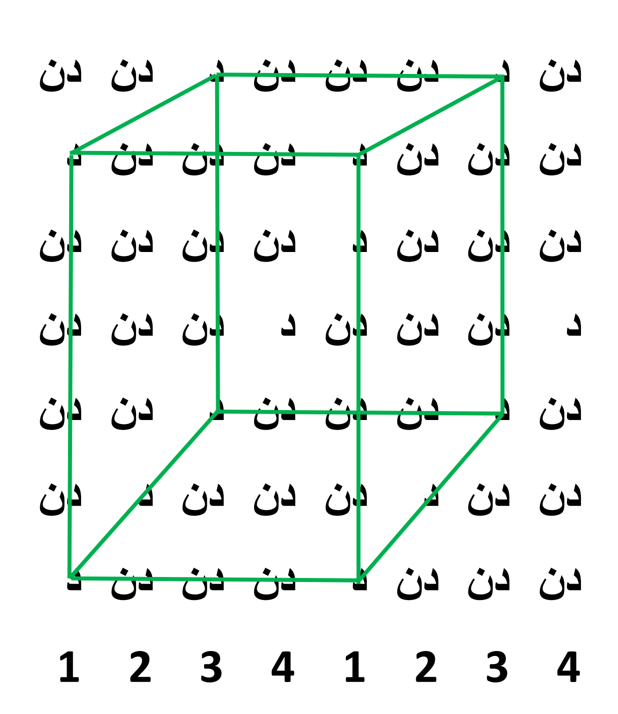
لغرض تقسيم المكعب التالي إلى مكعبين فإننا نضيف العمود الثامن حسب التسلسل العددي من جهة اليسار أو اليمين كما يلي:



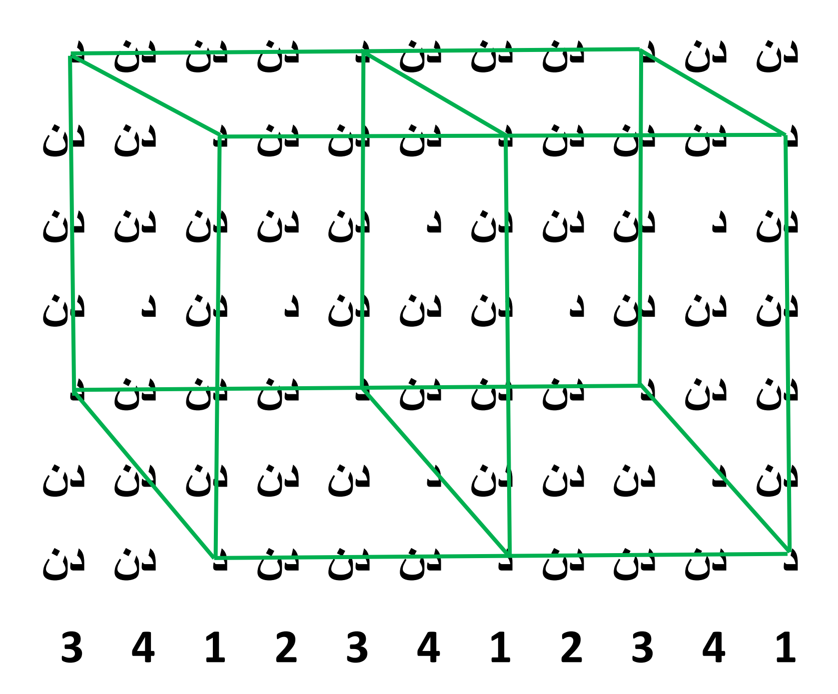
وبدوران هذا المكعب نحصل على المكعبين التاليين:



ولو أردنا قسمة المكعب التالي إلى مكعبين فإننا نضيف العمود الثامن حسب التسلسل العددي من جهة اليسار أو اليمين كما يلي:

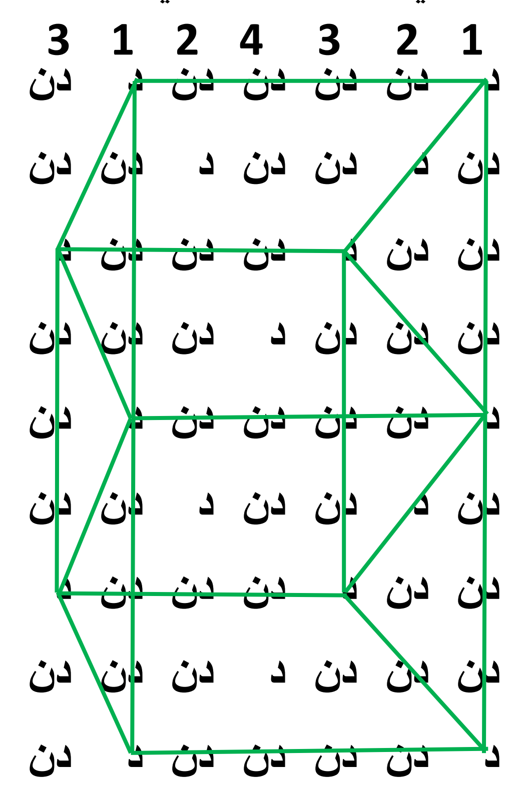


وبدوران هذا المكعب نحصل على المكعبين التاليين:



فباستدارة المكعب حول نفسه للحصول على مكعبين يمكن الاكتفاء بأعداد ثمانية لأن المكعب الأول يقع وسط المكعبين الأولين والمكعب الثاني يقع وسط الأخيرين، كما مرّ بنا في حالة الجمع بينهما.

وعلى ذلك إذا جمعنا بين شكلي المكعبين كما في الشكل التالي:



فإننا نحصل على ما يسمى بمضاعفة المكعب لأن الأول يبدأ بشكل الخط من الأعلى ويقابله شكل المعين من الأسفل، وأمّا الثاني فيبدأ بشكل المستطيل من الأعلى يقابله شكل المربع من الأسفل.

نظرية التقاء المتوازيين

توضيحاً لهذه النظرية نرسم البنية الرياضية بشكلها التالي:

2 دن د دن دن دن دن د 1

4 دن دن دن د دن دن دن 4

1 د دن دن دن د دن دن 3

3 دن دن د دن دن د دن 2

2 دن د دن دن دن دن د 1

4 دن دن دن د دن دن دن 4

1 د دن دن دن د دن دن 3

3 دن دن د دن دن د دن 2

حيث نجد أن قطر المعين **(4231)** من اليسار يساوي ويوازي الخط المستقيم **(1234)** من اليمين، فطول كل منهما يساوي ثلاث وحدات مائلة.

وبدوران البنية حول نفسها يتلاقى هذان الخطان في خط مستقيم واحد كما في الشكل التالي الذي يعبر عن نفس الأشكال ونواحي الجاذبية في المجالات الهندسية بين الأشكال الثابتة الأركان:

1 د دن دن دن د دن دن 3

3 دن دن د دن دن د دن 2

2 دن د دن دن دن دن د 1

4 دن دن دن د دن دن دن 4

1 د دن دن دن د دن دن 3

3 دن دن د دن دن د دن 2

2 دن د دن دن دن دن د 1

4 دن دن دن د دن دن دن 4

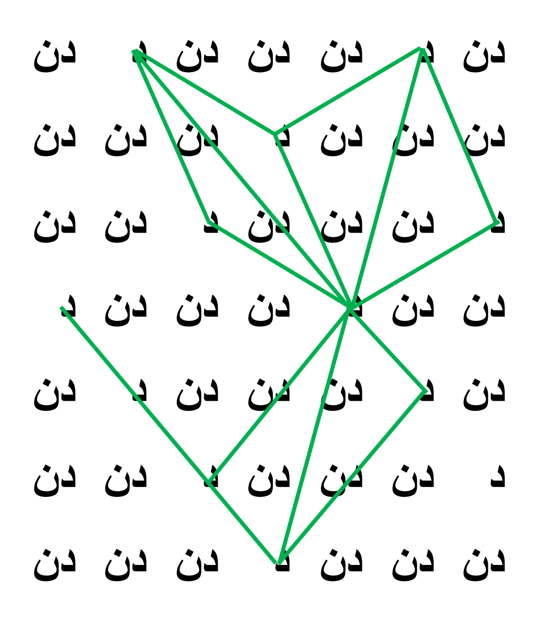
حيث نجد أن الخط **(4321)** قد ابتعد إلى الأسفل، وإن المعين **(4231)** قد ابتعد إلى الأعلى بالنسبة للخط المستقيم المذكور، فتلاقى قطر المعين مع طول الخط. وعليه فإن المعين الأول هو نفس المعين الثاني **(4231)**، وإن الخط الأول هو نفس الخط الثاني **(4321)**، ولكن دوران الشكل على وجه التجسيم أدّى إلى اختلاف الوضع بالنسبة لمكان الشاهد من الوضعين، حيث يسهل الجمع بينهما كما مرّ بنا سابقاً.

وحيث أن ذلك لا يختص بهذين الحدثين، وإن ما يترتب عليهما من النسبية العمومية لا يحد باستنتاج، وإنما هناك استنتاجات أخر يتحرّاها أهل الاختصاص، فقد اقتصرنا على هذا المثال لتبيان أهمية الأحداث في دراسة البنية الرياضية من حيث العلاقات، وبالأخص جاذبية المجالات الهندسية.

ولأجل التمييز بين صور البنية الرياضية الأربع وتوضيح وقائع الأحداث في كل منهما، فإننا لو اتخذنا أشكال المربع والمعين والخط والمستطيل أساساً لهذا الإيضاح بغض النظر عن الأشكال الأخرى فإننا نجد:

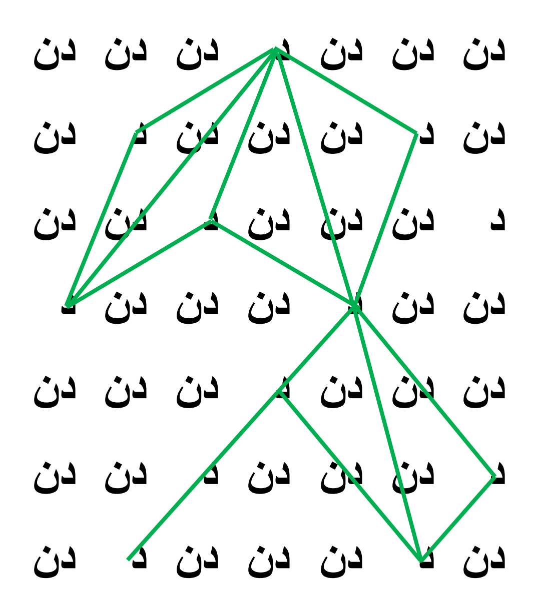
- إن المربع والمستطيل يتلاقيان في نقطة واحدة في كل ثلاث من هذه الصور.
- وإن المعين والمستطيل يتلاقيان في نقطة واحدة في كل ثلاث من هذه الصور.
- وإن الخط والمربع يتلاقيان في نقطة واحدة في كل ثلاث من هذه الصور.
- وإن الخط والمعين يتلاقيان في نقطة واحدة من إحدى هذه الصور.
- وإنهما يتلاقيان حينما يكون كل منهما في أول الصورة على وجه التقابل.

بينما يحصل التباعد بين المعين والمستطيل أو المستطيل والمربع أو المربع والخط حينما يكون كل منهما في أول الصورة على وجه التقابل. ولإيضاح ذلك نجد الصورة التالية:



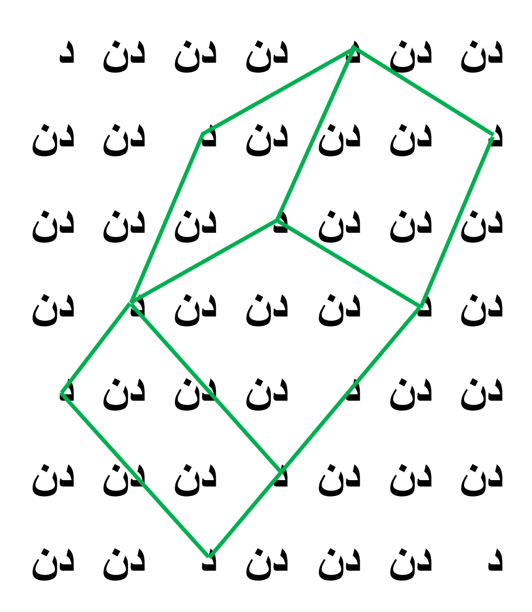
إن الاتصال بين المربع والمعين والمستطيل يتم في نقطة واحدة من هذه الصورة، بينما يبتعد الخط عن المربع حيث يكون كل منهما في أول الصورة.

بينما نجد من الصورة التالية:



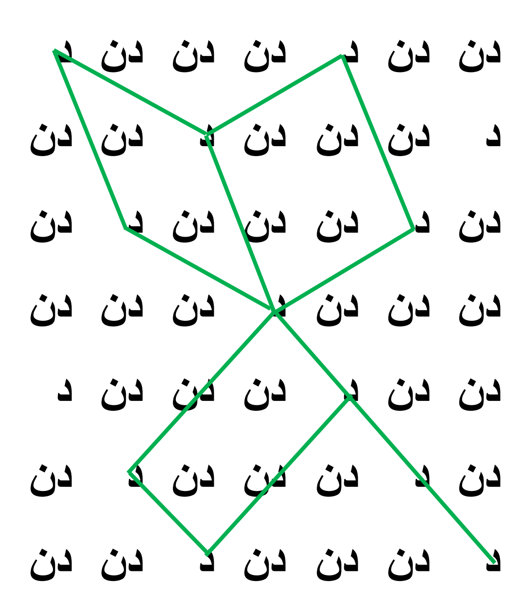
إن الاتصال بين المربع والمستطيل والخط يتم في نقطة واحدة منها، بينما يبتعد المعين عن المستطيل حيث يكون كل منهما في أول الصورة على وجه التقابل.

بينما نجد من الصورة التالية:



إن المربع يلتقي بالخط في نقطة واحدة، وإن المعين يلتقي بالمستطيل أخرى، بينما يبتعد المستطيل عن المربع حيث يكون كل منهما في أول الصورة.

أمّا في الصورة التالية:



فإن جميع الأشكال تلتقي في نقطة واحدة من الصورة، ويلتقي المعين مع الخط حينما يكون كل منهما في أول الصورة وهو الالتقاء الوحيد بينهما من بين الصور الأربع.

ومن ذلك نستدل على تبدل مواقع الأحداث عند الدوران وتغير العلاقات بين البعض والبعض الآخر.

تميّز نسب الفئات

حيث أن مجموع كل عددين متجاورين أو متقابلين من الفئات الثلاث

3 1   **3 1**   **3 2** يكون إمّا **3**، **7** أو **5**، **5** أو **4**، **6** كما مرّ بنا سابقاً، فيكون
2 4   **4 2**   **4 1**

تقسيم هذه النسب بين الفئات العددية من حيث التشابه والتكامل والاختلاف كما يلي:

أولاً: لمّا كان مجموع كل عددين متقابلين من الأعداد الأربعة للفئة الترتيبية

1 2 يساوي **4**، **6**، فيكون مجموع كل عددين على وجه التناوب من الأعداد
3 4
التالية: **(3214321)** يساوي **4**، **6**.

ولمّا كان مجموع كل عددين متقابلين من الأعداد الأربعة للفئة الموسيقية **1 3**
2 4
يساوي **3**، **7**، فيكون مجموع كل عددين على وجه التناوب من الأعداد التالية:

(1324132) يساوي **3**، **7**.

ولمّا كان مجموع كل عددين متقابلين من الأعداد الأربعة من الفئة التأليفية **1 3**
4 2
يساوي **5**، **5**، فيكون مجموع كل عددين على وجه التناوب من الأعداد التالية:

(2134213) يساوي **5**، **5**.

وهذا ما يميّز بين الفئات الثلاث المار ذكرها.

ثانياً: إن مجموع كل عددين متجاورين في كل جانب من الأوجه المتناقضة التالية من المثلث والمنحرف المتناقض:

4 1 3 2
1 4 2 3
3 2 1 4
2 3 4 1

يساوي **(5، 5)**

وإن مجموع كل عددين على وجه التناوب من الأوجه المتعاكسة التالية من المنحرف المتعاكس والمنشور:

4 2 1 3
2 1 3 4
1 3 4 2
3 4 2 1

يساوي **(5، 5)**

وإن مجموع كل عددين في وسط الأوجه المتضادة أو من جانبيها والتي تمثل المعين والمربع والخط والمستطيل كما يلي:

4 2 3 1
2 4 1 3
4 3 2 1
2 1 4 3

يساوي **(5، 5)**

وهذا ما يميّز بين هذه الفئات الثلاث.

ثالثاً: إن مجموع كل عددين متجاورين من جانبي كل وجه من الأوجه التالية للمربع والمعين والمنحرف المتعاكس:

2 4 1 3
4 2 3 1
1 3 4 2
3 1 2 4

يساوي **(6 4)**

وإن مجموع كل عددين متجاورين من جانبي كل وجه من الأوجه التالية للخط والمستطيل والمنشور:

4 3 2 1
3 4 1 2
1 2 4 3 يساوي **(3، 7)**
2 1 3 4

وإن مجموع كل عددين متجاورين من جانبي كل وجه من الأوجه التالية للمنحرف المتناقض والمثلث:

4 1 3 2
1 4 2 3
2 3 4 1 يساوي **(5، 5)**
3 2 1 4

وهذا ما يميّز بين الفئات الثلاث هذه.

فعلى ذلك تكون النسب المتشابهة من حيث أمكنة الجمع بين كل عددين من كل من الأوجه المذكورة كما يلي:

الجمع	**من الوسط والجانبين**	**الجمع المتناوب**	**الجمع بين الجانبين**
الخط	**5، 5**	**4، 6**	**3، 7**
المستطيل	**5، 5**	**4، 6**	**3، 7**
المعين	**5، 5**	**3، 7**	**4، 6**
المربع	**5، 5**	**3، 7**	**4، 6**
المثلث	**3، 7**	**4، 6**	**5، 5**
المنحرف المتناقض	**4، 6**	**3، 7**	**5، 5**

المنشور 4، 6 5، 5 3، 7

المنحرف المتعاكس 3، 7 5، 5 4، 6

وعليه فإن المثلث يختلف كلياً عن المعين والمربع والمنشور، وإن المنشور يختلف كلياً عن المعين والمربع والمثلث.

وإن المنحرف المتعاكس يختلف كلياً عن الخط والمستطيل والمنحرف المتناقض، وإن المنحرف المتناقض يختلف كلياً عن الخط والمستطيل والمنحرف المتعاكس،

ولابد من التشابه في التركيب بين كل وجهين آخرين.

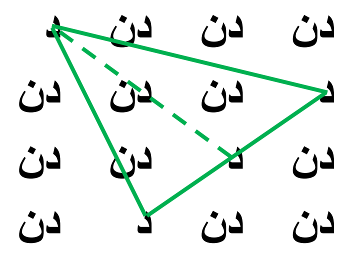
وعلى هذا فإن العلاقات بين الفئات المار ذكرها تمثل في (أولاً) علاقة التولد في كل فئة من الفئات الثلاث، وتمثل في (ثانياً) علاقة التضييف بين التضاد والتناقض والتعاكس من هذه الفئات. وتمثل في (ثالثاً) علاقات الانسجام بين الفئات الثلاث كما هي في تراكيب البنية الرياضية.

ومن مجموع هذه العلاقات يتضح صحة إثبات تركيب البنية الرياضية وعدد الأشكال والأوجه التي تتألف منها بحيث لا تزيد على **12** شكلاً أصلياً في **49** نقرة ما بين متغير وثابت من أصوات الدندنة بالنسب الثابتة من حيث هذه العلاقات المتمثلة فيما يلي:

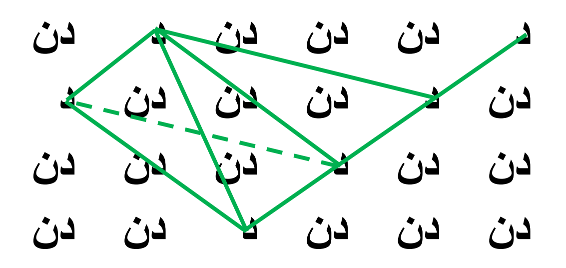
3 1 2 4 3 2 1
2 4 1 3 2 1 4
1 3 4 2 1 4 3
4 2 3 1 4 3 2

تكافؤ الأبعاد

مرّ بنا أن مجموع مربعات أبعاد كل من الأشكال الهندسية السبعة يساوي **40** فالمثلث التالي مثلاً:

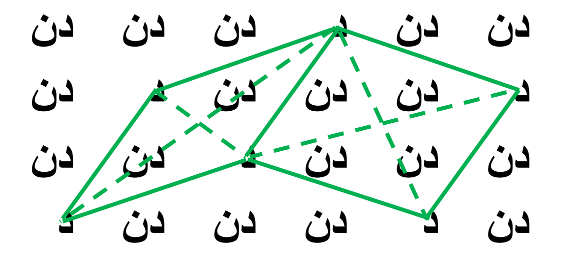


له ستة أبعاد مربع كل منها يساوي **(2، 2، 8، 8، 10، 10)**. وحيث أن كلاً من الخط والمستطيل يتولد من أحد جانبي المثلث كما يلي:



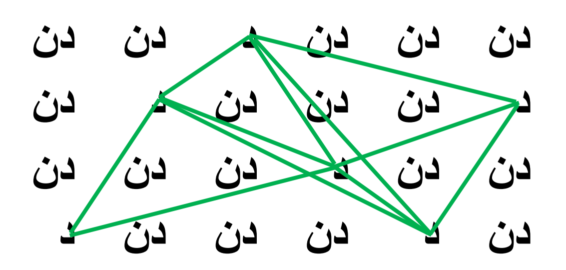
فيكون مجموع أبعاد هذه الأشكال يساوي **12** بعداً، ومجموع مربعاتها يساوي **88.**

وحيث أن كلاً من المربع والمعين يتولد من أحد جانبي المنحرف كما يلي:

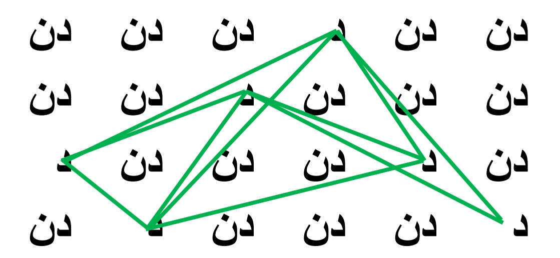


فيكون مجموع أبعاد هذه الأشكال يساوي **12** بعداً، ومجموع مربعاتها تساوي **88.**

وحيث أن المنشور يتولد منحرفاً من كل من جانبيه كما يلي:



وإن المنحرف يولّد منشوراً من كل من جانبيه كما يلي:



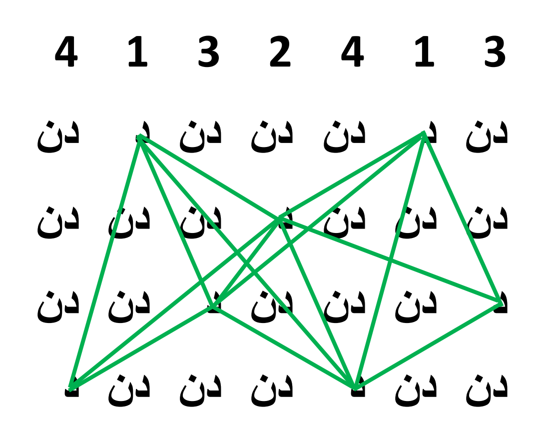
فيكون مجموع الأبعاد في كل من هذين الشكلين يساوي **12** بعداً، ومجموع مربعاتها تساوي **88.**

وعلى هذا تكون أبعاد كل من الفئات الثلاث متكافئة من حيث العدد ومن حيث مربعات الأبعاد.

وعلى ذلك نجد من الصورة التالية للبنية الرياضية التي تمثل المكعب التام:

1	**3**	**2**	**4**	**1**	**3**	**2**
د	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**
دن	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**
دن	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**
دن	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**
د	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**
دن	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**
دن	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**

أنها تدمج بين مجموع أبعاد الفئات الثلاثة البالغة **36** بعداً من أضلاع الأشكال الهندسية السبعة وأقطارها. ويكون فيها مجموع أبعاد كل من الفئات الثلاث بأعدادها السبعة يمثل **15** بعداً من حيث الأساس كما يلي على سبيل المثال:



تغير المكان والزمان

ذكرنا أن البنية تتألف من زمان ومكان، وحركة وسكون، وهندسة وأعداد...الخ، وأن مواقع الأطوال قد تتغير بتغير الأحوال، وأن المسافات بين الوحدات المائلة تختلف عن الوحدات القياسية، وإن المستقيمات قد تتحول إلى منحنيات عند الدوران، كما وأن الأبعاد قد تتساوى بالأطوال وتختلف بالأحوال.

فمثلاً إن **$7^2 + 1^2 = 50$**، وإن **$(3^2 + 4^2) \times 2 = 50$** أي تساوي **5** وحدات مائلة، وإن **$3^2 + 4^2 = 25$** أي تساوي **5** وحدات قياسية.

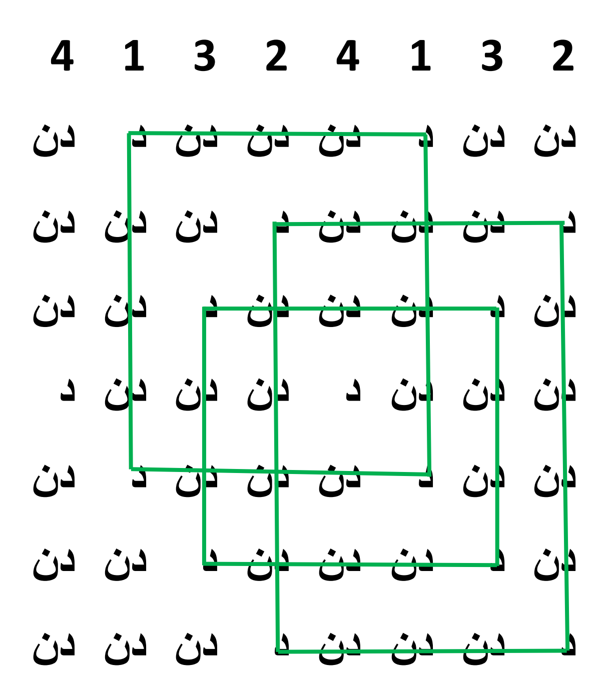
فمن النظر إلى الشكل التالي:

1	4	3	2	1	4	3	2
أ د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن
دن	دن	دن	د ج	دن	دن	دن	ه د
دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن
دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن
دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د
ب د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن
دن	دن	و د	دن	دن	دن	د	دن

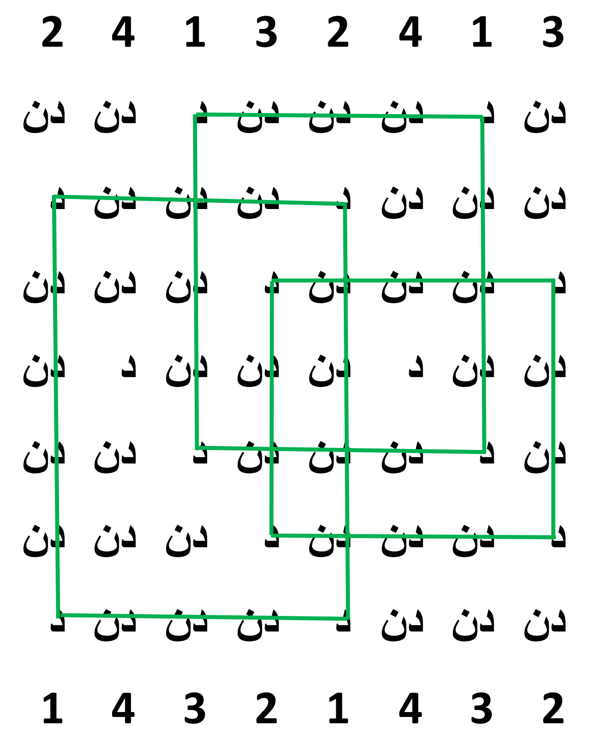
نجد أن المسافة بين **(ه أ)** تساوي المسافة بين **(ه و)** وهي خمس وحدات مائلة، ولكن الأولى تساوي **$7^2 + 1^2 = 50$**.

وإن المسافة بين **(ج ب)** هي نفس المسافة بين **(أ ب)** وتساوي $\mathbf{3^2 + 4^2 = 25}$.

ولو نظرنا إلى البنية التالية لوجدنا أن المستطيل الصغير يقع بين المستطيل الكبير والمربع:

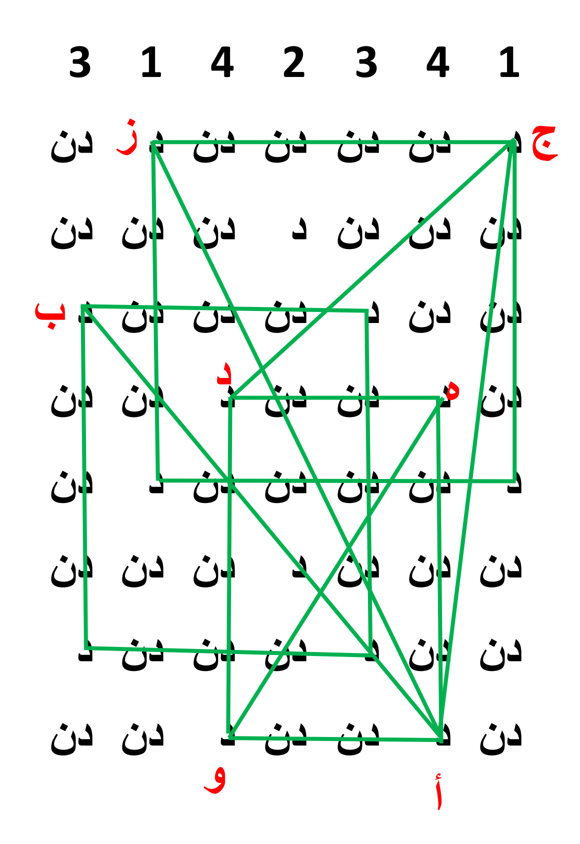


وبدوران البنية حول نفسها نجد من الشكل التالي أن المربع قد أصبح بين المستطيلين:



حيث نجد أن البعد بين **(ب ج)** يساوي قطر المستطيل الكبير **(أ ب)**، والبعد بين **(ه ز)** يساوي قطر المستطيل الصغير **(ه و)**، كما يساوي ضلع المستطيل الكبير **(د ب)** والبعد بين **(ه ك)** يساوي خمس وحدات مائلة.

أمّا في الشكل التالي:



حيث تغير موقع المربع من الأمام إلى الوسط، وتغير موقع المستطيل من الوسط إلى الأمام، عمّا هي عليه في الشكل السابق، لذا فإن هذه الأبعاد قد تغيرت مواقعها. فالبعد **(ج أ)** مثلاً يساوي طول **(أ ب)**، والبعد **(ج د)** يساوي طول **(ه و)** كما يساوي **(ج ز)**، وإن البعد بين ركني المستطيل الكبير والمستطيل الصغير **(أ ز)** قد أصبح $7^2 + 4^2 = 65$.

وهذه النسب بين أركان هذه المربعات الثلاثة إذن تمثل كثيراً من التغيرات، حيث تختلف هذه الأبعاد من حيث الزمن باختلاف المواضع بالنسبة للأحداث الجارية عليها. فالمسافة إذن تتألف من بعد ومن زمن، فزمن الحركات يختلف باختلاف المواضع بالرغم من تماثل الأبعاد، وعليه فإن المسافة التي قد تمثل بعداً قد تختلف عن المسافة التي تمثل نفس البعد.

بين التناظر والتنافر

لاحظنا سابقاً أن البنية الرياضية إذا بدأت بالخط من جهة وانتهت بالمعين من الجهة الأخرى، فإنها تؤلف مكعباً. وإذا بدأت بالمستطيل من جهة وانتهت بالمربع من الجهة الأخرى، فإنها تؤلف مكعباً مشابهاً للأول. علماً بأن طول قطر المربع يساوي طول قطر المستطيل، وإن طول القطر الأول للمعين يساوي طول الخط.

فإذا قمنا بتوليد الأعداد التي تتألف منها كل صورة من صور البنية الأربع، فإننا نجد من توليد أعداد البنية التالية من الأعلى إلى الأسفل كما يلي:

3	**1**	**2**	**4**	**3**	**2**	**1**
2	**4**	**1**	**3**	**2**	**1**	**4**
1	**3**	**4**	**2**	**1**	**4**	**3**
4	**2**	**3**	**1**	**4**	**3**	**2**

إن الأرقام الكائنة في الأركان الأربعة من هذه المجموعة تمثل أعداد الفئة التأليفية **1 3** ويتوسط هذه المجموعة عمودياً العدد **1234** الذي يمثل شكل الخط، فهي
2 4
البنية التأليفية التي تشكل المكعب الأول الذي تتوسطه المقولة:

دن دن دن د دن دن دن

1 2 3 4

ومن تولد هذه الأعداد بدءاً من العدد الذي يلي الأعداد الأولى كما يلي:

2	**4**	**1**	**3**	**2**	**1**	**4**
1	**3**	**4**	**2**	**1**	**4**	**3**
4	**2**	**3**	**1**	**4**	**3**	**2**
3	**1**	**2**	**4**	**3**	**2**	**1**

نجد أن الأرقام الكائنة في الأركان الأربعة من هذه المجموعة تمثل أعداد الفئة الموسيقية **1 3** ويتوسط هذه المجموعة عمودياً العدد **4123** الذي يمثل شكل
2 4
المثلث، وعليه فإن هذه البنية تتوسطها المقولة:

دن دن د دن دن دن د

4 1 2 3

وأنها لا تشكل مربعاً كاملاً كما مرّ بنا.

وبتوليد الأعداد من الصف الثالث منها كما يلي:

1	**3**	**4**	**2**	**1**	**4**	**3**
4	**2**	**3**	**1**	**4**	**3**	**2**
3	**1**	**2**	**4**	**3**	**2**	**1**
2	**4**	**1**	**3**	**2**	**1**	**4**

نجد أن الأرقام الكائنة في الأركان الأربعة من هذه المجموعة تمثل أعداد الفئة التأليفية **3 1** ويتوسط هذه المجموعة عمودياً العدد **3412**، وعليه فإن هذه البنية
2 4
التأليفية هي التي تشكل المكعب الذي تتوسطه المقولة:

دن د دن دن د دن دن

3 4 1 2

وبتوليد الأعداد من الصف الرابع كما يلي:

4 2 3 1 4 3 2

3 1 2 4 3 2 1

2 4 1 3 2 1 4

1 3 4 2 1 4 3

نجد أن الأرقام الكائنة في الأركان الأربعة من هذه المجموعة تمثل أعداد الفئة الموسيقية **1 3** **2 4** ويتوسط هذه المجموعة عمودياً العدد **2341** الذي يمثل شكل المثلث، وعليه فإن هذه البنية تتوسطها المقولة:

د دن دن دن د دن دن

2 3 4 1

لا تؤلف مكعباً تاماً كما مرّ بنا.

وعليه يكون مجموع الأعداد التي تمثل هذه الصور الأربع من البنية كما يلي:

<u>مجموع العدد</u>

16 = 3 1 2 4 3 2 1

17 = 2 4 1 3 2 1 4

18 = 1 3 4 2 1 4 3

19 = 4 2 3 1 4 3 2

16 = 3 1 2 4 3 2 1

17 = 2 4 1 3 2 1 4

18 = 1 3 4 2 1 4 3

وعلى هذا الأساس فإن استخراج الصورة الأولى يكون من توليد العدد الذي وسطه الرقم **4** وهو العدد **3124321** ومجموعه **16.**

واستخراج الصورة الثانية يكون من توليد العدد الذي وسطه الرقم **3** وهو العدد **2413214** ومجموعه **17.**

واستخراج الصورة الثالثة يكون من توليد العدد الذي وسطه الرقم **2** وهو العدد **1342143** ومجموعه **18.**

واستخراج الصورة الرابعة يكون من توليد العدد الذي وسطه الرقم **1** وهو العدد **4231432** ومجموعه **19.**

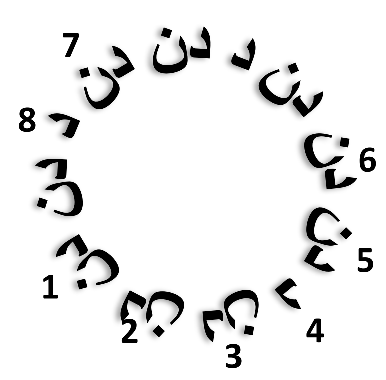
أبعاد البنية الاسطوانية

لو نظرنا إلى الأعمدة التي تتألف منها البنية الرياضية أفقياً وعمودياً لوجدناها كما يلي:

1	2	3	4	5	6	7	8
دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د
دن	دن	ن	دن	دن	د	د	دن
دن	د	دن	دن	د	دن	دن	دن
د	دن	دن	دن	دن	دن	دن	دن
دن	دن	دن	د	دن	د	دن	دن
دن	دن	د	دن	د	دن	دن	د
دن	د	دن	دن	دن	دن	د	دن

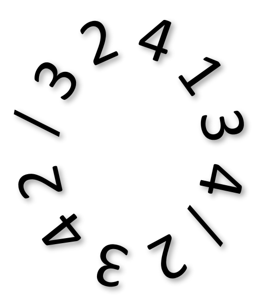
ولو جمعنا بين هذه الأعمدة في دائرة واحدة بأقل عدد ممكن من النقرات لوجدنا مرجعها الأساس هو دائرة المشتبه التي تضم هذه الأعمدة باتجاه عقرب الساعة كما يلي:

أو بعكس اتجاه عقرب الساعة كما يلي:



وبذلك يكون أساس البنية اللغوية وأساس البنية الرياضية هو هذه الدائرة المكونة من **12** نقرة، منها ثلاث نقرات متغيرة **(د)**، بين كل إثنين منها **(2، 3، 4)** نقرات ثابتة **(دن)**، أي نقرتان وثلاث نقرات وأربع نقرات بين هذه المتغيرات.

وحيث أن البنية الأسطوانية المتمثلة بالأعداد **2413 4213 34123** تبدأ بالمربع وتنتهي بالمستطيل، وإن البنية المتمثلة بالأعداد **4213 2431 12341** تبدأ بالمعين وتنتهي بالخط. وعليه فالمعين يتناظر مع الخط لأن كل منهما يبدأ بالواحد وينتهي بالعدد **4**، والمربع يتناظر مع المستطيل لأن كل منهما يبدأ بالعدد **3** وينتهي بالعدد **2**. وحيث ذكرنا أن الدائرة الأساس تتكون من **12** نقرة، فإننا لو وضعنا متسلسلة أعداد البنية الأولى مثلاً على شكل دائرة كما يلي:



لكانت شبيهة بالدائرة الأولى، دائرة المشتبه لأوزان الشعر، من حيث النسب بين المتغيرات والثوابت.

ولو قمنا بتوليد هذه الأعداد عمودياً على سبيل المثال كما يلي:

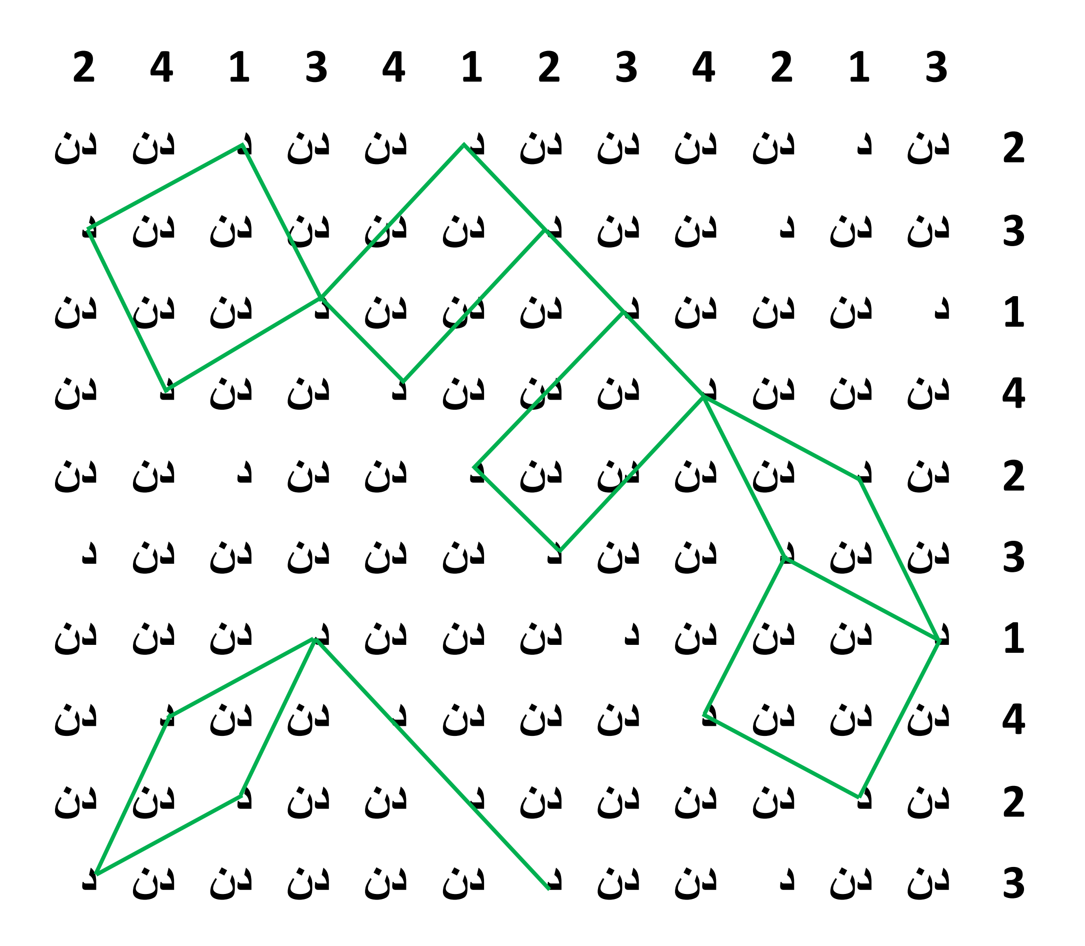
2 4 1 3 4 1 2 3 4 2 1 3

1 3 4 2 3 4 1 2 3 1 4 2

4 2 3 1 2 3 4 1 2 4 3 1

3 1 2 4 1 2 3 4 1 3 2 4

ثم قمنا بدندنة هذه الأعداد حسب توليدها كما يلي:



فإننا نجد من هذا الشكل للبنية الأسطوانية، إن البنية السباعية التي تقع في جهة اليمين هي البنية الرياضية **1234213** والتي تبدأ بالخط من جهة وتنتهي بالمعين من الجهة الأخرى، وهي التي تنتقل عمودياً إلى صورها الثلاث الأخرى حسب التسلسل، تقع ضمن هذه المتسلسلة.

كما تقع مجتمعة وإياها من جهة اليسار المتسلسلة **2413412** والتي يتقابل فيها المستطيل بالمربع، والخط بالمعين، وبذلك تتوضح أهمية البنية الأسطوانية، ويتوضح جميع ما مرّ ذكره سابقاً.

ولا شك أن دوران هذه البنية حول نفسها أفقياً يكشف الكثير من الاحتمالات الأخرى. فلو وضعنا هذه البنية على التسلسل التالي مثلاً:

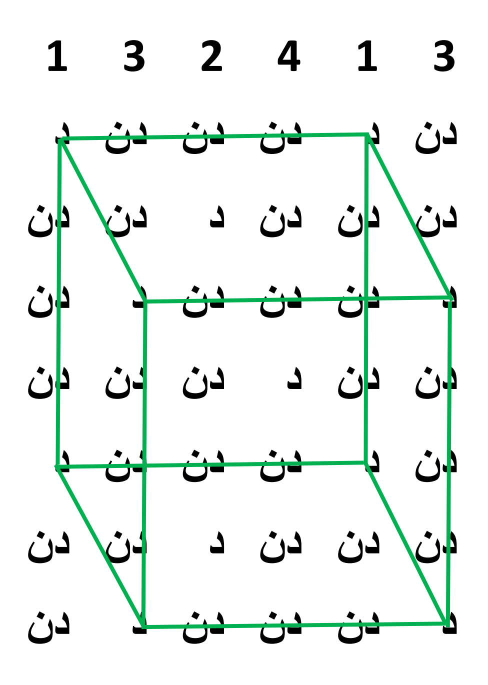
3	**4**	**1**	**2**	**3**	**4**	**2**	**1**	**3**	**2**	**4**	**1**	**3**
دن	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**
دن	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**
د	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**
دن	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**
دن	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**
دن	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**
د	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**د**

نجد أن الأعداد الستة الأولى **132413** تمثل المتسلسلة الموسيقية.
423142

وإن الأعداد الخمسة الوسط **34213** تمثل المتسلسلة التأليفية.
21342

وإن الأعداد الستة الأخيرة **341234** تمثل المتسلسلة الترتيبية.
214321

فمن الأعداد الستة الأولى مثلاً نحصل على الصورة التالية:



أوصاف زوايا المثلث

حيث ثبت إمكانية استخراج أضلاع المثلث من العدد الذي يمثله، لذا يمكن معرفة أنواع زواياه تبعاً لذلك من العدد نفسه لأنه:

إذا كان مربع الضلع الأطول أكبر من مجموع مربعي الضلعين الآخرين فالمثلث منفرج الزاوية.

وإذا كان مربع الضلع الأطول أصغر من مجموع مربعي الضلعين الآخرين فالمثلث حاد الزاوية.

وإذا كان مربع الضلع الأطول مساوياً لمجموع مربعي الضلعين الآخرين فالمثلث قائم الزاوية.

وإذا كان المثلث متساوي الساقين ومربع الضلع الثالث أصغر من مجموع مربعيهما فالمثلث حاد الزاوية.

وعليه فإن مثلث العدد **421** منفرج الزاوية لأن مربعات أضلاعه تساوي **2**، **5**، **10.** ومثلث العدد **4031** منفرج الزاوية لأن مربعات أضلاعه تساوي **5**، **5**، **18.** فالأول مختلف الأضلاع والثاني متساوي الساقين.

ومثلث العدد **4013** حاد الزاوية لأن مربعات أضلاعه تساوي **5**، **10**، **13.** ومثلث العدد **231** حاد الزاوية لأن مربعات أضلاعه تساوي **5**، **5**، **2.** فالأول مختلف الأضلاع والثاني متساوي الساقين.

ومثلث العدد **412** قائم الزاوية لأن مربعات أضلاعه تساوي **2**، **8**، **10.**

ومثلث العدد **413** قائم الزاوية لأن مربعات أضلاعه تساوي **5**، **5**، **10.** فالأول مختلف الأضلاع والثاني متساوي الساقين.

فالمثلثات المختلفة الأضلاع السابقة هي كما يلي:

4	2	1
دن	دن	د
دن	د	دن
دن	دن	دن
د	دن	دن
1	3	4

4	0	1	3
دن	دن	د	دن
دن	دن	دن	دن
دن	دن	دن	د
د	دن	دن	دن
1	0	4	2

4	1	2
دن	د	دن
دن	دن	د
دن	دن	دن
د	دن	دن
1	4	3

فالأول والثاني يمثلان شبه المنحرف والثالث يمثل نصف المستطيل.

والمثلثات المتساوية الساقين السابقة هي كما يلي:

4	0	3	1
دن	دن	دن	د
دن	دن	دن	دن
دن	دن	د	دن
د	دن	دن	دن
1	0	2	4

2	3	1
دن	دن	د
د	دن	دن
دن	د	دن
دن	دن	دن
3	2	4

4	1	3
دن	د	دن
دن	دن	دن
دن	دن	د
د	دن	دن
1	4	2

فالأول أو الثاني يمثل نصف المعين والثالث نصف المربع.

وحيث أن مربعات أضلاع القائمتين **413**، **341** يكون كما يلي:

.10 = 5 + 5 = 413

.10 = 8 + 2 = 341

فوترهما المشترك **(10)** وهو قطر الشكل **3413.** وإن مربعات أطوال المنفرجتين **175**، **517** تكون كما يلي: **52 = 37 + 20 + 5 = 175**

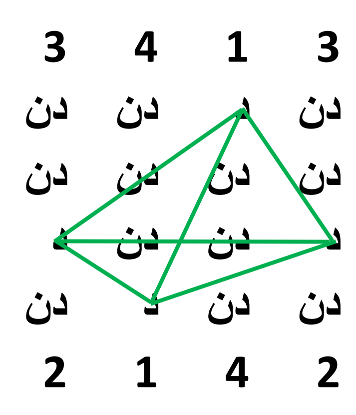
52 = 37 + 17 + 8 = 517

فضلعهما المشترك **(37)** وهو قطر الشكل **5175.** وإن مربعات أطوال المنفرجتين **613**، **361** تكون كما يلي: **44 = 26 + 13 + 5 = 613**

44 = 26 + 10 + 8 = 361

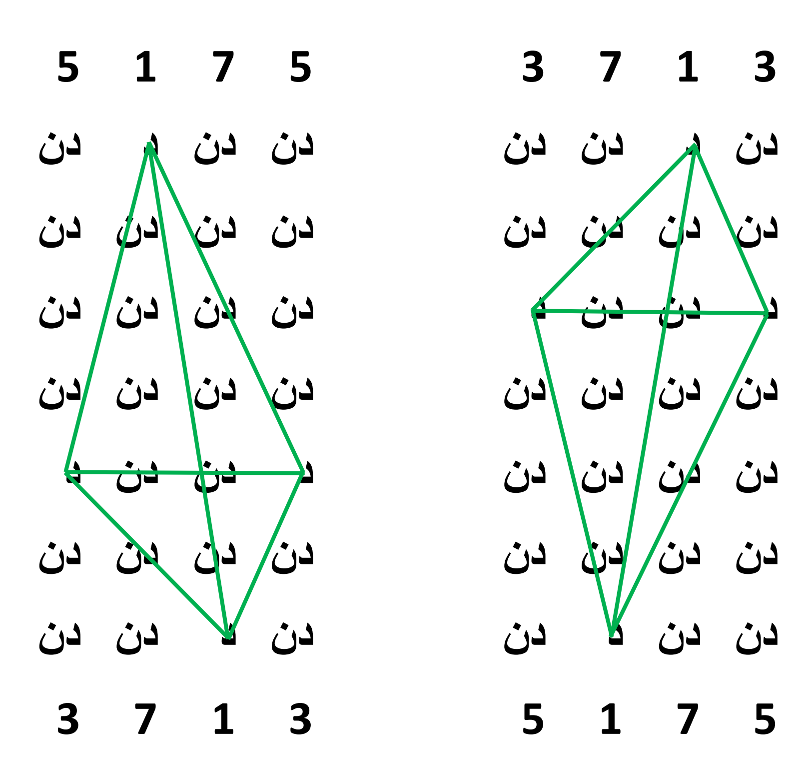
فضلعهما المشترك **(26)** وهو قطر الشكل **3613.**

وعليه لو رسمنا الشكل التالي للعدد **3413** كما يلي:



نجد أنه يتألف من مثلث قائم الزاوية متساوي الساقين، ومثلث قائم الزاوية مختلف الأضلاع، ومثلث حاد الزوايا مختلف الأضلاع، ومثلث منفرج الزاوية مختلف الأضلاع.

ولو رسمنا الشكلين التاليين:



نجد أنهما يتألفان من مثلث حاد الزوايا مختلف الأضلاع أو مثلث منفرج الزاوية مختلف الأضلاع...الخ، مما يظهر تحكم العدد في الإلمام بأوصاف زوايا المثلثات، بل وربما في تعيين درجة كل منهما دون الاستعانة بقياس آخر.

ولما كان العدد هو رمز يتألف من مقطع صوتي لذا تكون النسب الرياضية بين أصوات المقولات هي الرموز التي تتحكم في نتائج الرياضيات البحتة مما يثبت أن الأعداد الصرفة قياس كل شيء ولابد إذن أن تتحكم في قياس درجات الزوايا أيضاً.

أوضاع تكامل الأعداد

لو قرأنا أعداد الشكل التالي:

4	1	3	4
دن	د	دن	دن
دن	دن	دن	دن
دن	دن	د	دن
د	دن	دن	د
دن	د	دن	دن
دن	دن	دن	دن
دن	دن	د	دن

عمودياً من الأعلى إلى الأسفل أو من الأسفل إلى الأعلى لكانت كما يلي:

1241 – 4314

2312 – 3243

3423 – 2132

4134 – 1421

حيث نجد أنها تتألف من أربع مجموعات تتكرر في الجانبين، على وجه التضاد أفقياً، وأنها تمثل شكلين هندسيين هما $\frac{4314}{1241}$ ، $\frac{3243}{2312}$.

ولو قرأنا أعداد الشكل التالي:

4　1　2　4

دن　د　دن　دن

دن　دن　د　دن

دن　دن　دن　دن

د　دن　دن　د

دن　د　دن　دن

دن　دن　د　دن

دن　دن　دن　دن

عمودياً من الأعلى إلى الأسفل أو من الأسفل إلى الأعلى لكانت كما يلي:

1341 – 4214

2412 – 3143

3123 – 2432

4234 – 1321

حيث نجد أنها تتألف من ثمان مجموعات متكاملة، تمثل ثلاث أشكال هندسية ولا تتكرر فيها أية مجموع.

ولو قرأنا أعداد الشكل التالي:

2　3　1　4

دن　دن　د　دن

د　دن　دن　دن

دن　د　دن　دن

دن　دن　دن　د

دن　دن　د　دن

د　دن　دن　دن

دن　د　دن　دن

عمودياً من الأعلى إلى الأسفل أو من الأسفل إلى الأعلى لكانت كما يلي:

1423 – 4132

2134 – 3421

3241 – 2314

4312 – 1243

حيث نجد أنها تتألف من أربع مجموعات، تقع مجموعتان منها في كل جانب على وجه التضاد عمودياً، وإنها تمثل شكلين هندسيين كما تمثل اجتماع التعاكس مع التناقض.

ولو قرأنا أعداد الشكلين التاليين:

1	2	3	4		3	1	4	2
د	دن	دن	دن		دن	د	دن	دن
دن	د	دن	دن		دن	دن	دن	د
دن	دن	د	دن		د	دن	دن	دن
دن	دن	دن	د		دن	دن	د	دن
د	دن	دن	دن		دن	د	دن	دن
دن	د	دن	دن		دن	دن	دن	د
دن	دن	د	دن		د	دن	دن	دن

من الأعلى إلى الأسفل أو من الأسفل إلى الأعلى لكانت كما يلي في المجموعة الأولى:

1234 – 4321

2341 – 3214

3412 – 2143

4123 – 1432

وكما يلي في المجموعة الثانية:

3142 – 2413

4213 – 1342

1324 – 4231

2431 – 3124

حيث نجد أن كلاً من القراءتين تتألف من أربع مجموعات تتكرر في الجانبين على وجه التضاد أفقياً، وإنها تمثل ثلاثة أشكال هندسية. وإن المجموعة الأولى تمثل اجتماع التناقض مع التضاد، وإن المجموعة الثانية تمثل اجتماع التعاكس مع التضاد. وعليه فإن تماثل المجموعات في كل الفئات **4321**، **2413**، **2132** ومشتقاتها يكون أفقياً. وإن تماثل المجموعات من الفئة **1423** ومشتقاتها يكون عمودياً.

ولا تكرار أو تماثل في مجموعات الفئة **3123** ومشتقاتها.

كما يلاحظ أن الفئة **2132** ومشتقاتها تختص باستخراج الفئة **4213** ومشتقاتها من كلا الجانبين.

وإن الفئة **3123** ومشتقاتها تختص باستخراج الفئة **4321** ومشتقاتها من كلا الجانبين. والفئة **4312** ومشتقاتها من الجانب الآخر.

وإن أعداد الفئتين **2132** ومشتقاتها و **3123** ومشتقاتها يمكن أن تقرأ من الشكل التالي الذي يجمع بين الفئتين الموسيقية والتأليفية:

3	دن	2	دن	د	دن	2	دن	3
1	د	4	دن	دن	دن	4	د	1
2	دن	1	د	دن	دن	3	دن	4
4	دن	3	دن	دن	د	1	دن	2
3	دن	2	دن	د	دن	2	دن	3
1	د	4	دن	دن	دن	4	د	1
2	دن	1	د	دن	دن	3	دن	4

فمن دوران البنية عمودياً حول نفسها نحصل من العمود الأول الأيمن على الأعداد **2413413**، ومن العمود الثاني الأيمن على الأعداد **1342342**، ومن العمود الأول الأيسر على الأعداد **4213213**، ومن العمود الثاني الأيسر على الأعداد **3142142.**

وعليه فمن توليد الأعداد التالية:

3	2	1	3	2	1
2	1	4	2	1	4
1	4	3	1	4	3
4	3	2	4	3	2

التي يكون مجموع عددي طرفي كل سطر منها يساوي **4** أو **6**، نحصل على المتسلسلة الترتيبية بإضافة الرقم **4** إلى السطر الأول من هذه الأعداد، أو الرقم **3** إلى السطر الثاني من هذه الأعداد، أو الرقم **2** إلى السطر الثالث منها، أو الرقم **4** إلى السطر الرابع منها. فتكون المتسلسلة الأولى على سبيل المثال **3213214** وتساوي عند دورانها **1234123.**

ولو بدأنا السطر الأول من هذه الأعداد من الرقم **2** منها كما يلي **132132** حيث يكون مجموع عددي الطرفين يساوي **3**، وأضفنا إليها الرقم **4**، فإننا نحصل على أعداد المتسلسلة الموسيقية **1321324** والتي تساوي عند الدوران **1324132.**

ولو بدأنا السطر الأول من هذه الأعداد من الرقم **3** منها كما يلي **213213** حيث يكون مجموع عددي الطرفين يساوي **5**، وأضفنا إليها الرقم **4**، فإننا نحصل على أعداد المتسلسلة التأليفية **2132134** والتي تساوي عند الدوران **2134213.**

ولو قمنا بتوليد الأعداد **132132** عمودياً كما يلي:

1	**3**	**2**	**1**	**3**	**2**
د	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**
دن	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**د**
دن	**د**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**
دن	**دن**	**دن**	**دن**	**دن**	**دن**
د	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**دن**
دن	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**د**
دن	**د**	**دن**	**دن**	**د**	**دن**

1	**3**	**2**	**1**	**3**	**2**
4	**2**	**1**	**4**	**2**	**1**
3	**1**	**4**	**3**	**1**	**4**
2	**4**	**3**	**2**	**4**	**3**

نجد أن مجموع عددي طرفي السطر الأول يساوي **3**، **و**مجموع عددي طرفي السطر الثالث يساوي **7**، ومن كل منهما نحصل على المتسلسلة الموسيقية.

وإن مجموع عددي طرفي السطر الثاني أو السطر الرابع يساوي **5**، ومن كل منهما نحصل على المتسلسلة التأليفية. وهو ما ينطبق على توليد المتسلسلة **213213** كما يلي:

2 1 3 2 1 3

1 4 2 1 4 2

4 3 1 4 3 1

3 2 4 3 2 4

فمن السطر الأول أو الثالث نحصل على المتسلسلة التأليفية، ومن السطر الثاني أو الرابع نحصل على المتسلسلة الموسيقية.

وعلى هذا الأساس يكون مجموع عددي طرفي كل من المتسلسلات الترتيبية التالية إما **4** أو **6** كما يلي:

3 2 1 4 3 2 1

4 3 2 1 4 3 2

1 4 3 2 1 4 3

2 1 4 3 2 1 4

وفي المتسلسلات التأليفية التالية يكون **5** كما يلي:

2 1 3 4 2 1 3

4 2 1 3 4 2 1

3 4 2 1 3 4 2

1 3 4 2 1 3 4

وفي المتسلسلات الموسيقية التالية يكون إما **3 أو 7** كما يلي:

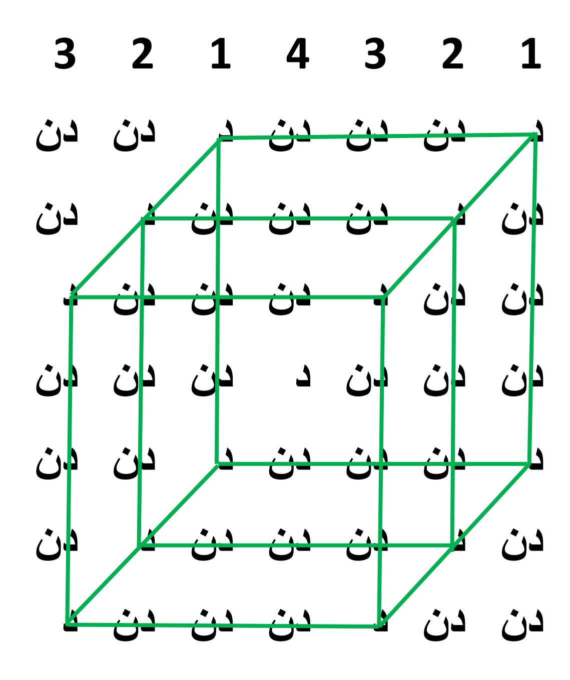
4 1 3 2 4 1 3

2 4 1 3 2 4 1

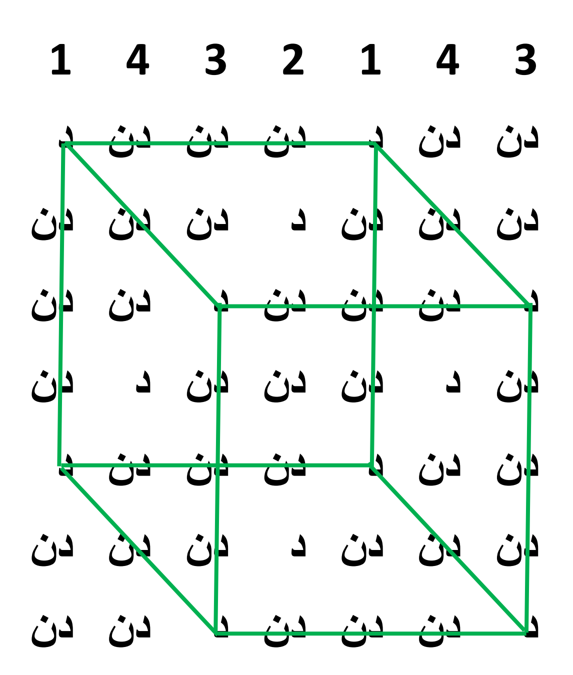
3 2 4 1 3 2 4

1 3 2 4 1 3 2

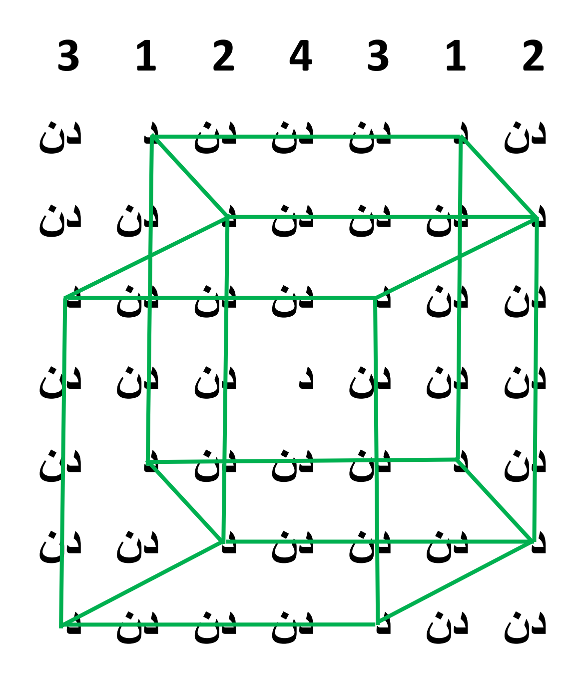
فتكون المتسلسلة الترتيبية كما يلي:



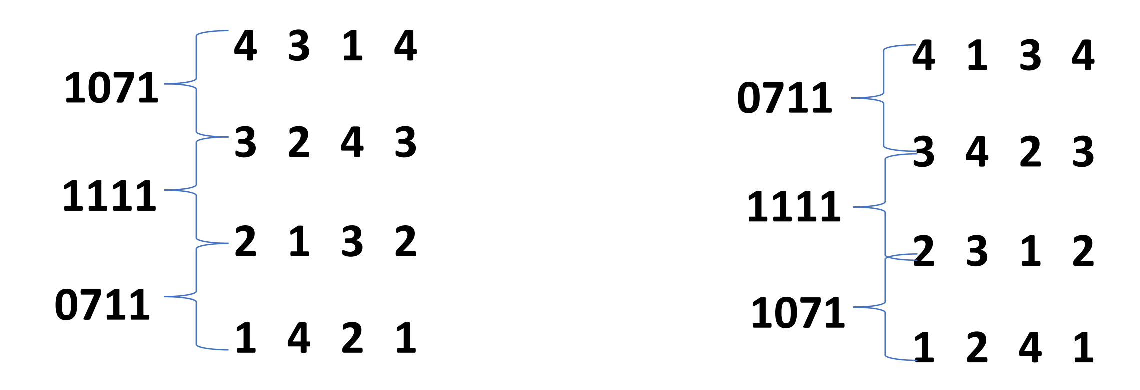
أو كما يلي على سبيل المثال:



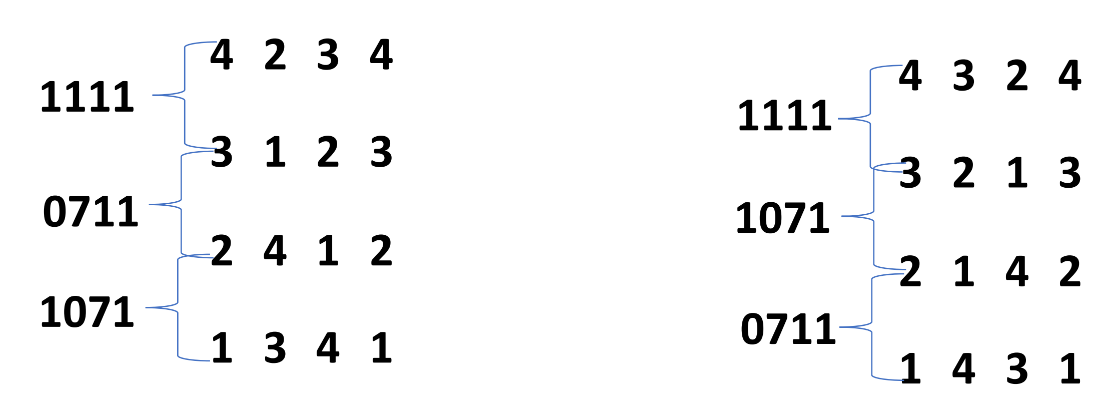
وتكون المتسلسلة الموسيقية التأليفية كما يلي على سبيل المثال:



حيث يتألف الشكل من مكعبين متقابلين. ومما مرّ ذكره نجد أن الفروق بين أعداد التوليد بين المجموعات الفرعية التالية تكون كما يلي:



بينما في الفئة التالية تكون كما يلي:



. ومما مرّ ذكره نجد أن الفروق بين كل من المجموعات التالية والمجموعة التي تليها هو **(1107)** كما يلي:

3214 - 4321

2314 - 3421

3124 - 4231

1324 - 2431

2134 - 3241

1234 - 2341

وإن الفرق بين كل من المجموعات التالية والمجموعة التي تليها هو **(0711)** كما يلي:

2413 - 3124

3412 - 4123

1432 - 2143

2431 - 3142

ومن ذلك يظهر التجانس بين المجموعات في صور التكامل والفروق فيما بينها.

إذا قسّمنا العددين **(4، 6)** إلى أربعة أعداد، فإننا نحصل على المجموعات التالية:

3 1 4 2
1 3 2 4
4 2 1 3
2 4 3 1

التي تمثل المربع والمعين والمنحرف المتعاكس.

وإذا قسّمنا العددين **(3، 7)** إلى أربعة أعداد، فإننا نحصل على المجموعات التالية:

4 3 2 1
3 4 1 2
1 2 4 3
2 1 3 4

التي تمثل الخط والمستطيل والمنشور.

وإذا قسّمنا العددين **(5، 5)** إلى أربعة أعداد، فإننا نحصل على المجموعات التالية:

1 4 3 2
4 1 2 3
2 3 1 4
3 2 4 1

التي تمثل أوجه المثلث والمنحرف المتناقض.

ولو أجرينا التوليد بين المجموعات التالية كما يلي:

1	**4**	**3**	**2**		**3**	**2**	**4**	**1**		**2**	**4**	**1**	**3**
4	**3**	**2**	**1**		**2**	**1**	**3**	**4**		**1**	**3**	**4**	**2**
3	**2**	**1**	**4**		**1**	**4**	**2**	**3**		**4**	**2**	**3**	**1**
2	**1**	**4**	**3**		**4**	**3**	**1**	**2**		**3**	**1**	**2**	**4**

ثم وحّدنا أفقياً بين هذه المجموعات كما يلي:

1	**4**	**3**	**2**	**4**	**1**	**3**
4	**3**	**2**	**1**	**3**	**4**	**2**
3	**2**	**1**	**4**	**2**	**3**	**1**
2	**1**	**4**	**3**	**1**	**2**	**4**

فإننا نحصل على أحد صور البنية التي تمثل جميع العلاقات السابقة بما في ذلك العلاقة بين الخط والمنشور، أو المستطيل والمنشور، أو المثلث والمنحرف المتناقض كما مرّ بنا.

فلو قرأنا الأرقام المتماثلة من هذه البنية نجد أن الرقم **(1)** يمثل أشكال المربع والمنحرف والمثلث، وإن الرقم **(2)** يمثل أشكال المنحرف والمنشور والخط، وإن الرقم **(3)** يمثل أشكال المعين والمنحرف والمثلث، وإن الرقم **(4)** يمثل أشكال المنحرف والمنشور والمستطيل.

ولو قرأنا هذه البنية من أسفل إلى أعلى عن طريق الدندنة كما يلي:

4	**1**	**2**	**3**	**1**	**4**	**2**
1	**2**	**3**	**4**	**2**	**1**	**3**
2	**3**	**4**	**1**	**3**	**2**	**4**
3	**4**	**1**	**2**	**4**	**3**	**1**

لوجدنا أن الرقم **(1)** يمثل أشكال المنحرف والمنشور والمستطيل، وإن الرقم **(2)** يمثل أشكال المعين والمنحرف والمثلث، وإن الرقم **(3)** يمثل أشكال المنحرف والمنشور والخط، وإن الرقم **(4)** يمثل أشكال المربع والمنحرف والمثلث.

ولو جرّدنا هذه الأرقام من معانيها العددية إلى معانيها الهندسية، أو من معانيها اللفظية إلى دلالاتها المكانية، وذلك عن طريق الوصل بين أرقام الأشكال المارّ ذكرها لتحولت كلها إلى النقرة **(د)** أو إلى العدد **(1)** الذي يمثلها على النمط التالي:

د د د د د د د

د د د د د د د

د د د د د د د

د د د د د د د

وبذلك ننقل البنية إلى العدم الذي هو أساسها الموجود والذي تم الكشف عنه.

وباستعمال مقاييس الدندنة المارّ ذكرها نعيد وجود دلالات هذه الأرقام إلى الفاظها الحسابية والهندسية، وإلى دلالاتها المعنوية بالشكل الذي يميز بين رقم وآخر أو يكمل عدداً بآخر.

وعلى هذا التأسيس نجد أن هذه الأرقام التي تمثل البنية الرياضية بجميع أشكالها وعلى نفس تجانسها من حيث التركيب والترتيب، كما يمكن استخراج الأبعاد والمساحات...الخ بدلالة العلاقات المكانية بين الأرقام المتماثلة، ويكون مفتاح تأسيسها هو أحد العلاقات بين هذه الأشكال من الأسطر الأربعة، فمن العلاقة بين المعين والمنحرف والمثلث المتمثلة بالعدد **3214231** يمكن توليد البنية بصورها الأربع كما مرّ إيضاحه.

وعليه تكون المنظومة الإشارية للبنية العددية التالية:

3	1	4	2	3	4	1
2	4	3	1	2	3	4
1	3	2	4	1	2	3
4	2	1	3	4	1	2

كما يلي: **-3 +1 +1 -2 +3 -2**

+1 +1 +1 -2 +1 +2

+1 -3 +1 +2 -1 -2

فهي متساوية السلب مع الإيجاب من حيث الكم، ويكون مفتاح ترجمة المنظومة هو الإشارة **(-3)** حيث تساوي **(1، 4)** فتكون الدليل لكشف البنية بمجرد سطر واحد منها. أو الإشارات **(+1 +1 +1 -2)** حيث تساوي **(32134)** وذلك على سبيل المثال.

إما إذا قرأنا أعداد البنية عمودياً فستكون المنظومة الإشارية كما يلي:

-3 +1 +1 +1 +1 -3 +1

+1 +1 +1 -3 +1 +1 +1

+1 +1 -3 +1 +1 +1 -3

فنكتفي باستعمال عددين **(1، 3)** وإشارتين **(+، -)** فقط، وعليه فإن الإشارات:

+1 +1 +1 +1

+1 +1 -3 +1

+1 -3 +1 +1

تعني عمودياً ما يلي:

4 2 3 4

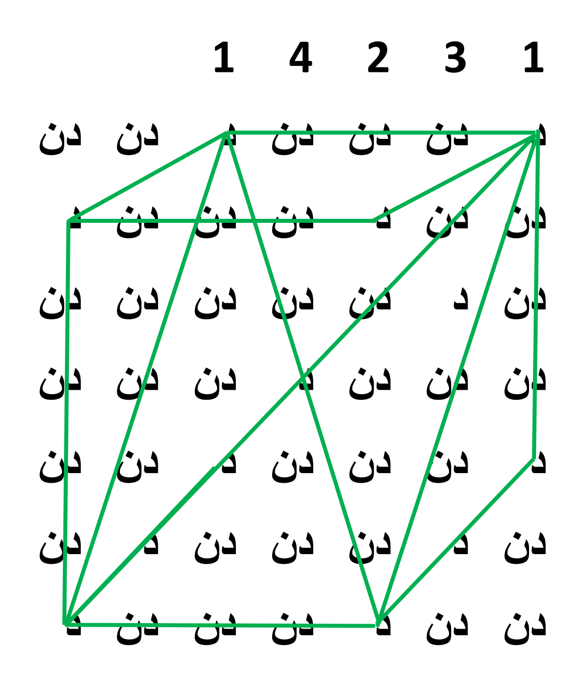
3 1 2 3

2 4 1 2

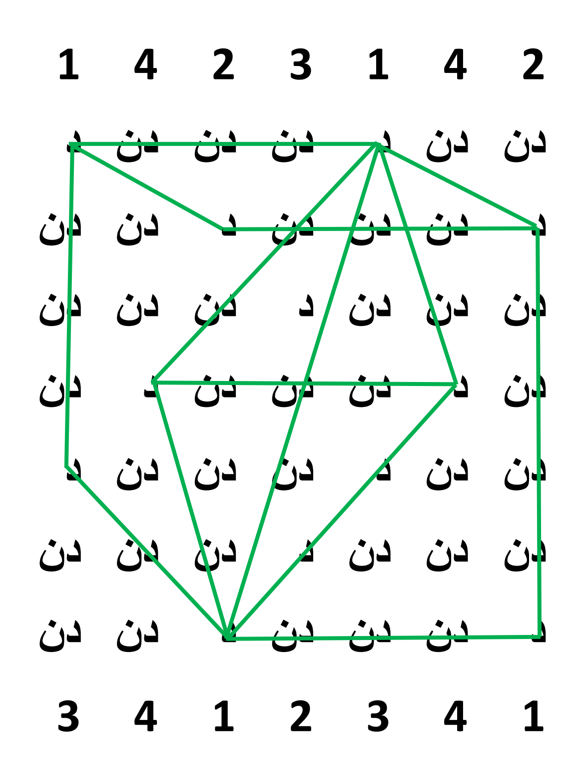
1 3 4 1

مع ما تدل عليه هذه الأعداد من أشكال وأبعاد ومساحات ...الخ.

ومن الملاحظ كما مرّ بنا سابقاً أن البنية إذا بدأت بالرقم **(1)** من عدد المعين **4231** أو عدد الخط **4321** فإنها تشكل الصورة الأولى على وجهها الأكمل. وإذا بدأت بالرقم **(2)** من عدد المربع **3142** أو بالرقم **(3)** من عدد المستطيل **2143** فإنها تشكل الصورة الثالثة الشبيهة بالأولى. إما إذا بدأت بالعدد **1324** أو **3421** أو بدأت بالعدد **2413** أو **1234** فإنها تولد الصورتين المتناوبتين بين الصورتين السابقتين. ففي الحالة الأولى يقع المعين والخط في ركني الشكل، حيث يتصل قطر المعين بطول الخط، ويتصل قطر المربع بقطر المستطيل، على وجه التقاطع، بمتوازي أضلاع، مربع طول كل من ضلعيه يساوي **(40، 16)**، وبقطرين مربع كل منهما يساوي **(72، 40)** كما يلي:

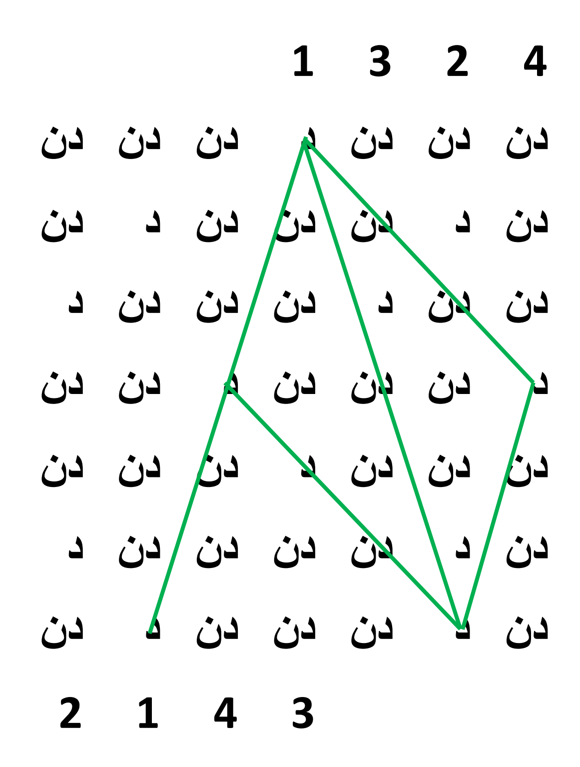


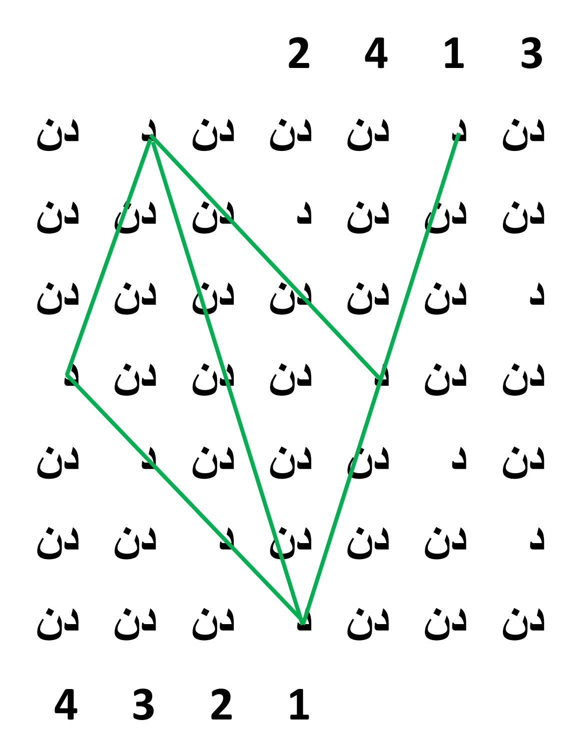
وفي الحالة الثانية يكون المربع والمستطيل في ركني الشكل، حيث يتوازى قطر المعين مع طول الخط، ويتوازى قطر المربع مع طول المستطيل بمتوازي أضلاع، مربع طول كل من ضلعيه يساوي **(18، 10)**، وبقطرين مربع كل منهما يساوي **(40، 16)** كما يلي:



فهما في الحالتين يتألّفان عمودياً من مثلثين متشابهين على وجه التعاكس، مربع أطوال كل منهما يساوي **(10، 40، 18)**.

وفي الحالتين الثالثة والرابعة يحصل الاتصال بين قطري المربع والمستطيل، والتوازي بين طول الخط وقطر المعين كما يلي:





فهما يتألّفان عمودياً من نفس المثلثين السابقين، ولكن المعين والمستطيل يقعان في ركني الشكل الأول، والمربع والخط يقعان في ركني الشكل الأخير.

منطق الجهة

بين السلب والإيجاب

يلاحظ أن قراءة الأعداد **(132، 143، 142، 342)** تكون سالبة من الجهتين ويساوي **(- +)** فهي تبدأ بالسلب من الجهتين، وقراءة الأعداد **(312، 413، 412، 423)** تكون موجبة من الجهتين ويساوي **(+ -)** فهي تبدأ بالإيجاب من الجهتين، أما الأعداد **(321، 431، 421، 432)** فهي سالبة وموجبة وتساوي **(- -)** أو **(+ +).** فالعدد **431 = -2 -1** والعدد **134 = +1 +2** من الجهة الثانية. وبالجمع بين عدد سالب وعدد موجب يتألف عدد رباعي من النوع الثالث، كأعداد الفئة الموسيقية **2413، 3241، 1324، 2314** وكذلك الأعداد **2143، 2412، 3143، 2312، 3243.** وبالجمع بين عدد سالب وعدد موجب من النوع الثالث يتألف عدد رباعي سالب. ومن الجمع بين عدد موجب وعدد من النوع الثالث يتألف عدد رباعي موجب كأعداد الفئة التأليفية **3421، 1342، 2134، 4213** وكذلك الأعداد **3214، 2341، 1341، 3213، 1241، 1231، 4124، 2342، 4314، 4324.** فهي إمّا موجبة من الجهتين وإمّا سالبة من الجهتين.

ومن اشتراك العددين **321، 432** (وهما من النوع الثالث) نحصل على العدد **4321** من نفس النوع ولكنه يكون سالباً كلياً أو موجباً كلياً **(- - -)** أو **(+ + +).**

والعدد السالب يقابله العدد الموجب كالعدد **<u>1432</u>** **4123**، والعدد (السالب الموجب) يقابله العدد (الموجب السالب) كالعدد **<u>4132</u>** **1423.**

فتكون الفئة الترتيبية ذات أنواع ثلاثة:

أولاً: المستطيل وينشأ من الجمع بين السلب والإيجاب **(2143).**

ثانياً: المثلث وينشأ من الجمع بين السلب والنوع الثالث **(2314)**، **أو** بين الإيجاب والنوع الثالث **(3214).**

ثالثاً: الخط وينشأ من الجمع بين عددين من النوع الثالث هما **(321، 432)** فيكون الناتج **(4321).**

وعليه فإن تنظيم أعداد الفئة التأليفية على النسق التالي:

1 3 4 2 1
4 2 1 3 4

يمثل أعداداً سالبة من الأعلى وأعداداً موجبة من الأسفل، وأما ترتيبها على النسق التالي:

3 4 2 1 3
2 1 3 4 2

فيمثل عداداً موجباً وعدداً سالباً من الأعلى، الأسفل، ويمثل عداداً سالباً وعدداً موجباً من الأسفل.

ويتمثل النسق الأول في أعداد البنية الاسطوانية التالية **1234124314231.**

ويتمثل النسق الثاني في أعداد البنية الاسطوانية التالية **3412342132143.**

ومما مرّ يتضح أن الأوجه المتضادة وهي الخط والمعين والمربع والمستطيل، تستخرج من الأعداد المتكاملة التالية:

2413 = 241 + 413

4231 = 423 + 231

2143 = 214 + 143

4321 = 432 + 321

وبذلك تختلف عن أوجه الأشكال الأخرى.

منطق العلاقات

لو ضربنا الفرق بين وجهي المربع في العدد **(5)** يكون الناتج ممثلاً لوجه المنحرف المتناقض كما يلي:

3142
<u>2413</u>
729 × 5 = 3645 – 2222 = 1423 وجه المنحرف.

وبالعكس لو ضربنا الفرق الأصغر بين وجهي المنحرف المتناقض في العدد **(5)** يكون الناتج ممثلاً لوجه المربع كما يلي:

3241
<u>2314</u>
927 × 5 = 4635 – 2222 = 2413 وجه المربع.

ولو ضربنا الفرق بين وجهي المستطيل في العدد **(5)** يكون الناتج ممثلاً لوجه المثلث كما يلي:

3412
<u>2143</u>
1269 × 5 = 6345 – 2222 = 4123 وجه المثلث.

لو ضربنا الفرق بين وجهي المربع في العدد **(5)** يكون الناتج ممثلاً لوجه المنحرف المتناقض كما يلي:

3142
<u>2413</u>
729 × 5 = 3645 – 2222 = 1423 وجه المنحرف.

وبالعكس لو ضربنا الفرق الأصغر بين وجهي المثلث في العدد **(5)** يكون الناتج ممثلاً لوجه المستطيل كما يلي:

3214
<u>2341</u>
873 × 5 = 4365 – 2222 = 2143 وجه

المستطيل. ولو ضربنا الفرق الأصغر بين وجهي المنحرف المتعاكس في العدد **(5)** يكون الناتج ممثلاً لوجه المنشور كما يلي:

3124
2431
693 × 5 = 3465 – 2222 = 1243 وجه المنشور.

ولو ضربنا الفرق الأصغر بين وجهي المنشور في العدد **(5)** يكون الناتج ممثلاً لوجه المنحرف المتعاكس كما يلي:

3421
2134
1287 × 5 = 6435 – 2222 = 4213 وجه المنحرف.

ويتمثل هذا الانسجام في أننا لو جمعنا بين أعداد وجهي المربع والمنحرف المتناقض بالعدد **32413** وبين وجهي المثلث والمستطيل بالعدد **32143** وبين وجهي المنشور المتعاكس بالعدد **34213** ثم جمعنا بين هذه الأعداد لحصلنا على المتسلسلة التالية **3412342132413** التي تمثل البنية الاسطوانية بموازينها الشعرية.

وإذا أخذنا الفئة الموسيقية المتمثلة في الأعداد السبعة المتكاملة التالية:

2 3 1 4 2 3 1
3 2 4 1 3 2 4

أو الأعداد السبعة المتكاملة التالية:

1 4 2 3 1 4 2
4 1 3 2 4 1 3

نجد أن أعداد الأركان الأربعة المحيطة بها تتمثل في نظام الأعداد الترتيبية **1 2 3 4**

وإن الفئة الثانية تبدأ من العدد الثالث من الفئة الأولى.

وإذا أخذنا الفئة الترتيبية المتمثلة في الأعداد السبعة المتكاملة التالية:

3 2 1 4 3 2 1

2 3 4 1 2 3 4

أو الأعداد السبعة المتكاملة التالية:

1 4 3 2 1 4 3

4 1 2 3 4 1 2

نجد أن أعداد الأركان الأربعة المحيطة بها تتمثل في نظام الأعداد الموسيقية **1 3 2 4**

وإن الفئة الثانية تبدأ من العدد الثالث من الفئة الأولى أيضاً.

ولكننا لو أخذنا الفئة التأليفية المتمثلة في الأعداد السبعة المتكاملة التالية:

2 1 3 4 2 1 3

3 4 2 1 3 4 2

أو الأعداد السبعة المتكاملة التالية:

4 2 1 3 4 2 1

1 3 4 2 1 3 4

نجد أن الأعداد في الأركان الأربعة المحيطة بها لا تمثل الأعداد الأربعة **1 2 3 4**.

وإن الفئة الثانية تبدأ من العدد الثاني من الفئة الأولى، فهي تأليفية تارةً تنتمي إلى الفئة الموسيقية بالتوليد كما مرّ بنا، وتارةً تنسجم مع الفئة الترتيبية كما مرّ بنا، وتكون حيادية كما هو الظاهر في هذا المؤلف.

قياس الزوايا

حيث أن اجتماع **(د دن)** مع **(دن د)** على الوجه التالي **د دن** / **دن د** يقسم الزاوية القائمة إلى قسمين متساويين.

وإن اجتماع **(د دن دن) مع (دن دن د)** على الوجه التالي **د دن دن** / **دن دن د** يقسم الزاوية القائمة إلى زاويتين بنسبة **1 / 3** من الوحدات القياسية بين القاعدة والارتفاع، لذا نجد من اجتماع الزاوية:

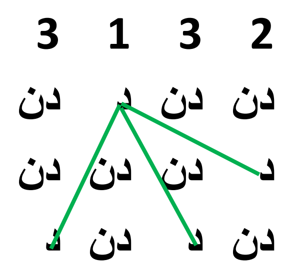
دن دن دن د
د دن دن دن أي مفعولات و مفاعيلن

مع الزاوية **د دن دن** / **دن دن د** أي فعولن مع مفعول

على الوجه التالي:

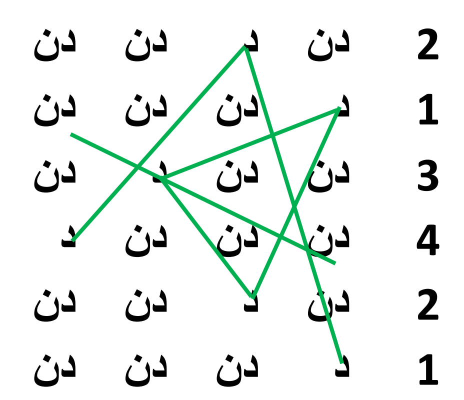
4 دن دن دن د
1 د دن دن دن
3 دن دن د

تتولد نصف قائمة المربع **(2413)**، ومن اجتماع زاوية رأس المعين **(132)** مع زاوية رأس المثلث **(313)** على الوجه التالي:



نحصل على قائمة نفس الشكل السابق، وتتولد عمودياً من فاعلن، مفعول، مفعولن، مفعول.

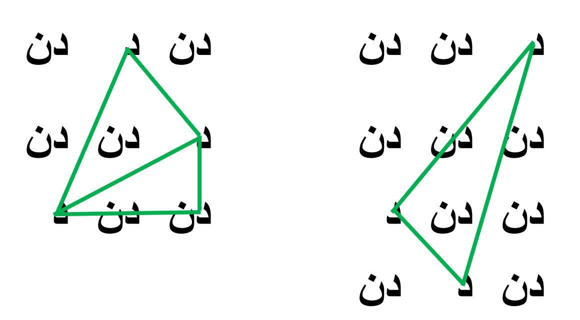
وعليه نجد من الشكل التالي المقتبس من البنية الرياضية:



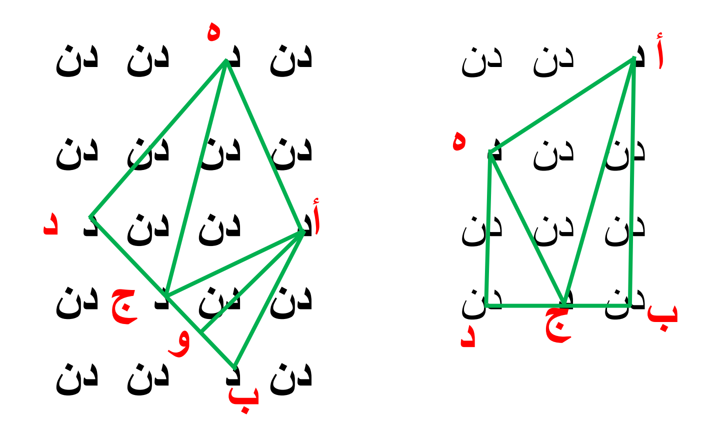
الذي يتألف من ستة موازين رباعية أفقية هي: فاعلاتن، مفاعيلن، مستفعلن، مفعولات، فاعلاتن، مفاعيلن، إن الزاوية الرأسية للمثلث الكبير تتألف من زاويتين، النسبة بين ضلعي كل منهما تساوي **2 / 3** و **1 / 5.**

والزاوية الرأسية للمثلث الصغير تتألف من زاويتين، النسبة بين ضلعي كل منهما من الأسفل تساوي **1 / 3** و **1 / 2.**

وتوضيحاً للعلاقة بين المثلثات الأربعة:

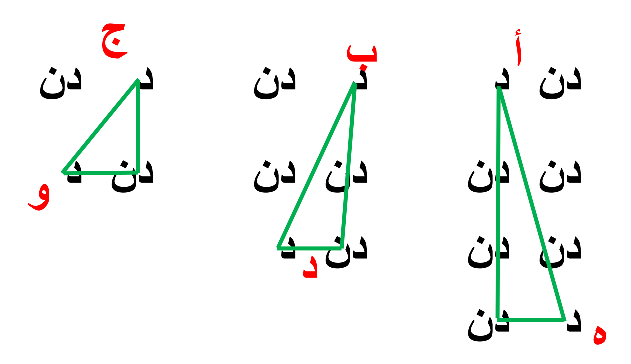


فإننا لو وضعنا نصف المربع **(2413)** بين كل مثلثين مختلفين من الشكلين السابقين بالجمع المتعاكس بينهما كما يلي:

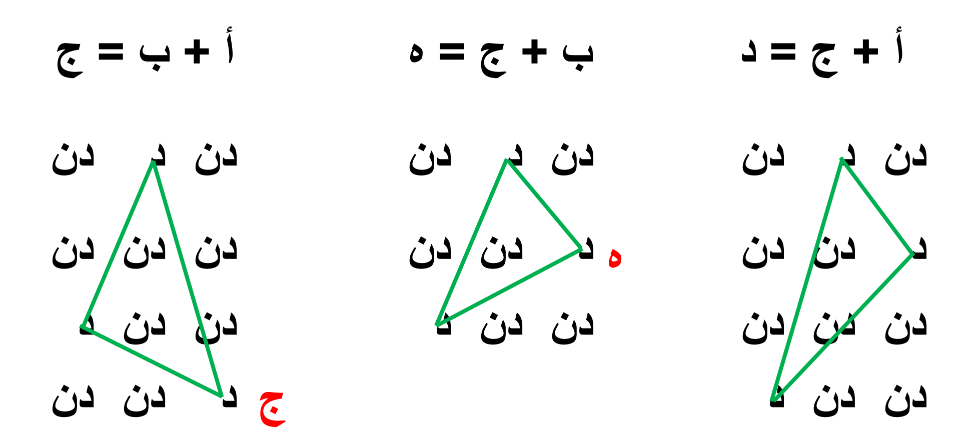


لوجدنا التشابه بين **(ج د ه)** في كل من الشكلين، وبين المثلثين **(أ ج ه)** في كل من الشكلين، والتشابه بين **(أ ب ج)** و **(أ و ب)** في كل من الشكلين.

كما نجد من الزوايا التالية:

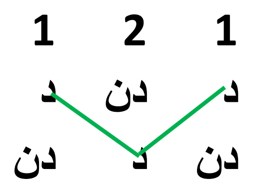


إن اجتماع زاوية **(أ)** مع زاوية **(ب)** يساوي زاوية **(ج)**، وإن اجتماع زاوية **(أ)** مع زاوية **(ج)** يساوي زاوية **(د)**، وإن اجتماع زاوية **(ب)** مع زاوية **(ج)** يساوي زاوية **(ه)**، كما يلي:


أ + ج = د
ب + ج = ه
أ + ب = ج
ه
ج

إشارات الزوايا

مرّ بنا أن اجتماع العددين **(1 2)** أو **(2 3)** أو **(3 4)** يشكلان زاوية نصف قائمة، فلو جمعنا بين العددين **(1 2)** و **(2 1)** على الشكل التالي:



أي **-1 +1** فإننا نحصل على زاوية قائمة.

ولو جمعنا بين العددين **(1 2)** و **(2 3)** على الشكل التالي:

3	**2**	**1**
دن	دن	د
دن	د	دن
د	دن	دن

أي **-1 -1** فإننا نحصل على مجموع قائمتين يتمثل بشكل الخط **(321)**. وعليه فمن اجتماع إشارتين مختلفتين تتولد زاويتان، ومن اجتماع إشارتين متماثلتين بالسلب والإيجاب يؤدي إلى زيادة زاوية قائمة على الشكل المرسوم بين الأعداد الثلاثة.

فمن العدد **(142)** أي **(-2 +3)** كما يلي:

1	**4**	**2**
د	دن	دن
دن	دن	د
دن	دن	دن
دن	د	دن

نجد أن مجموع زاويتي **-2** و **+3** يساوي نصف قائمة.

ومن العدد **(141)** أي **(-3 +3)** كما يلي:

1	4	1
د	دن	د
دن	دن	دن
دن	دن	دن
دن	د	دن

نجد أن الشكل يتألف من مجموع زاويتي **(-3** و **+3)**.

أما من الشكل التالي **(-2 -1):**

4	3	1
دن	دن	د
دن	دن	دن
دن	د	دن
د	دن	دن

فنجد زيادة زاوية قائمة على مجموع الزاويتين **(31، 43)**.

وكذلك من الشكل التالي:

5	3	1
دن	دن	د
دن	دن	دن
دن	د	دن
دن	دن	دن
د	دن	دن

أي **(-2 -2)**، حيث تتمثل القائمتان بالعدد **(531)** ومن الأعداد التالية للأعداد الأربعة على وجه التناوب من الفئات الموسيقية والترتيبية والتأليفية نجد أن:

4 3 1 و **4 3 2**

1 2 4   **1 2 3**

هي الأعداد المتشابهة بالإشارات. أمّا الأعداد الثلاثية الثمانية الباقية فهي مختلفة الإشارة كما هو واضح من الفئات الثلاث التالية:

الفئة الموسيقية:

- + - + - +

3	2	4	1	3	2	4
دن	دن	دن	د	دن	دن	دن
دن	د	دن	دن	دن	د	دن
د	دن	دن	دن	د	دن	دن
دن	دن	د	دن	دن	دن	د

الفئة التأليفية:

- - + + - -

4	2	1	3	4	2	1
دن	دن	د	دن	دن	دن	د
دن	د	دن	دن	دن	د	دن
دن	دن	دن	د	دن	دن	دن
د	دن	دن	دن	د	دن	دن

الفئة الترتيبية:

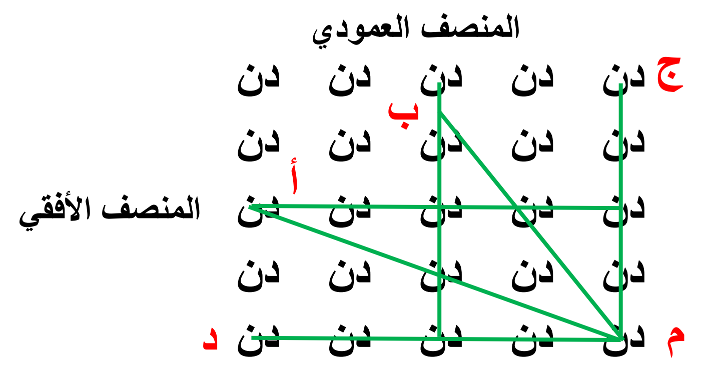
- - - + - - -

4	3	2	1	4	3	2	1
دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د
دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن
دن	د	دن	دن	د	دن	دن	دن
د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن

وذلك كما مرّ بنا سابقاً.

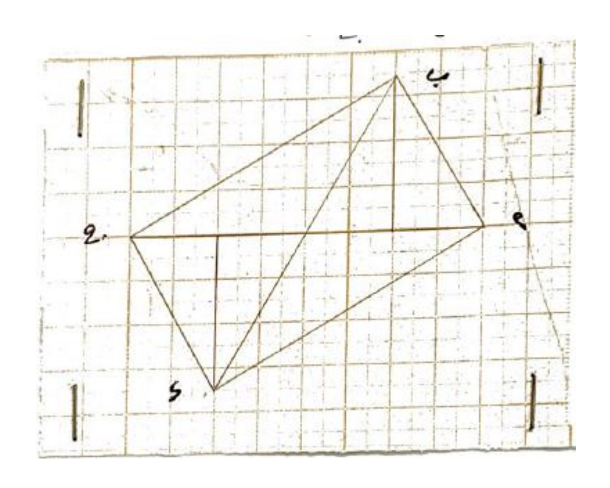
تثليث الزاوية القائمة

لو رسمنا مربعاً يتألف من عدد معين من الوحدات القياسية، وقسمناه عمودياً وأفقياً إلى نصفين، ورسمنا من احدى زواياه خطاً يساوي طول ضلعه بحيث يتقاطع مع طول الخط المنصف له عمودياً، وآخر مثله بحيث يتقاطع مع طول الخط المنصف له أفقياً، فإننا نكون قد قمنا بتثليث الزاوية القائمة كما في الشكل التالي:



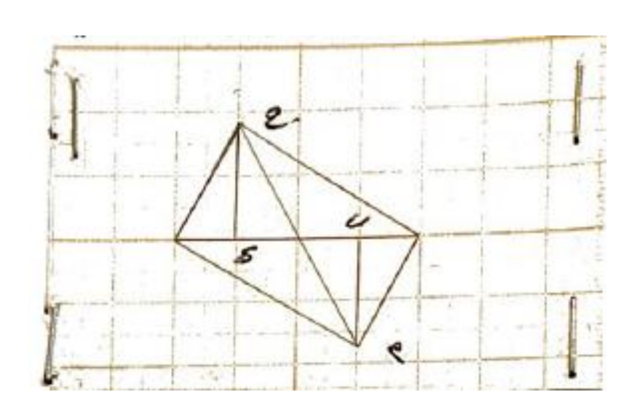
فطول كل من **(م ب)** و **(م أ)** يساوي أربع وحدات، ودرجة زاوية كل من **(ج م ب)** و **(ب م أ)** و **(أ م د)** تساوي **30^0**.

ولو رسمنا المستطيل التالي الذي طول قطره يساوي ثمان وحدات وطول ضلعه الأقصر يساوي أربع وحدات:



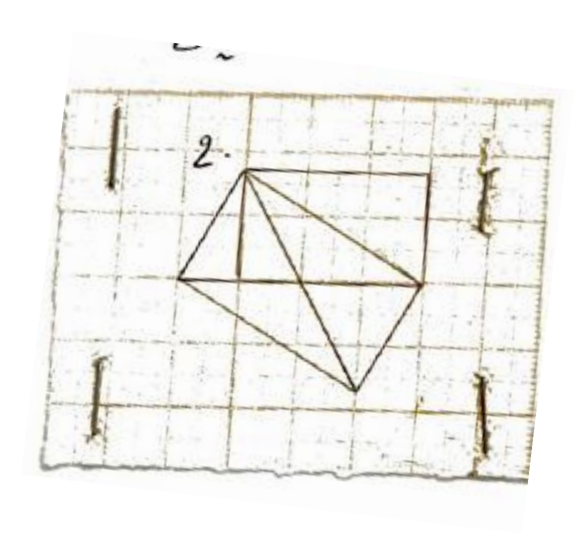
فلكي نقوم بتثليث كل من القائمة **(أ ب ج)** أو القائمة **(أ د ج)**، فإننا نقسم طول قطره **(أ ج)** إلى أربعة أقسام متساوية، أي أن طول كل قسم يساوي وحدتين، فنكون بذلك قد قمنا بتثليث كل من القائمتين **(ب، د)**.

وبتعبير أبسط، نرسم المستطيل التالي:



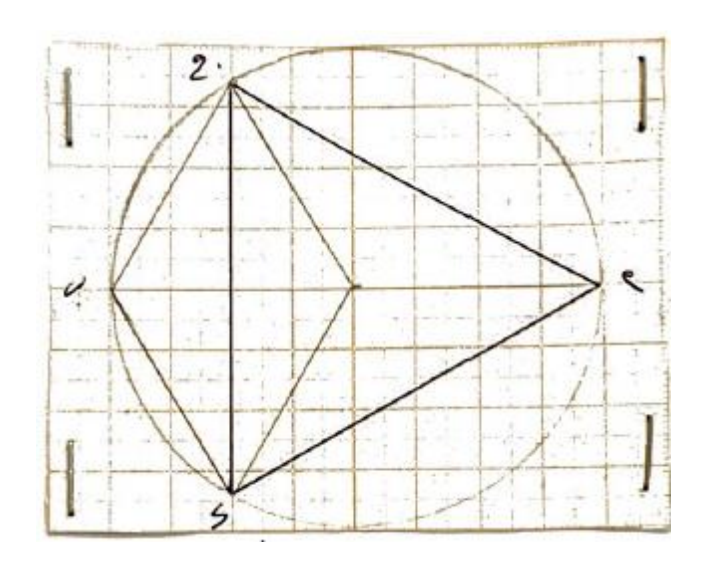
الذي طول كل من قطريه يساوي أربع وحدات، فبرسم الخط **(أ ب)** نكون قد قمنا بتثليث الزاوية القائمة **(أ)**، وبرسم الخط **(د ج)** نكون قد قمنا بتثليث الزاوية القائمة **(ج)**.

ولو أكملنا رسم المستطيل السابق المشترك معه كما يلي:



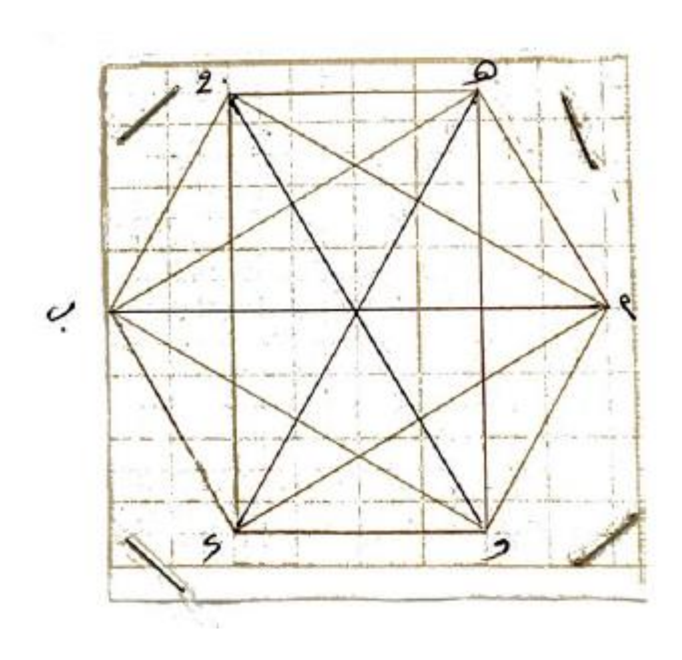
لوجدنا أن الزاوية القائمة **(ج)** في كل من المستطيلين قد تقسمت إلى ثلاث زوايا متساوية.

ولو قسّمنا نصف قطر الدائرة بعمود يتصل بمحيطها فإننا نحصل على المثلث المتساوي الأضلاع **(أ ج د)** كما يلي:



ونكون قد قسمنا القائمة **(أ ب ج)** أو القائمة **(أ د ج)** إلى ثلاث زوايا متساوية.

وإذا قمنا بنفس العمل من الجهة المقابلة نكون قد حصلنا على المسدس التالي:



رسم مثلث متساوي الأضلاع

وتثليث القائمة وفقاً لنسب الزوايا

لرسم مثلث متساوي الأضلاع دون الاستعانة بآلة الفرجال، يمكن الاستعانة بالنسب الكائنة بين ضلعي كل قائمة من الزوايا التي مرّ ذكرها في الأبحاث السابقة، فعلى سبيل المثال نجد من الجمع أو الطرح بين الزوايا الصغرى لكل من القوائم التالية وفقاً للنسب الكائنة بين ضلعي كل منها تساوي الزوايا التالية:

$^{0}15 = \frac{1}{8} + \frac{1}{7}$ $\qquad$ $^{0}30 = \frac{1}{8} + \frac{3}{7}$

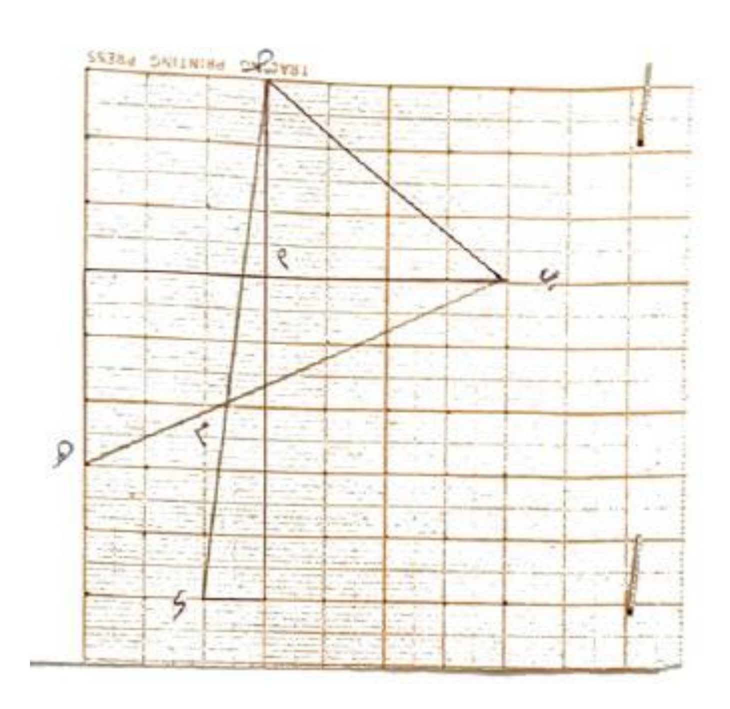
$^{0}15 = \frac{1}{9} + \frac{1}{6}$ $\qquad$ $^{0}30 = \frac{1}{7} + \frac{2}{5}$

$^{0}60 = \frac{3}{7} + \frac{3}{4}$ $\qquad$ $^{0}30 = \frac{1}{8} + \frac{3}{4}$

$^{0}60 = \frac{7}{9} + \frac{2}{5}$ $\qquad$ $^{0}30 = \frac{1}{7} + \frac{7}{9}$

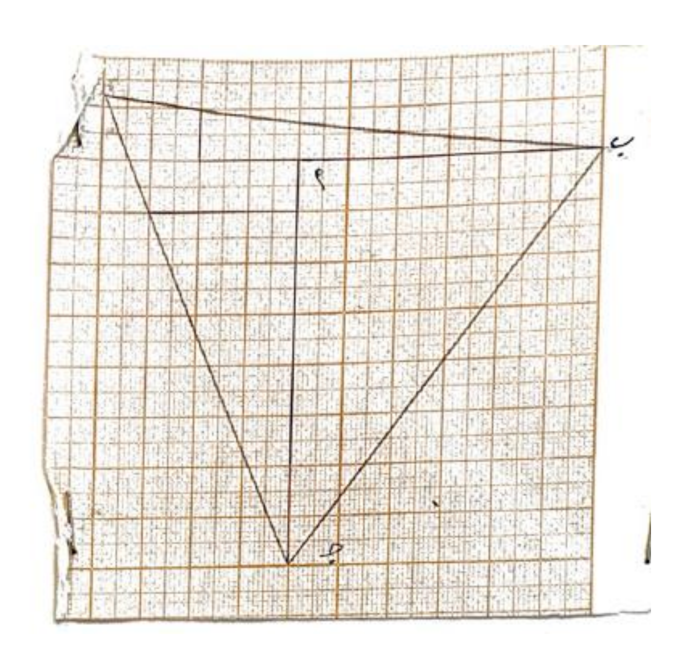
إلى آخر ما هنالك من نسب أخرى.

وعلى ذلك لو رسمنا القائمة **(أ ب ج)** التي نسبة طول كل من ضلعيها تساوي $\frac{3}{4}$ وأضفنا إلى ضلعها الأطول **(ب أ)** القائمة التي نسبة طول ضلعيها تساوي $\frac{3}{7}$ وإلى ضلعها الأقصر **(أ ج)** القائمة التي نسبة طول ضلعيها تساوي $\frac{1}{8}$ كما يلي:

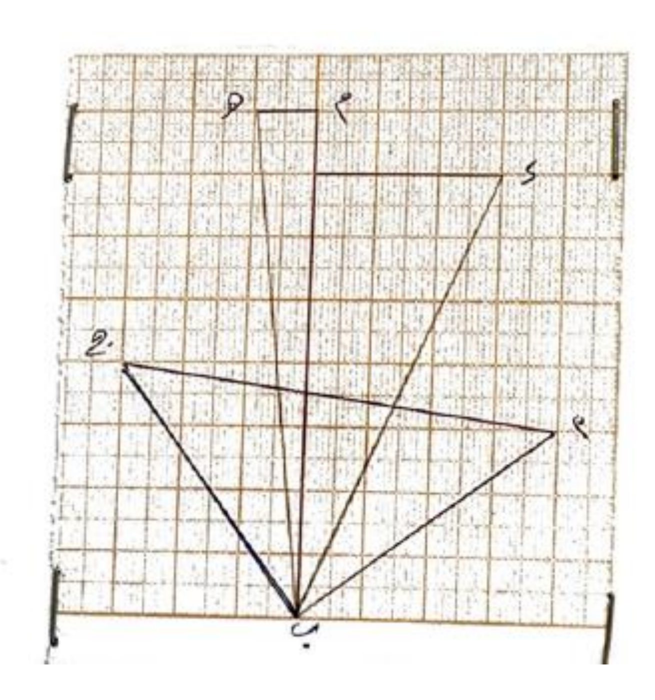


فبتقاطع وتري هاتين القائمتين وهما **(ب ه)** و **(ج د)** في نقطة **(م)** نكون قد حصلنا على المثلث المتساوي الأضلاع **(ج ب م)** والذي طول كل من أضلاعه يساوي خمس وحدات قياسية.

ولو رسمنا القائمة **(أ ب ج)** التي نسبة طول ضلعيها تساوي $\frac{6}{8}$ وأجرينا عليها نفس العملية، لحصلنا على مثلث متساوي الأضلاع، طول ضلعيه يساوي **(10)** وحدات قياسية كما يلي:



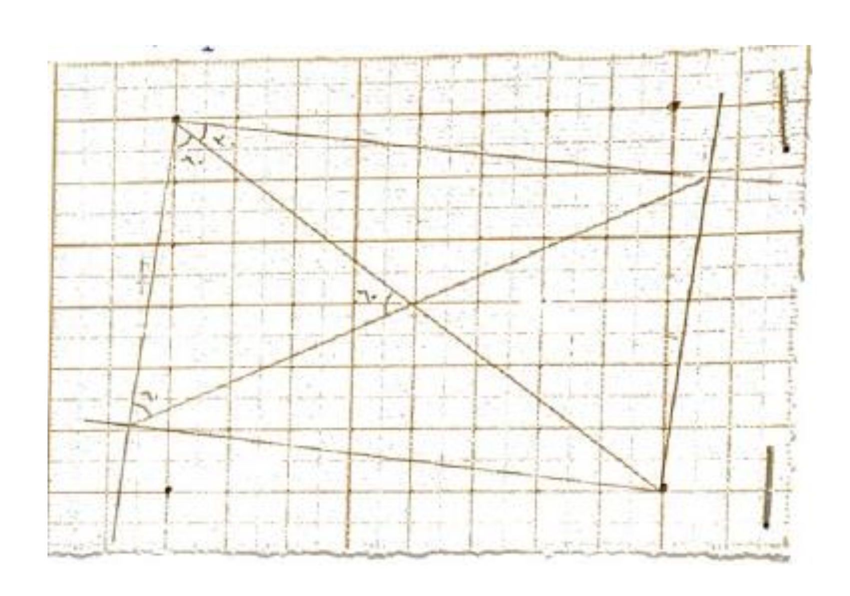
وعليه لو أردنا تثبيت القائمة التالية **(أ ب ج)**:



فإننا نأخذ من يمين الخط العمودي **(ب م)** نسبة $\frac{3}{7}$ ومن يساره نسبة $\frac{1}{8}$ فنكون قد قمنا بتثليث القائمة أعلاه بالزوايا الثلاث التالية **(أ ب ج)** و **(د ب ه)** و **(ه ب ج)**.

وتصدُق هذه القاعدة على جميع النسب الأخرى المار ذكرها أعلاه.

ولو رسمنا مستطيلاً بالوحدات القياسية، طول كل من ضلعيه يساوي **(6، 8)**، وحذفنا من جانب كل من ضلعيه الأطولين زاوية بنسبة $\frac{1}{8}$ على وجه التضاد بين الجانبين، ثم حذفنا من جانب كل من ضلعيه الأقصرين زاوية بنسبة $\frac{1}{8}$ على وجه التضاد بين الجانبين كما يلي:



فإننا نكون قد حصلنا على مستطيل، مربع طول كل من ضلعيه يساوي **25 + 75 = 100** مربع القطر، بالإضافة إلى رسم مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه يساوي خمس وحدات.

نسب وقياسات مثلثي

الوتر المشترك

مما سبق ذكره، يتضح التدرج أو التكامل في النسب بين زوايا القوائم ذات الوتر المشترك، والنسب بين ضلعي كل منها.

فمن الجدول التالي على سبيل المثال يمكن قراءة نسب الأضلاع من كل قائمتين متقابلتين بالوتر المشترك بالوحدات القياسية لإحداهما من جهة اليمين، وبالوحدات المائلة للأخرى من جهة اليسار:

قوائم الوحدات القياسية		قوائم الوحدات المائلة
5/1	**+**	**2/3**
4/1	**+**	**1.5/2.5**
3/1	**+**	**1/2**
2/1	**+**	**0.5/1.5**
5/3	**+**	**4/1**
3/2	**+**	**2.5/0.5**

ومن ذلك يتبين لنا من القائمتين ذات الوتر المشترك أن مجموع عدد الوحدات من ضلعي أحدهما يكون مساوياً لعدد الوحدات القياسية للضلع الأطول المقابل لها من القائمة الأخرى. وإن الفرق بين الوحدات المائلة بين ضلعي القائمة الأولى يكون مساوياً لعدد الوحدات القياسية للضلع الأقصر من القائمة الأخرى. وبالعكس يكون نصف مجموع الوحدات القياسية لضلعي أحدهما مساوياً لعدد الوحدات المائلة في

الضلع الأطول من القائمة الأخرى. ونصف الفرق بين الوحدات القياسية من كل من الضلعين مساوياً لعدد الوحدات المائلة في الضلع الأقصر من الأخرى.

وعليه يكون المثلث المشترك بالوتر مع المثلث $\mathbf{2^2 + 4^2 = 20}$ بالوحدات القياسية

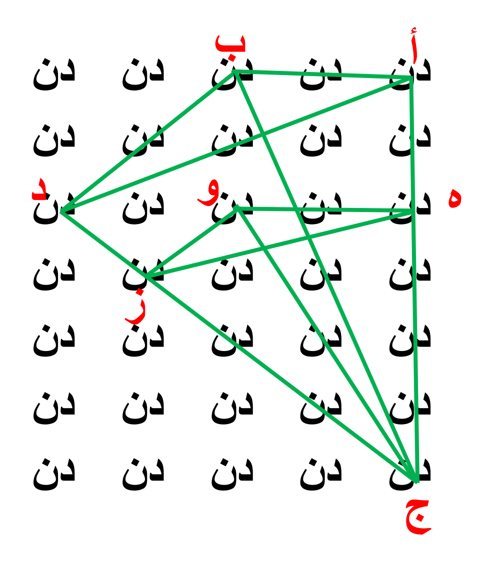
هو $\mathbf{\frac{4 + 2}{2} = 3}$ الضلع الأطول بالوحدات المائلة.

و $\mathbf{\frac{4 - 2}{2} = 1}$ الضلع الأقصر بالوحدات المائلة.

ويساوي $\mathbf{18 + 2 = 20}$.

ويكون المثلث الذي يشترك بالوتر مع المثلث $\mathbf{2(4^2 + 2^2) = 40}$ بالوحدات المائلة، هو المثلث التالي $\mathbf{4 + 2 = 6}$ بالوحدات القياسية و $\mathbf{4 - 2 = 2}$ بالوحدات القياسية أي $\mathbf{6^2 + 2^2 = 40}$ مربع الوتر المشترك.

ومما يلاحظ أيضاً أن مربع الضلع الواصل بين القائمتين ذات الوتر المشترك يكون مساوياً لنصف مربع الوتر المشترك، وعليه يكون مربع الضلع الواصل بين القائمتين في الحالة الأولى **(10)**، وفي الحالة الأولى **(20)** كما في الشكل التالي:



فالمثلث **(ه وج)** و **(ج ز و)** يمثل الحالة الأولى، والمثلث **(أ ب ج)** و **(ب ج د)** يمثل الحالة الثانية. ويكون مربع **(أ د)** يساوي نصف مربع **(ب ج)**، ومربع **(ه ز)** يساوي نصف مربع **(و ج)**، وبما أن **(2، 6)** بالوحدات القياسية تماثل **(1، 3)** بالوحدات المائلة، فتكون زوايا المثلث **(ج و ز)** تساوي زوايا المثلث **(أ ب ج)**.

وبما أن نسبة **4/2** بالوحدات القياسية تماثل نسبة **4/2** بالوحدات المائلة، فتكون زوايا المثلث **(ه وج)** أو المثلث **(ب ج د)** متساوية، وبذلك يمكننا إيجاد النسب بين هذه القوائم بمعرفة ضلعي أي قائمة منها، بالنسبة لأبعاد وزوايا ومساحة القائمة ذات الوتر المشترك. ومما يلاحظ (أن مجموع النسبة بين ضلعي القائمة مع النسبة بين ضلعي القائمة الأخرى ذات الوتر المشترك يساوي مربع ذلك الوتر).

فالمثلث الذي نسبة طول كل من ضلعيه تساوي **4/1** بالوحدات القياسية يقابله المثلث الذي طول كل من ضلعيه يساوي $\frac{4 + 1}{2} = 2.5$ و $\frac{4 - 1}{2} = 1.5$ بالوحدات المائلة. فتكون النسبة بين ضلعي المثلث الأخير تساوي **5/3** وعليه فإن:

$\frac{3}{5} + \frac{1}{4} = \frac{12}{20} + \frac{5}{20} = \frac{17}{20}$، فمجموع النسبتين **12 + 5 = 17** مربع الوتر المشترك، وبما أن المقدار **(20)** يمثل حاصل ضرب مجموع **(2.5 + 1.5) × (4 + 1) = 20**، فتكون نسبة مربع الوتر المشترك للقائمتين التاليتين **1 + 4** و **5 + 3** تساوي **5 × = 40.**

وعليه فإن $\frac{1}{4} \times 40 = 10$ و $\frac{3}{5} \times 40 = 24$، وإن **24 + 10 = 34** مربع الوتر المشترك. وعليه فإن (حاصل جمع النسبة بين ضلعي كل من القائمتين بالنسبة إلى حاصل ضرب مجموع كل من الضلعين يساوي مربع الوتر المشترك بينهما). أي أن حاصل ضرب مجموع ضلعي كل من القائمتين **(2 + 3) × (2.5 + 0.5) =**

15، وإن $\frac{2}{3} \times 15 = 10$ و $\frac{1}{5} \times 15 = 3$، ومجموع $10 + 3 = 13$ مربع الوتر المشترك.

وحاصل ضرب مجموع ضلعي كل من القائمتين $(2 + 3) \times (5 + 1) = 30$.

وإن $\frac{2}{3} \times 30 = 20$ و $\frac{1}{5} \times 30 = 6$، ومجموع $20 + 6 = 26$ مربع الوتر المشترك.

ويتوضح الفرق من الشكلين التاليين بالنسبة لموقع الوتر من كل من القائمتين:

فالمثلث **(أ ب ج)** يتشابه في الشكلين من حيث النسبة إلى الوتر، والمثلث **(أ ج د)** يتشابه في الشكلين من حيث النسبة إلى الوتر، وكذلك من حيث النسبة بين المساحة والأضلاع والزوايا...الخ وهما يختلفان عن النسبتين التاليتين:

فالنسبة بين الشكلين إلى موقع الوتر أقرب بينهما من موقع الوتر بالنسبة للشكلين السابقين.

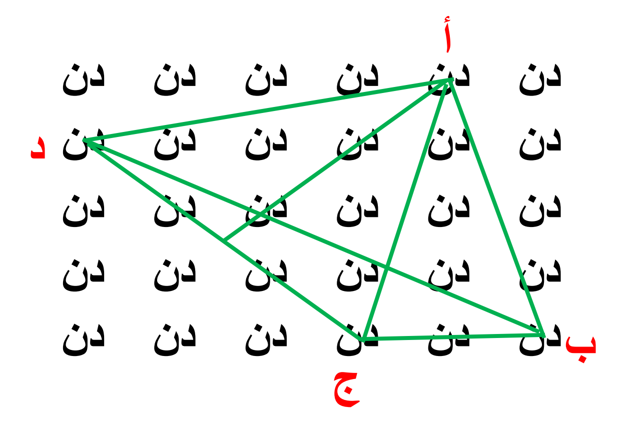
وحيث نجد (أن ضعف حاصل ضرب وحدات الضلع الأكبر من أحد المثلثين في وحدات الضلع الأقصر من المثلث الآخر يساوي النسبة بينهما إلى مربع الوتر المشترك)، لذا تكون نسبة مربع الوتر للقائمتين **5/3** و**4/1** كما يلي:

2 (5 × 1) = 10 و**2 (4 × 3) = 24** والمجموع **24 + 10 = 34** مربع الوتر.

كما أن (حاصل ضرب مجموع وحدات ضلعي إحدى القائمتين في الفرق بين وحدات ضلعي القائمة الأخرى، يساوي نسبة الأولى إلى مربع الوتر) وكما يلي:

(3 + 5) × (4 - 1) = 24 و **(4 + 1) × (5 - 3) = 10.**

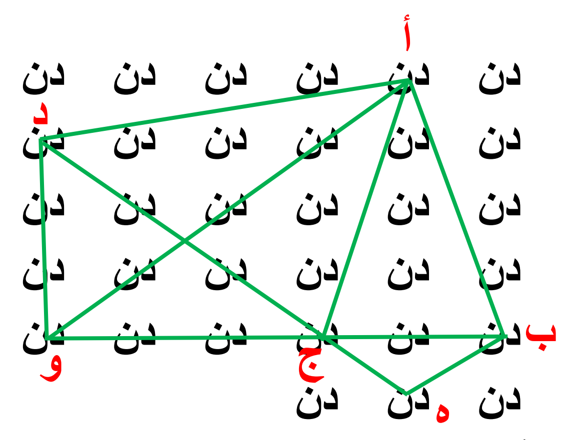
وحيث أن **(3 + 5) × (4 + 1) = 40** فإن **$\frac{1}{4}$ × 40 = 10** و **$\frac{3}{5}$ × 40 = 24**، فيتضح لنا من ذلك أن حاصل ضرب مجموع ضلعي كل قائمة من قائمتي الوتر المشترك في مجموع ضلعي الأخرى يساوي عدد وحدات مساحة المستطيل الذي يضم القائمة التي ضلعها يساوي مربع الوتر المشترك، والتي تضم القائمتين ذات الوتر المشترك بصورة مضاعفة كما في الشكل التالي:



فالمثلث **(أ ب ج)** هو ضعف القائمة ذات الوتر المشترك بالضلعين **4/1**، والمثلث **(أ ج د)** هو ضعف القائمة ذات الوتر المشترك بالضلعين **(2.5، 1.5)** بالوحدات المائلة.

ومربع ضلع القائمة **(ب أ د)** يساوي مربع الوتر المشترك **(17)**، وحاصل ضرب **$(1 + 4) \times (2.5 + 1.5) = 20$** وهو عدد وحدات المستطيل الذي تشغله القائمة المذكورة بالمثلثين **(أ ب ج، أ ج د).**

وعليه لو جعلنا الضلع الأطول من كل من القائمتين مساوياً لمجموع وحدات ضلعيهما، لكانت النسبة بين الشكلين الناجمين تساوي النسبة بينهما إلى مربع الوتر المشترك بينهما. أي أن نجعل ارتفاع المثلث **(أ ب ج)** يساوي **$4 + 1 = 5$** وحدات قياسية، وارتفاع المثلث **(أ ج د)** يساوي **$2.5 + 1.5 = 4$** وحدات مائلة، كما يلي:



فتكون مساحة القسم الأيسر من الوتر المشترك تساوي **12** وحدة، ومساحة القسم الأيمن من الوتر المشترك تساوي **5** وحدات.

فمساحة المعين **(أ ب ج ه)** تساوي نصف حاصل ضرب قطريه **$\frac{5 \times 2}{2} = 5$.**

ومساحة المعين **(أ ج و د)** تساوي حاصل ضرب قطريه **$4 \times 3 = 12$.**

ومجموعهما يساوي **17** وهو مربع الوتر المشترك.

وحاصل ضرب طول القطرين الأطولين من كل من المعينين يساوي **$4 \times 5 = 20$**، وعليه فإن **$\frac{5}{20} + \frac{12}{20} = \frac{17}{20}$.** فتكون النسبة المضافة من كل من المعينين إلى المساحة الأصلية هي نسبة الضلع الأقصر إلى الضلع الأطول من كل من القائمتين.

أي $\frac{4.5}{7.5} = \frac{1.5}{2.5}$ بالنسبة للمعين الأيسر، و $\frac{1}{4}$ بالنسبة للمعين الأيمن.

وفي نهاية هذا الموضوع ندرج الجدول التالي الذي يوضح نسب الوحدات المائلة إلى الوحدات القياسية بين ضلعي كل من القائمتين ذات الوتر المشترك مع الزاوية الصغرى لكل منهما كما يلي على سبيل المثال:

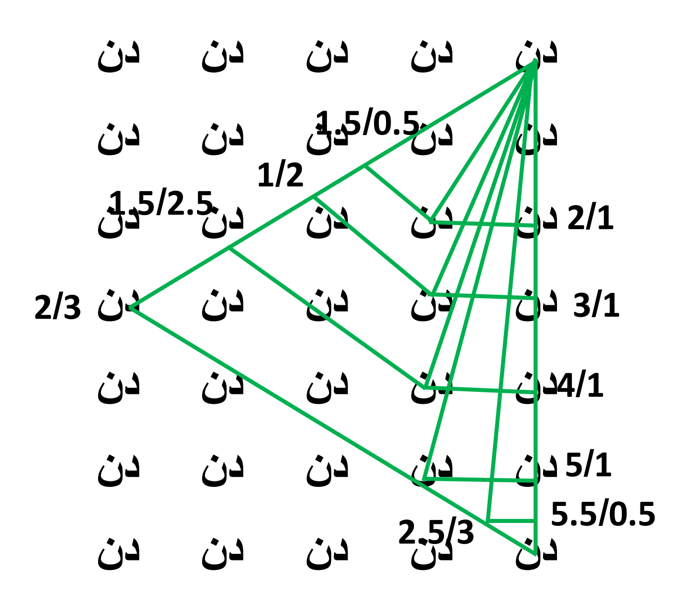
نسب الوحدات المائلة	نسب الوحدات القياسية
2/1	**3/1**
3/1	**4/2**
4/1	**5/3**
5/1	**6/4**

حيث نجد أن حاصل جمع الوحدات المائلة لضلعي القائمة يساوي الضلع الأطول بالوحدات القياسية من القائمة الأخرى. وإن الفرق بينهما يساوي الضلع الأقصر من الأخرى، وإن نسب الأعداد ودرجات الزوايا تتدرج وفق نظام التكامل والتفاضل...الخ.

ومن الرسم التالي تتوضّح هذه النسب:

دن دن دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن دن دن
دن 3/1 دن دن دن دن دن دن
دن 4/2 دن دن دن دن دن دن
دن 5/3 دن دن دن دن دن دن
دن 6/4 دن دن دن دن دن دن

وبعكس هذه النسب تتوضح النسب التالية من نصف المربع التالي:



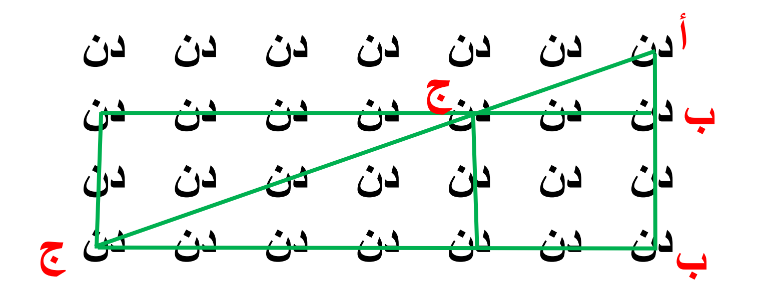
فهي كما يلي:

من اليمين بالوحدات القياسية	من اليسار بالوحدات المائلة
2/1	**0.5/1.5**
3/1	**1/2**
4/1	**1.5/2.5**
5/1	**2/3**
5.5/0.5	**2.5/3**

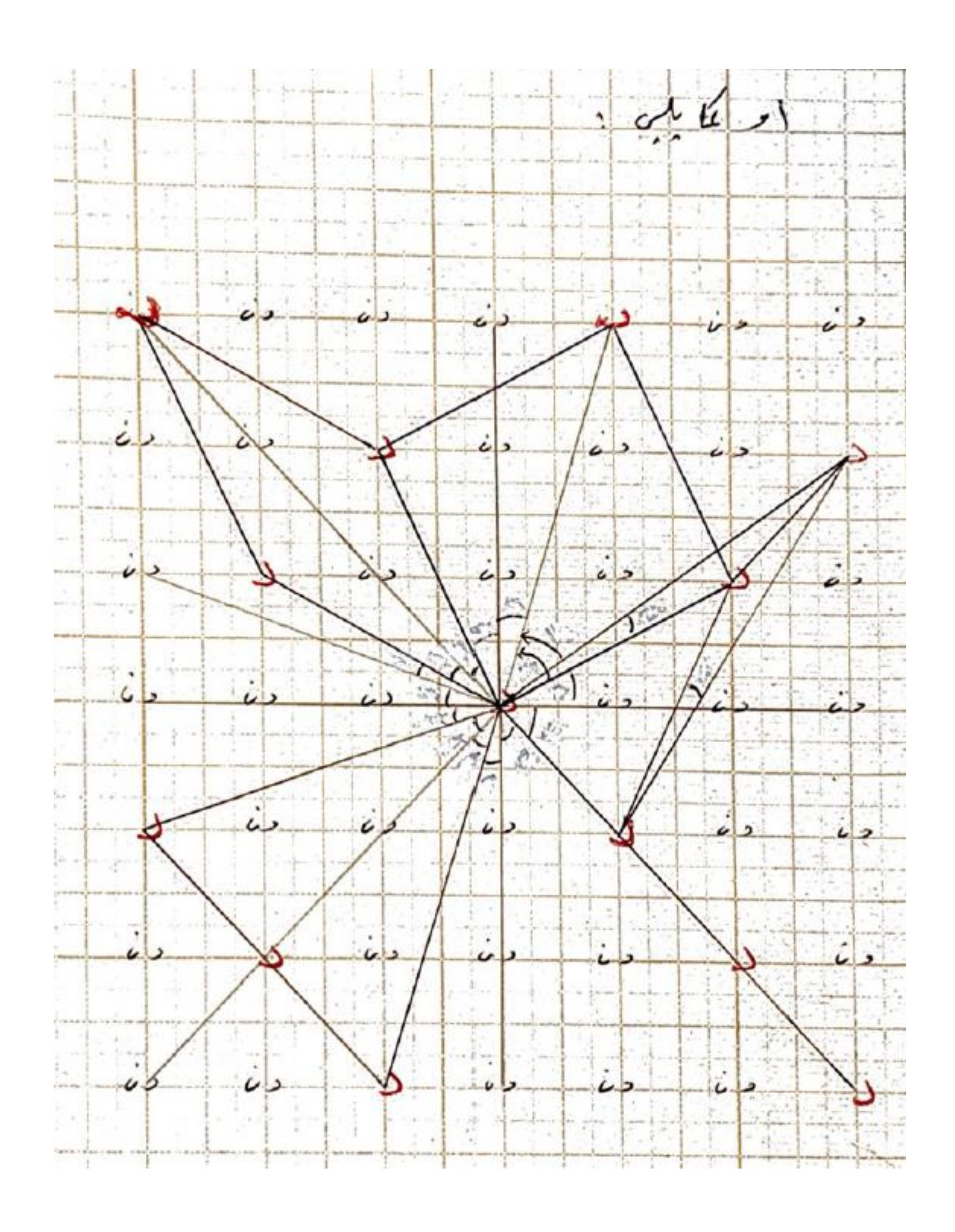
وعلى ذلك تكون الزوايا التي نحصل عليها من مربع الوتر المشترك التالي ومضاعفاته بالنسبة لضلعي كل من القائمتين هي كما يلي على سبيل المثال:

مربع الوتر المشترك	نسب الأضلاع
5	$\frac{3 + 2}{6}$
13	$\frac{10 + 3}{15}$

أي بنسبة كل من الضلعين **(2/1، 3/1)** ، **(5/1 ، 3/2)** بين هذه النسب. فيكون مربع الوتر الذي مقداره **45** ناجماً عن ضلعي المثلث **$6^2 + 3^2 = 45$** مساوياً في زوايا مثلثه للقائمة **$2^2 + 1^2 = 5$** أو القائمة **$4^2 + 2^2 = 20$**، وذلك كما في الشكل التالي:



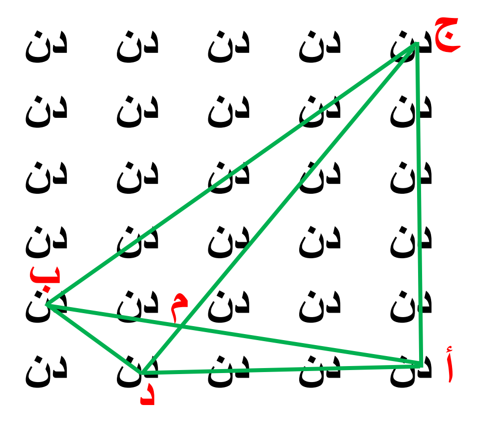
وعند رسم البنية الرياضية على الشكل التالي نجد امكانية استخراج هذه النسب وتمييزها كما يلي:


أو كما يلي :

زوايا الوتر المشترك

(المستقيم الواصل بين قائمتي الوتر المشترك بينهما يقسمهما إلى أربع مثلثات بنسب متناظرة على وجه التعاكس).

حيث مرّ بنا، إن مربع الضلع الواصل بين قائمتي الوتر المشترك يساوي نصف مربع ذلك الوتر، فإننا نجد من الرسم التالي:



إن الضلع الواصل بين القائمتين **(أ، ب)** والذي مربعه يساوي نصف مربع الوتر المشترك **(ج د)** يقسم هذا الشكل إلى أربع مثلثات، بحيث يكون المثلث **(أ ج م)** يناظر المثلث **(د م ب)**، ويكون المثلث **(ج ب م)** يناظر المثلث **(أ م د)**، وتكون قائمة المثلث **(ج أ د)** التي نسبة ضلعيها تساوي **5/3** قد انقسمت بنسبة ضلعية القائمة المقابلة لها والتي تساوي نسبة **4/1**، وبالعكس تكون قائمة المثلث **(ج د ب)** التي نسبة ضلعيها تساوي **4/1** قد انقسمت بنسبة ضلعية القائمة المقابلة لها والتي تساوي نسبة **5/3**.

كما تكون الزاوية **(أ م ج)** أو الزاوية **(د م ب)** تساوي مجموع الزاوية الكبرى

المقابلة للقائمة **(ج أ د)** مع الزاوية الصغرى المقابلة للزاوية **(ج ب د).**

وتكون الزاوية **(أ م د)** أو الزاوية **(ج م ب)** تساوي مجموع الزاوية الكبرى المقابلة للقائمة **(ج د ب)** مع الزاوية الصغرى المقابلة للزاوية **(أ ج د).**

وعلى هذا الأساس يمكن أن نجد المثلث **(ج أ د)** يتناظر مع المثلث **(ج ب د)**، وإن المثلث **(ج أ ب)** يتناظر مع المثلث **(أ د ب).**

وعلى هذا الأساس أيضاً يمكن أن نقرر أن جميع المثلثات تتألف من مجموع زاويتين قائمتين، وإن كل قائمة تنقسم إلى نسبتين تساوي النسبة بين الزاويتين المقابلتين إلى القائمة ذات الوتر المشترك.

نسب أضلاع القائمة

لما كانت الزاوية المؤلفة بين نسبتين متكاملتين من نسب الأضلاع تساوي نصف قائمة، كما مرّ بنا، لذا يمكن القول إن $\frac{4}{7} + \frac{3}{11} = 45^0$،

وإن $7^2 + 4^2 = 65$ يكون ضلعاً للقائمة (المربع).

وإن $11^2 + 3^2 = 130$ يكون وتراً للقائمة (قطر المربع).

ويكون شكل القائمة مبنياً على مستطيل قوامه يساوي $7 \times 11 = 77$ وحدة قياسية كما يلي:

دن دن دن دن دن دن دن دن دن دن دن

دن دن دن دن دن دن دن دن دن دن دن

دن دن دن دن دن دن دن دن دن دن دن

دن دن دن دن دن دن دن دن دن دن دن

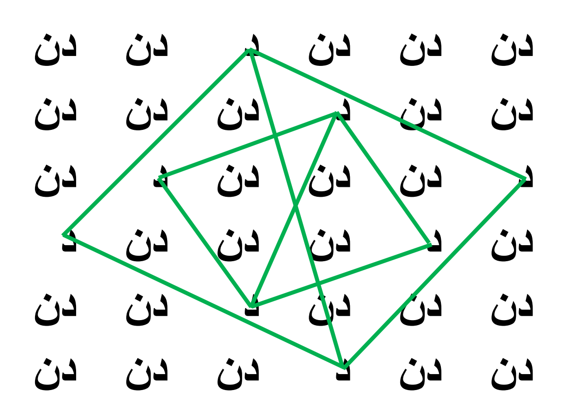
دن دن دن دن دن دن دن دن دن دن دن

دن دن دن دن دن دن دن دن دن دن دن

دن دن دن دن دن دن دن دن دن دن دن

دن دن دن دن دن دن دن دن دن دن دن

وعلى ذلك يكون الشكل التالي:



مؤلفاً من نسبتي $\frac{2}{3} + \frac{1}{5}$ للقائمة الخارجية. وعلى قاعدة أرضية مقدارها $3 \times 5 = 15$ وحدة قياسية.

ومن $\frac{1}{2} + \frac{1}{30} = 45^0$ للقائمة الداخلية. وعلى قاعدة أرضية تساوي $2 \times 3 = 6$ وحدة قياسية.

فتكون النسبة $3^2 + 2^2 = 13$ ضلع القائمة الأولى، و $5^2 + 1^2 = 26$ وترها.

وتكون النسبة $2^2 + 1^2 = 5$ ضلع القائمة الثانية، و $3^2 + 1^2 = 10$ وترها.

وعلى ذلك تكون النسبة المتكاملة مع العدد **5/3** تساوي $5 + 3 = 8$، $5 - 3 = 2$

أي $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ كما مرّ بنا، وتكون نسبة **3/2** متممة لنسبة **5/1** أي $2 + 3 = 5$ و $3 - 2 = 1$ والعكس بالعكس.

نسب الأعداد الثلاثية

إلى فئاتها

إذا أردنا أن نعرف أيّاً من الأعداد الثلاثية التالية **213**، **321**، **132**، **413**، **341**، **134**، **342**، **234**، **423**، **142**، **214**، **421** ينتسب إلى الفئة التأليفية أو إلى الفئة الترتيبية أو إلى الفئة الموسيقية، فإننا نجمع طرفي العدد الثلاثي فإذا كان المجموع يساوي **5** فإنه ينتمي إلى التأليفية، وهي الأعداد **213**، **342**، **124**، **431.**

وإذا كان مجموع طرفي العدد يساوي **4** أو يساوي **6** فإنه ينتمي إلى الترتيبية، وهي الأعداد **321**، **234**، **412**، **143.**

وإذا كان مجموع طرفي العدد يساوي **3** أو **7** فإنه ينتمي إلى الموسيقية، وهي الأعداد **231**، **324**، **241**، **314.** فتجتمع الأولى في **134213**، وتجتمع الثانية في **214321**، وتجتمع الثالثة في **314231.** وتجتمع كل هذه الأعداد في **12** رقماً كما مرّ بنا في البنية الأسطوانية.

وإذا جمعنا الأعداد الثلاثية للفئة التأليفية كما يلي:

3	**4**	**2**
2	**1**	**3**
1	**2**	**4**
4	**3**	**1**

نجد أن الأعداد في الأركان الأربعة تمثل أعداد الفئة الترتيبية **2 3**
1 4

وإن كلاً من الأعداد الرباعية العمودية تمثل شكل المثلث، وإذا جمعناها كما يلي:

3 4 2
2 1 3
4 3 1
1 2 4

نجد أن الأعداد في الأركان الأربعة تمثل أعداد الفئة الموسيقية **3 2**
1 4
وإن كلاً من الأعداد الرباعية العمودية أعداد المنحرف المتناقض.

وإذا جمعنا الأعداد الثلاثية للفئة الترتيبية كما يلي:

3 2 1
2 3 4
1 4 3
4 1 2

نجد أن الأعداد في الأركان الأربعة تمثل أعداد الفئة التأليفية **3 1**
4 2
وإذا جمعنا الأعداد الثلاثية للفئة الموسيقية كما يلي:

3 1 4
2 4 1
4 2 3
1 4 2

نجد أن الأعداد في الأركان الأربعة تمثل أعداد الفئة التأليفية **3 4**
1 2
وإن كلاً من الأعداد الرباعية العمودية أعداد المنحرف المتناقض.

وفيما يلي نجد الفرق بين ترتيب الأحوال الأربعة:

ترتيبية	تأليفية	موسيقية	تأليفية
321	**213**	**231**	**312**
234	**342**	**324**	**243**
143	**431**	**142**	**421**
412	**124**	**413**	**134**

ونحن إذا نظرنا إلى أعداد المثلث التي هي **3214**، **2341** نجد أنها تمثل أعداد الفئة الترتيبية. وإن أعداد المنحرف المتناقض التي هي **3241**، **2314** تمثل أعداد الفئة الموسيقية. وإن أعداد المنشور **3421**، **2134** تمثل الأعداد الثلاثية للفئة التأليفية من حيث علاقة اتصالها بالفئة الترتيبية. وإن أعداد المنحرف المتعاكس **13424213** تمثل الأعداد الثلاثية للفئة التأليفية من حيث علاقة اتصالها بالفئة الموسيقية.

برهنة التوالد

لا يخفى أن المتسلسلة **132413** تتضمن الأعداد الثلاثية **413، 241، 324، 132.**

فالمربع **2413** يضم العددين الثلاثيين **413، 241.**
3142

والمعين **1324** يضم العددين الثلاثيين **324، 132.**
4231

أماالمنحرف المتناقض **3241** فيضم الجميع أي **241، 324، 314، 231.**
2314

أما المتسلسلة **341234** تتضمن الأعداد الثلاثية **234، 123، 412، 341.**

فالمستطيل **2143** يضم العددين الثلاثيين **143، 412.**
3412

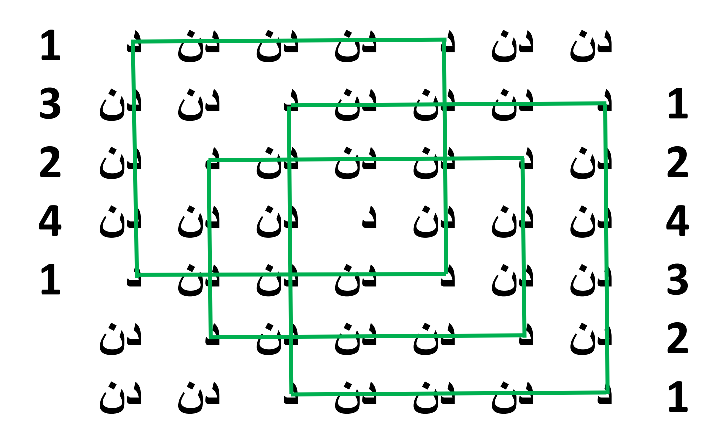
والخط **4321** يضم العددين الثلاثيين **321، 234.**
1234

أما المثلث **3214** فيضم الجميع أي **214، 321، 341، 234.**
2341

أما المتسلسلة **134213** تتضمن الأعداد الثلاثية **213، 421، 342، 134.**

فالمنشور **3421** يتضمن الجميع، والمنحرف المتعاكس يتضمن الجميع أيضاً.
2143

وعلى هذا الأساس نجد من شكل البنية التالي:



إن المستطيل الكبير يضم جميع الأعداد الثلاثية المارّ ذكرها، لأنه يتضمن شكل المنشور وشكل المنحرف وشكل المثلث، وإن المستطيل الصغير لا يتضمن الأعداد الثلاثية **413**، **142**، **342** لأنه يخلو من المنشور والمربع. وإن المربع لا يتضمن الأعداد **143**، **412**، **321**، **234** أي أنه يخلو من أعداد الفئة الترتيبية.

وعلى ما مرّ ذكره، يكون المثلث مولداً لشكلي المستطيل والخط. ويكون المنحرف المتناقض مولداً لشكلي المعين والمربع، بينما يتولد المنشور من المنحرف المتعاكس، ويتولد المنحرف المتعاكس من المنشور.

أما من الناحية الترتيبية للأعداد التالية:

4 1 3 2	**2 4 1 3**	**3 2 1 4**
3 4 2 1	**1 3 4 2**	**2 1 4 3**
2 3 1 4	**4 2 3 1**	**1 4 3 2**
1 2 4 3	**3 1 2 4**	**4 3 2 1**
	2 4 1 3	**3 2 1 4**
	3 1 4 2	**2 1 4 3**
	4 2 3 1	**1 4 3 2**

فنجد التعاقب العمودي الأول بين الخط والمثلث والمستطيل على وجه التناوب من حيث البداية. والتعاقب العمودي الثاني بين المربع والمنحرف المتعاكس والمعين على وجه التناوب من حيث البداية. وفي التعاقب العمودي الثالث نجد التناوب بين المنشور والمنحرف المتناقض. علماً بأن الأعداد العمودية في كل من الحالات الثلاث تمثل أعداد الفئة الترتيبية للمثلث والمستطيل والخط.

ومما مر، يتضح أن الأعداد الثلاثية تنقسم إلى ثلاثة أنواع:

أولاً: الأعداد **3 2 1** و **4 1 2**
2 3 4 **1 4 3**

وهي أعداد المتسلسلة الترتيبية، ذلك أن دوران الأعداد الأربعة من جهة اليمين

تدور على **2 1.**
3 4

ثانياً: الأعداد **4 1 3** و **3 2 4**
1 4 2 **4 3 1**

وهي أعداد المتسلسلة الموسيقية، لأن دوران الأعداد الأربعة من جهة اليمين تدور

على **3 1.**
2 4

ثالثاً: الأعداد **2 1 3** و **4 2 1**
3 4 2 **1 3 4**

وهي أعداد المتسلسلة التأليفية، لأن دوران الأعداد الأربعة من المجموعتين تدور

على **3 1** كما تدور على **2 1 .**
2 4 **3 4**

ومما يلاحظ على أعداد الفئة الثانية أن أحد الوجهين أكبر من الوجه الآخر من جهتين، وإن الأعداد الأربعة في محيطه تدور على نظام الفئة الترتيبية، بينما تدور الأعداد الأربعة في محيط الفئة الترتيبية على نظام الفئة الموسيقية.

وإن جمع حاصل الطرح بين الوجهين من جهتين يساوي في هذه الفئة **396**، بينما الفرق بين حاصل الطرح بين الوجهين من الجهتين في الفئة الموسيقية يساوي **198**، وإن جمع حاصل الطرح بين الوجهين من الجهتين يساوي **198**، **495** في كل من **2 1 3** و **1 2 4** فيكون مجموع الطرفين في كل من **396**، **495**، **198**
1 3 4 **2 4 3**
مساوياً للعدد الأوسط كما مرّ بنا سابقاً، أي بمساحة قدرها **4.5** من الوحدات.

كما إن مجموع طرفي الأعداد الثلاثية الموسيقية يساوي **4**، **6** وفي التأليفية يساوي **5**، **5** كما يلي:

132 = 423 + 413 = 142 الموسيقية.

321 = 234 + 341 = 214 الترتيبية.

213 = 342 + 134 = 421 التأليفية.

وحيث أن **2 3 1** / **4 2 3** تساوي **3 1 2** / **3 4 2** من حيث الشكل والمساحة، فإن مجموع مساحات أشكال هذه الأعداد يساوي **6.5** من الوحدات، وعليه فالأعداد الأولى والثانية من الأسفل إلى الأعلى تساوي **13213** / **42342** ، والثالثة والرابعة من الأعلى إلى الأسفل تساوي **13413** / **42142.**

الأساس الترتيبي للبنية الرياضية

حيث أن مجموع الأعداد الأربعة المؤلفة من **(1، 2، 3، 4)** يساوي **10**، وقد ذكرنا أن **(دن دن دن د دن دن دن)** تساوي **(4 3 2 1)** وهي تمثل شكل الخط.

وإن (**دن دن د دن دن دن د)** تساوي **(3 2 1 4)** وهي تمثل شكل المثلث.

كما أن عكسها **(د دن دن د دن دن د)** تساوي **(1 4 3 2)** وهي تمثل شكل المثلث أيضاً. وإن **(دن د دن دن دن د دن)** تساوي **(2 1 4 3)** وهي تمثل شكل المستطيل.

ومن هذه التراكيب الثلاث تتألف البنية الرياضية التي تتمثل بأشكالها الأربعة المارّ ذكرها سابقاً. فإذا جمعنا بين هذه التراكيب الأربع كما يلي:

(دن دن د دن دن دن د دن دن) بدءاً بالخط، أو كما يلي:

(دن دن د دن دن د دن دن دن) بدءاً بالمثلث أو كما يلي:

(دن د دن دن د دن دن دن دن) بدءاً بالمستطيل، علماً بأن عكس المثلث هو الوضع الرابع، فنجد أن كلاً منها يتألف من عشرة نقرات (أعداد طبيعية).

وعليه فإن صور البنية الأربع تتشكل من هذا العدد. فإذا تضمنت خطوطها الأفقية أربع مثلثات من هذه التراكيب، كما يلي:

المثلث دن دن د دن دن دن د

المثلث د دن دن دن د دن دن

المستطيل دن د دن دن دن د دن

الخط دن دن دن د دن دن دن

المثلث دن دن د دن دن دن د

المستطيل دن د دن دن دن د دن

المثلث د دن دن دن د دن دن

فيكون المكعب الكامل، أو كما يلي منتهياً بالخط:

المستطيل دن د دن دن دن د دن

الخط دن دن دن د دن دن دن

المثلث د دن دن دن د دن دن

المثلث دن دن د دن دن دن د

المستطيل دن د دن دن دن د دن

المثلث د دن دن دن د دن دن

الخط دن دن دن د دن دن دن

فلا يكون المكعب كاملاً، أو كما يلي متضمنةً أربع مثلثات:

المثلث د دن دن دن د دن دن

المثلث دن دن د دن دن دن د

الخط دن دن دن د دن دن دن

المستطيل دن د دن دن دن د دن

المثلث د دن دن دن د دن دن

الخط دن دن دن د دن دن دن

المثلث دن دن د دن دن دن د

فيكون المكعب الكامل الثاني، أو كما يلي مبتدئا بالخط:

الخط دن دن دن د دن دن دن

المستطيل دن د دن دن دن د دن

المثلث دن دن د دن دن دن د

المثلث د دن دن دن د دن دن

الخط دن دن دن د دن دن دن

المثلث دن دن د دن دن دن د

المستطيل دن د دن دن دن د دن

فلا يكون المكعب كاملاً.

وعليه إذا تضمّن الشكل أربع مثلثات كان المكعب كاملاً، وإذا تصدره أو تأخره الخط لم يكن المكعب كاملاً.

كما نجد أيضاً في محيط كل من الشكل الأول أو في محيط الشكل الثاني ثلاثة من **(دن دن د دن دن د دن)** أو **(د دن دن دن د دن دن).** وهي مقولات المثلث، إلى غير ذلك من تفاصيل.

بين العلة والسبب

حيث أن قراءة الأرقام من المقولة التالية **دن دن دن د**

تتحدد بنسبة موقع الدال **(د)** منها وتتلخص بالمقولتين **(1 د دن دن دن 4)** و **(2 دن د دن دن 3)** وبالمقولة **(4 دن دن دن د 1)** والتي هي نفس المقولة الأولى على وجه التضاد. وبالمقولة **(3 دن دن د دن 2)** والتي هي نفس المقولة الثانية على وجه التضاد. لذا فإن موقع الدال في المقولة الأولى والثانية يمثل العدد **1** ويكون رقمه من الجهة المقابلة ممثلاً للرقم **4**، وموقعه من المقولة الثانية والرابعة يمثل العدد **2** يقابله للرقم **4.**

وعليه إذا وقع العدد **1** في أول الأعداد الأربعة **(1، 2، 3، 4)** على وجه التناوب، تولدت المجموعات التالية: **4321، 3421، 2431، 2341، 3241.**

3421 تأليفية

4321 ترتيبية

2431 تأليفية

4231 موسيقية

2341 ترتيبية

3241 موسيقية

وإذا وقع العدد **1** في ثاني هذه الأعداد أو في ثالثها من الجهة المقابلة، تولدت المجموعات التالية: **3214، 2314، 2413، 4213، 3412، 4312.**

3214 ترتيبية

2314 موسيقية

4213 تأليفية

2413 موسيقية

3412 ترتيبية

4312 تأليفية

وعليه على سبيل المثال يكون العدد **1** الذي يمثله الحرف **(د)** من الشكلين التاليين:

	4	2	1	3	
3	دن	دن	د	دن	2
2	دن	د	دن	دن	3
4	دن	دن	دن	د	1
1	د	دن	دن	دن	4
	1	3	4	2	

	2	3	1	
3	دن	دن	د	1
1	د	دن	دن	3
2	دن	د	دن	2
	2	1	3	

هو العلة لنشؤ الأرقام المحيطة به حسب عدد النقرات (الأسباب) التي تتقدمه. فيكون الدال علة للتأليف بين نسب الأسباب في كل من دائرة الوحدة (البنية اللغوية الزمانية) و (البنية الرياضية المكانية). وعليه فإن قراءة الأرقام **(2، 3، 4)** من الأسباب تكون تابعة لموقع عدد الأسباب من العلة **(د)** التي تمثل العدد **1.**

ومهما زادت أعداد الأسباب وزادت الأرقام تبعاً لها، فإن الشكل الهندسي المتكوّن من مواد هذه العلل سيظل متناهياً كما مرّ بنا بالنسبة إلى اللامتناهي.

وعليه فإن المجموعة الموسيقية **132413** تضم **3241**، **4231** و **2413**، **2314.**
423142

وإن المجموعة الترتيبية **214321** تضم **4321**، **2341** و **3412**، **3214.**
341234

فإن المجموعة التأليفية **34213** تضم **3421**، **2431** و **4312**، **4213.**
21342

وتكون علة تكوين كل من هذه المجموعات والأشكال التي تولدت عنها هذه الأشكال هي العدد **1** والتي تتمثل بالنقرة **(د).**

ويلاحظ من الشكل التالي للبنية:

	1	3	2		1	3	2	
1	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	3
3	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	1
2	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	2
	دن	دن	دن	دن	دن	دن	دن	
1	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	3
2	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	2
3	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	1
	3	2	1		3	2	1	

إن الدالة المركزية هي العلة الأولى في هذا الشكل لتسبيب تأليف مكونات الأعداد الأربعة لكل من هذه الفئات والمجموعات كما مرّ بنا.

ومما مرّ، يتضح أن الأعداد الثلاثية تنقسم إلى ثلاث فئات:

الأولى 213، 413، 214. فإذا أضفنا العدد الرابع إليها وهو **(**إمّا **4** أو **2** أو **3)** من إحدى الجهتين فلن يتغير موقع الواحد منها.

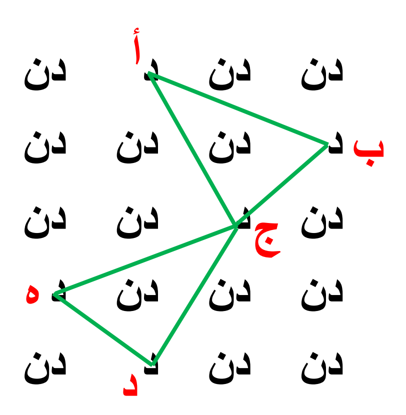
الثانية 432، 243، 324. فإذا أضفنا العدد الرابع إليها وهو الواحد من إحدى الجهتين فلن يتغير موقع الواحد منها.

والثالثة 123، 132، 134، 143، 124، 142. فإذا أضيف العدد الرابع إليها من إحدى الجهتين فسيكون العدد **1** متغيراً في أحد الموقعين منها، حيث يكون الأول أو الرابع، كما يكون الثاني أو الثالث حسب النظر اليه من إحدى الجهتين وكما يلي:

4 1 2 3 4	**1 4 3 2 1**	**4 2 1 3 4**
4 1 3 2 4	**1 2 4 3 1**	**2 4 1 3 2**
2 1 3 4 2	**1 3 2 4 1**	**3 2 1 4 3**
2 1 4 3 2		
3 1 2 4 3		
3 1 4 2 3		

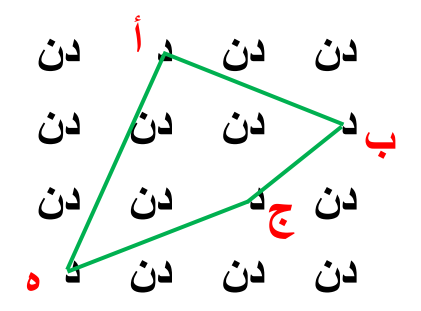
فالعلة في هذا التأليف إذن موقع العدد واحد وليست الأرقام المتسببة عن هذه العلية.

وعليه لو نظرنا إلى الشكل التالي:



نجد أن المثلث **(أ ب ج)** لا يختلف عن المثلث **(ج د ه)** إلّا من حيث الموقع.

ولكننا لو نظرنا إلى الشكل التالي:



الذي هو جزء من الشكل السابق أضيف إليه البعد الرابع **(أ ه)** لوجدناه يختلف عن الشكل التالي:

د دن دن دن
دن د دن دن
دن دن دن د
دن دن د دن

الذي هو الجزء الثاني من الشكل الأول.

ولو جمعنا بين الشكلين كما يلي:

دن دن د دن

د دن دن دن

دن دن دن دن

دن دن دن د

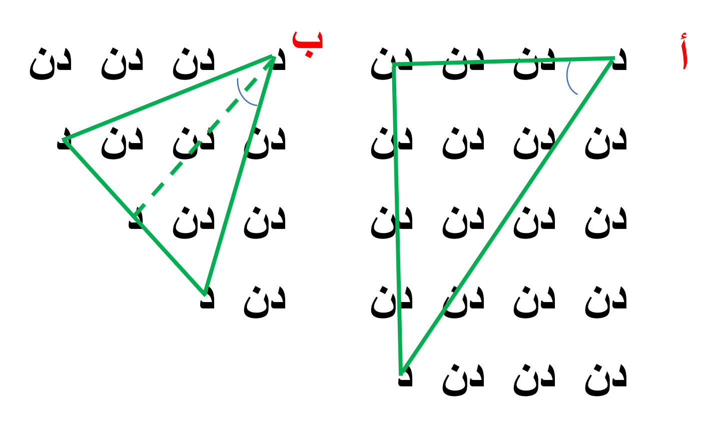
دن دن د دن

فإننا نكون قد أحطنا بمعنى البعد الرابع من حيث تغير الزمان والمكان والحجم والمساحة.

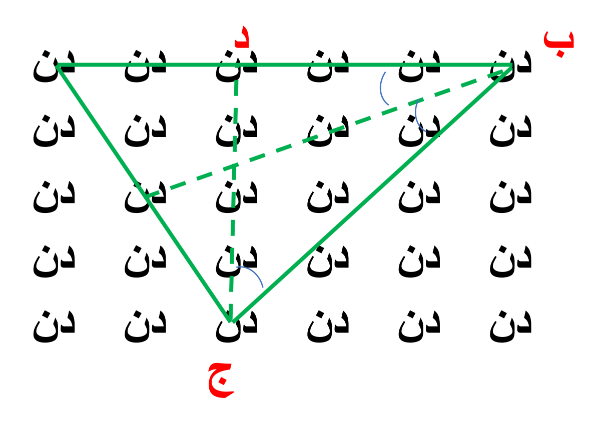
ومما مرّ، يتضح أن النسق الزماني الذي يربط بين الأفكار بواسطة المقولات (الألفاظ) المحددة فيما وراء اللغة يتمثل بدائرة الوحدة. وإن النسق المكاني الذي يربط بين الأشياء في موضوع مستمد من تلك المقولات يتمثل في البنية الرياضية.

تساوي الزوايا واختلاف النسب

من المثلثين التاليين:



نجد أن النسبة بين ضلعي الأول تساوي **4/3**، وإن النسبة بين القاعدة والارتفاع في المثلث الثاني تساوي **2/2**، أي إن النسبة بين الارتفاع ونصف القاعدة تساوي **2/1**. وللبرهان على أن زاوية **(أ)** من المثلث الأول تساوي زاوية **(ب)** من المثلث الثاني، نرسم المثلث التالي:



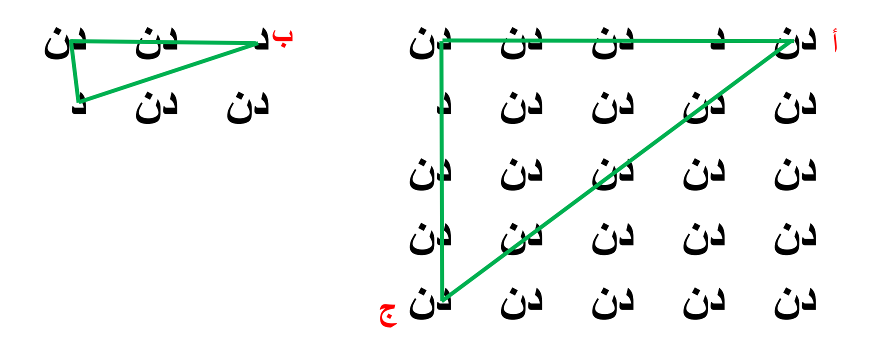
حيث تكون نسبة مربع قاعدته إلى ارتفاعه تساوي **20/20**، وهو متساوي الساقين أيضاً، فيكون شبيهاً للمثلث الثاني بأبعاده وزواياه، أي أن زاوية **(ب)** منه تساوي زاوية **(ب)** من المثلث الثاني.

وحيث نجد أن المثلث **(ب د ج)** تكون النسبة بين ضلعيه تساوي **4/3**، فتكون زاوية **(أ)** من المثلث الأول مساوية لزاوية **(ب)** من المثلث الثاني. وبنفس الطريقة يمكن أن نثبت أن زاوية **(ج)** من المثلث **(ب د ج)** تساوي زاوية **(ه)** من المثلث التالي:

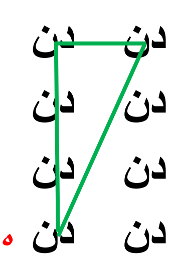
لأن مجموع زاوية **(ه)** وزاوية **(ب)** تساوي زاوية قائمة كما يلي:

وعليه نجد من الشكل التالي:

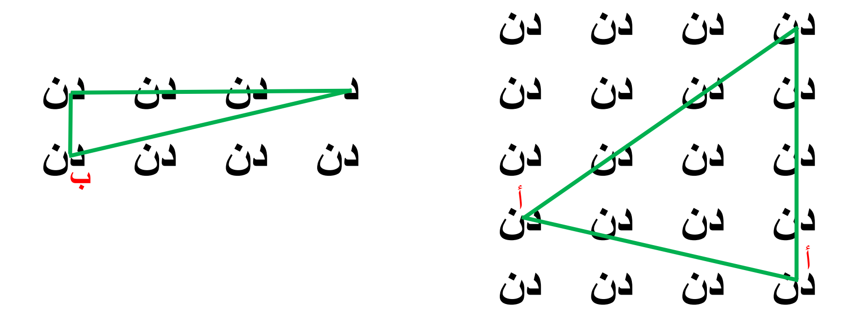
إن زاوية **(ه)** تساوي زاوية **(ج)**، وإن زاوية **(ب)** تساوي زاوية **(أ)**، وبالتالي نجد أن زاوية **(أ)** تساوي ضعف زاوية **(ب)** من المثلثين التاليين:



وإن زاوية **(ج)** تساوي ضعف زاوية **(ه)** من المثلث التالي:

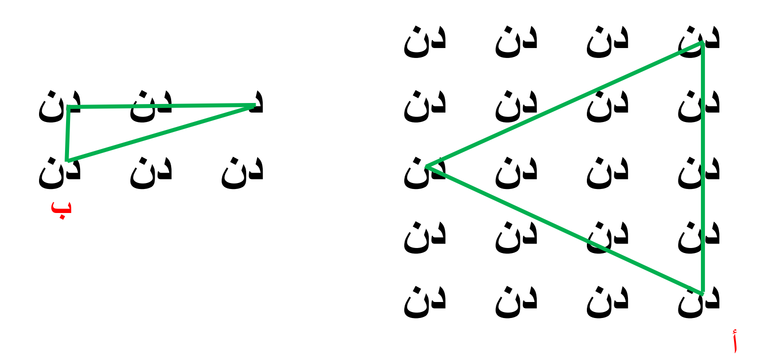


كما نجد مما يلي في الشكل التالي:



إن كلاً من زاويتي **(أ)** من المثلث الأول تساوي زاوية **(ب)** من المثلث الثاني.

كما نجد في الشكل التالي:



إن كلاً من زاويتي **(أ)** من المثلث الأول تساوي زاوية **(ب)** من المثلث الثاني.

وبذلك نثبت تساوي زاويتي مثلثين مختلفين دون استعمال آلة قياس.

أهمية الأعداد الأربعة

في البنية الرياضية

لو رسمنا الأشكال التي تتألف منها الأعداد الثلاثية التالية:

1. **213**، **231**، **342**، **324** لوجدنا أنها تشكل مثلثاً واحداً مجموع مربعات أبعاده يساوي **5 + 5 + 2 = 12**، وإن الأعداد الثلاثية **321** و**234** تشكل خطاً مجموع مربعات أبعاده تساوي **8 + 2 + 2 = 12.**
2. الأعداد الثلاثية **413** و**142** تشكل مثلثاً واحداً مجموع مربعات أبعاده يساوي **10+ 5 + 5 = 20**، والأعداد **214** و**341** تشكل مثلثاً مجموع مربعات أبعاده تساوي **10 + 8 + 2 = 20.** والأعداد **421** و**134** تشكل مثلثاً مجموع مربعات أبعاده تساوي **5 + 2 + 13 = 20.** فما نقص من أحد الأضلاع الثلاثة أضيف إلى أحد الضلعين الآخرين.

ومن ملاحظة هذه المثلثات نجد أن أبعاد كل مثلثين منها قد تتماثل ببعدين أو ببعد واحد أو تختلف أبعادهما كلياً. أما إذا أضفنا العدد الرابع إلى كل من هذه الأعداد الثلاثة فسنحصل على ستة أبعاد، مجموع مربعاتها تساوي **40** كما يلي:

المربع **10 + 10 + 5 + 5 + 5 + 5**

المعين **2 + 18 + 5 + 5 + 5 + 5**

المنحرف **2 + 10 + 13 + 5 + 5 + 5**

المنشور **2 + 13 + 13 + 2 + 5 + 5**

المثلث **10 + 10 + 8 + 8 + 2 + 2**

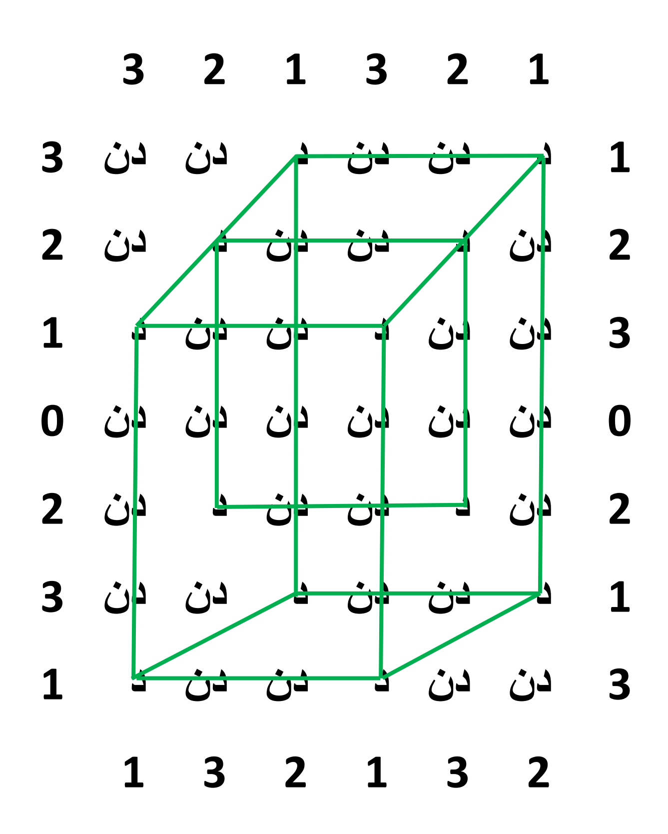
المستطيل **10 + 10 + 8 + 8 + 2 + 2**

الخط **18 + 8 + 8 + 2 + 2 + 2**

وعليه فإن أبعاد الخط تختلف عن أبعاد المربع، وإن كلاً من أبعاد المربع والمعين والمنحرف تتماثل في أربعة من كلٍ منها، وإن أبعاد المثلث والمستطيل متماثلة، وإن أبعاد الخط تتماثل مع كل من المثلث والمستطيل في أربعة منها، وإن أبعاد المنشور والمنحرف تتماثل في أربعة منها، ...الخ من نسب أخرى.

وعن طريق الجمع بين هذه التحركات بين الأبعاد على وجه الانسجام تتألف البنية الرياضية بأبعادها المتعددة التي تمثل الأشكال المختلفة الناجمة عن هذه المتغيرات على وجه الدوران كما مرّ بنا سابقاً.

وعليه إذا صورنا البنية الرياضية من الأعداد الرياضية كما يلي على سبيل المثال:



ابتداء من العدد **1** من الأعلى ومن العدد **2** من الأسفل فإننا لا نحصل على الأشكال الهندسية السبعة إلّا بإضافة البعد الرابع وهو العدد 4، إلى أحد جانبيها لتتمثل فيها جميع التحركات التي تحدثها التغيرات الأربعة على وجه التناوب كما يلي:

4	**3**	**2**	**1**	**3**	**2**	**1**
دن	دن	دن	د	دن	دن	د
دن	دن	د	دن	دن	د	دن
دن	د	دن	دن	د	دن	دن
د	دن	دن	دن	دن	دن	دن
دن	دن	د	دن	دن	د	دن
دن	دن	دن	د	دن	دن	د
دن	د	دن	دن	د	دن	دن
4	**1**	**3**	**2**	**1**	**3**	**2**

حيث تتحول هذه البنية بالدوران حول نفسها إلى ما يلي على سبيل المثال من صورها الأربع:

	3	**2**	**1**	**4**	**3**	**2**	**1**	
3	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	**1**
2	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	**2**
1	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	**3**
4	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	**4**
2	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	**2**
3	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	**1**
1	دن	دن	دن	دن	د	دن	دن	**3**
	1	**3**	**2**	**4**	**1**	**3**	**2**	

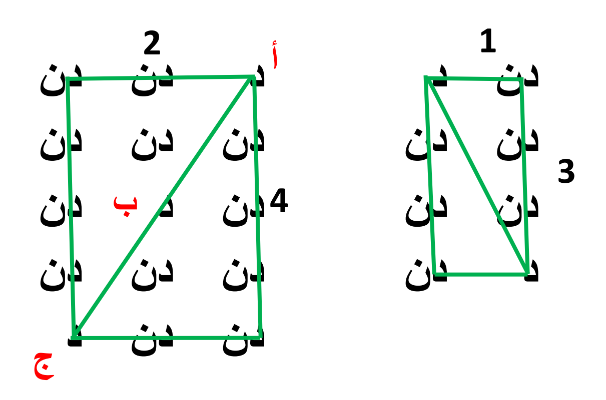
حيث يتمثل البعد الرابع (الذي هو العدد **4**) في مركز هذه البنية الذي يضاف إلى المتغيرات الثلاثة لنحصل بواسطته على المكان المتعدد الأبعاد. ومن هذا المنطلق تتبين أهمية البعد الرابع بالنقلات الأربعة التي تبدأ وتنتهي على وجه التناوب لعدد هذه الحركات الذي تقف فيه الحركة عن التحرك، وإلا أعادت نفس المجالات والأشكال والمسافات...الخ التي مرّت فيها سابقاً.

وعليه نجد أن المتغيرات الثلاثة في الشكل الأول لا تفي بالغرض المطلوب الذي تمثله الأشكال الهندسية السبعة بتحوّل كل منها إلى شكل آخر عند دوران البنية وحسب موقعها من المشاهد إلا إذا أضيف إليها المتغير الرابع لحصر المجموعات الرياضية نتيجة الروابط المتمثلة في الفئات الموسيقية والترتيبية والتأليفية.

نسب الأوتار والأقطار

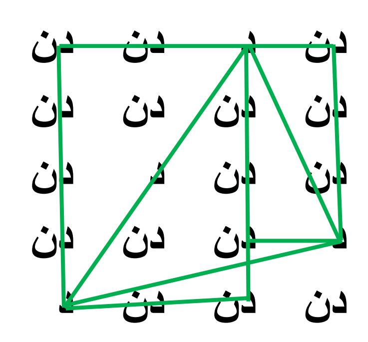
حيث أن النسبة بين طول ضلعي كل مثلث تحدد زواياه، وبالتالي تختلف بين مربعات أوتار المثلثات المختلفة الأطوال.

لذا لو رسمنا المستطيلين التاليين الذي طول كل من ضلعيهما يساوي **(1، 3)** و **(2، 4)** كما يلي:



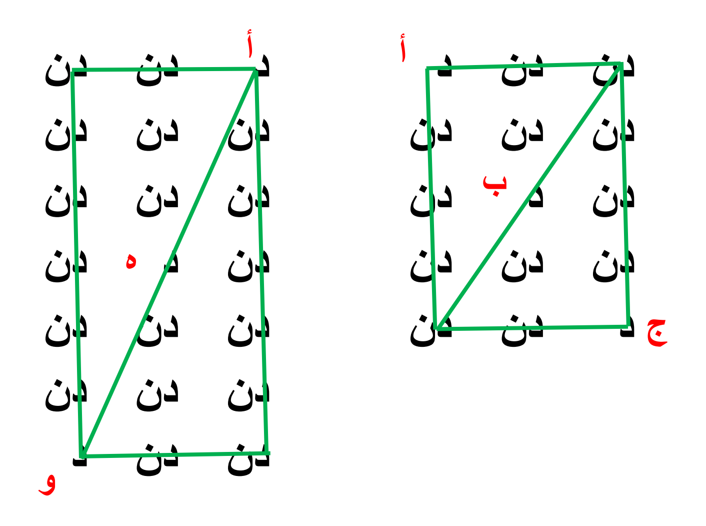
فإننا نجد أن قطر كل منهما يختلف عن الآخر، ولا توجد نسبة صحيحة بينهما، لاختلاف النسبة بين أطوالهما. فمربع طول القطر الأول يساوي **10**، ومربع طول القطر الثاني، وهو يتألف من مجموع مربع المسافة **(أ ب)** البالغ **5**، ومجموع مربع المسافة **(ب ج)** البالغ **5**، ومما لا شك فيه هو عدم وجود نسبة صحيحة بين مربع كل من المسافتين البالغ **5**، وبين مربع القطر الأول البالغ **10**، وعليه فإن اختلاف زوايا المثلث الذي يكون قطر المستطيل وتراً لها، تختلف عن زوايا المثلث من المستطيل الثاني الذي يكون قطره وتراً لها، باختلاف النسبة بين طول الضلعين وهما **3/1** و**2/1** في كل منهما.

فلو جمعنا بين هذين المستطيلين كما يلي:



لوجدنا أن قطر المستطيل الأول يساوي ضلع المربع الذي طول قطره يساوي قطر المستطيل الثاني.

وعليه نثبت مرة أخرى استحالة وجود نسبة صحيحة بين قطر المربع وضلعه، لاختلاف نسب أطوال المسافات. فمن الهيئة التالية التي يكون فيها عدد وحدات القطر مساوياً لعدد وحدات الضلع مع اختلاف الأطوال بين هذه الوحدات غير الجذرية نجد من المستطيلين التاليين أن:



قطر المستطيل الأول يتألف من وحدتين هما **(أ ب)** و **(ب ج)** ومربع طول كل منهما يساوي **5**. وقطر المستطيل الثاني يتألف من وحدتين هما **(أ ه)** و **(ه و)** ومربع طول كل منهما يساوي **10**.

وعلى ذلك يكون مربع طول القطر الأول يساوي **20**، ومربع طول القطر الثاني يساوي **40.** وبالتوحيد بينهما كما يلي:

دن دن د دن دن
دن دن دن دن دن
دن د دن دن دن
دن دن دن د دن
د دن دن دن دن
د دن دن
دن دن د

نجد أن النسبة بين القطر والضلع تساوي **2** إلى **2** من الوحدات المختلفة الأطوال.

وعلى هذا الأساس نجد من المثلث التالي:

أ د دن دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن دن دن
دن ب د 100 دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن دن دن
دن دن ج د دن دن دن دن
دن دن دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن دن د ه
دن دن د دن 10دن دن
د

الذي مربع أبعاده تساوي 90 + 10 = 100، وإن مربع طول (د ه) يساوي 10.

وإن مربع طول كل من **(أ ب)** و **(ب ج)** و **(ج د)** يساوي **10**. فمربع طول كل من ضلعيه يساوي **10**. وحيث أن طول **(أ د)** يساوي ثلاث وحدات، لذا تكون مساحة هذا المثلث تساوي $\frac{3 \times 1}{2} \times 10 = 15$ وحدة قياسية، أي $1.5 \times 10 = 15$. كما نجد من المثلث التالي:

ب د دن دن دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن دن دن دن
دن ه د دن دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن دن دن دن
دن دن و د دن دن دن دن د ج
دن دن دن دن دن د د دن دن
دن دن دن أ د دن دن دن دن

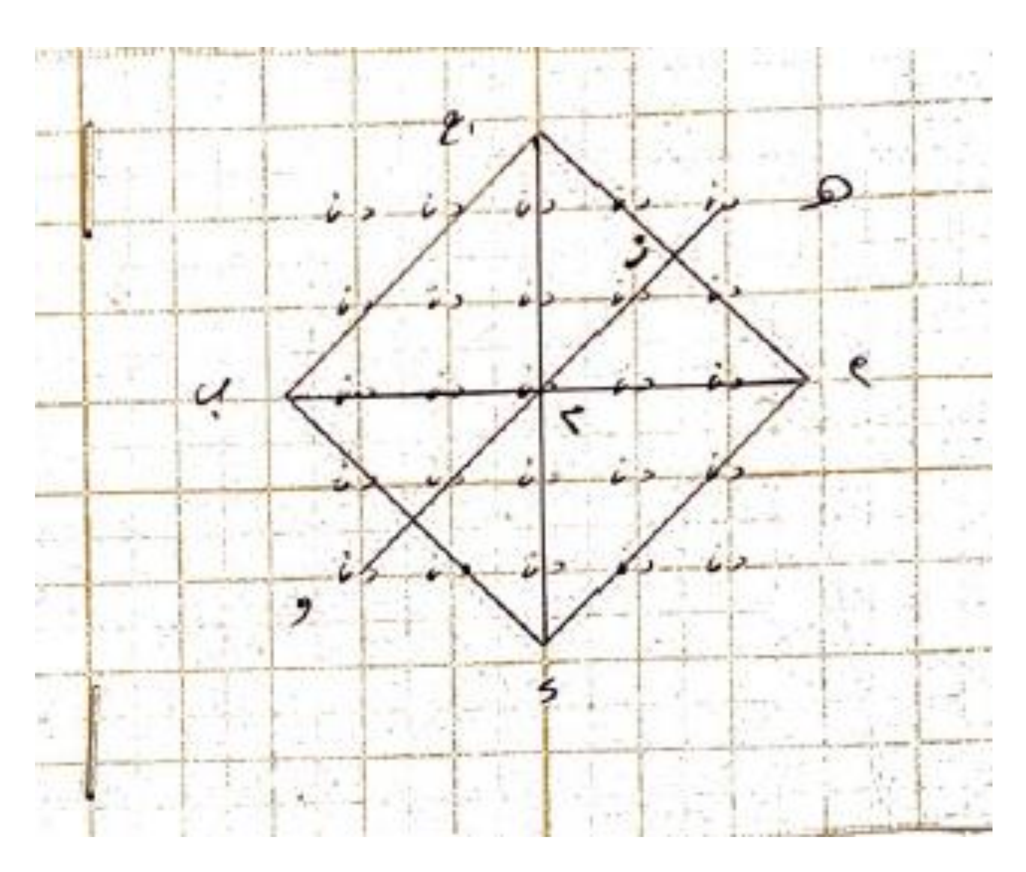
الذي مربع أبعاده تساوي **45 + 20 = 65**، إن طول قاعدته **(أ ج)** يتكون من قاعدتين هما **(أ د)** و**(د ج)** ومربع كل منهما يساوي **5**. وإن طول ضلعه **(ب أ)** يتكون من ثلاث وحدات هي **(ب ه)** و **(ه و)** و**(أ و)**، ومربع طول كل منهما يساوي **5**. وعليه فإن مساحة المثلث تساوي $\frac{3 \times 2}{2} \times 5 = 15$ وحدة قياسية.

كما نجد من المثلث التالي:

د دن دن دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن 65 دن دن دن
دن دن 52 د دن دن دن دن دن
دن دن دن دن دن دن دن د
دن دن دن دن دن دن 13 دن دن
دن دن دن دن د دن دن دن

الذي مربع أبعاده تساوي **52 + 13 = 65**، وإن مربع طول كل وحدة من ضلعيه يساوي **13.** وحيث أن طول كل من ضلعيه يساوي وحدتين إلى وحدة واحدة، فمساحته تساوي **13**، وكما يلي $\frac{2 \times 1}{2} = 1 \times 13 = 13$ وحدة قياسية. وهكذا بالنسبة لبقية الوحدات الأخرى الأكبر.

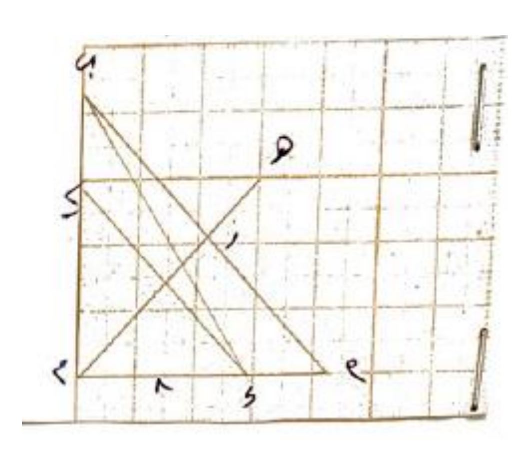
ولتحويل الوحدات المائلة إلى وحدات قياسية على سبيل المثال، نجد أننا لو رسمنا مربعاً طول ضلعه يساوي أربع وحدات قياسية، فإن طول قطره يساوي أربع وحدات مائلة متمثلاً بالخط **(ه و)** من الشكل التالي:



ثم رسمنا حوله دائرة، فإن قطر الدائرة العمودي **(ج د)** أو الأفقي **(أ ب)** يكون مساوياً لقطرها **(ه و)**، أي مساوياً للقطر الذي مربعه يساوي **32.** وعليه يكون مربع **(أ م)** أو مربع **(ج م)** يساوي **8**، أي مساوياً لطول وحدتين مائلتين، فحاصل ضربهما **2 × 2 = 4** وهي مساحة المثلث **(ج م أ)**.

وبما أن **(ج أ)** يساوي طول أربع وحدات قياسية وطول **(ز م)** يساوي طول وحدتين قياسيتين فإن حاصل ضرب $\frac{4 \times 2}{2} = 4$ هي مساحة المثلث المذكور.

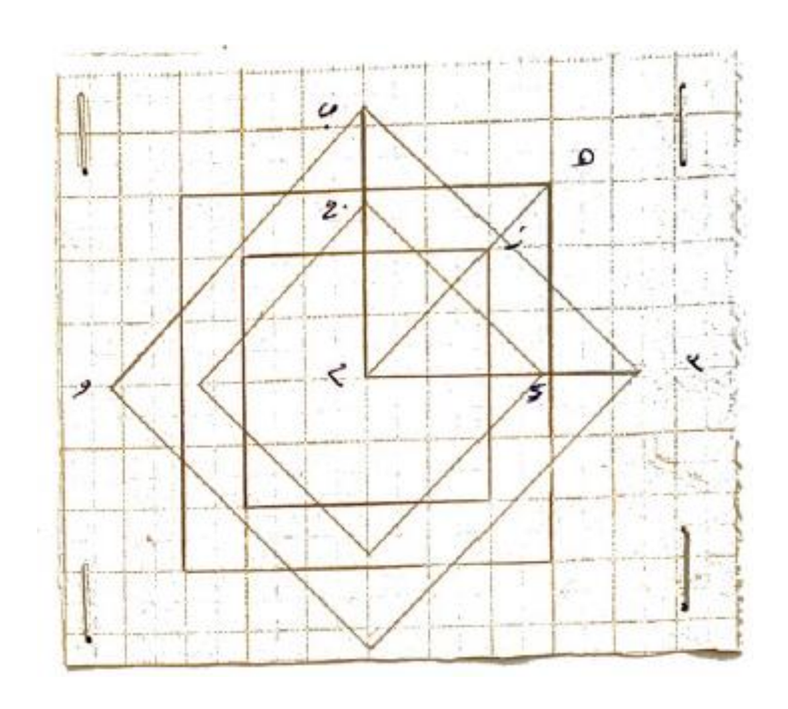
فالنسبة **(ز م)** إلى **(ه م)** تمثل النسبة بين وحدتين قياسيتين إلى وحدتين مائلتين، كما تظهر في البعد **(أ م)**. وعليه لو رسمنا الشكل التالي:



بجعل طول **(ه م)** يساوي ثلاث وحدات مائلة، وقطعنا ضلعي الزاوية **(م)** بالخط **(أ ب)** بطول ست وحدات قياسية ،أي ضعف عدد وحدات **(ه م)** المائلة، بحيث يكون **(ه م)** منصفاً له وقائماً عليه، فيكون طول **(ب م)** مساوياً لطول **(ه م)** أي بطول ثلاث وحدات مائلة.

وحيث أن طول **(ز م)** يساوي وحدتين مائلتين، فقد قطعنا ضلعي الزاوية **م** بالخط **(ج د)** الذي طوله يساوي أربع وحدات قياسية بحيث يكون **(ز م)** منصفاً له وقائماً عليه. فيكون طول **(د م)** مساوياً لطول **(ز م)** أي بطول وحدتين مائلتين، وعليه يكون حاصل ضرب **(د م × ب م)** أي **3 × 2 = 6** مساحة المثلث **(د م ب)** الذي مربعات أبعاده تساوي **18 + 8 = 26**،

كما هو واضح من الشكل التالي:



حيث يكون طول **(ه م)** أو طول **(ب م)** مساوياً لنصف قطر الدائرة المحيطة بهما.

ويكون طول **(ز م)** أو طول **(د م)** مساوياً لنصف قطر الدائرة المحيطة بهما.

ويكون طول **(أ و × ب م)** يساوي **6 × 3 = 18** وهي مساحة المثلث **(أ ب و).**

أو نصف طول **(أ ب × ب و)** يساوي $\frac{6 \times 6}{2} = 18$.

وعليه يكون المثلث **(د م ب)** من الشكل السابق مساوياً للمثلث التالي:

ب دن دن دن دن دن دن

دن دن دن دن دن دن د

دن دن دن دن دن دن

دن دن دن دن دن دن

م

من حيث المساحة والأبعاد.

وحيث أن وحدة المسافة التي يتألف منها كل من ضلعي هذا المثلث تساوي المسافة **2**، أمّا وحدة المسافة التي يتألف منها الوتر فتساوي **26**، وعليه لا توجد نسبة عددية صحيحة تبين الوحدتين لاختلافهما من حيث المسافات.

أمّا لو أخذنا القائمة **117 + 208 = 325** فإننا نجد أن وحدة المسافة التي يتألف منها كل من الضلعين والوتر تساوي **13**، أي أن الضلع الذي مربعه **117** يساوي ثلاثة أطوال المسافة **13**، والضلع الذي مربعه **208** يساوي أربعة أطوال المسافة **13**، وإن طول الوتر **325** يساوي خمسة أطوال المسافة **13**. أي أن:

$$217 = 9 \times 13$$

$$208 = 16 \times 13$$

$$325 = 25 \times 13$$

كما إن وحدة المسافة لكل من الضلعين والوتر من المثلث **25 + 144 = 169** فتساوي **1**، أي $5^2 + 12^2 = 13^2$.

أما وحدة المسافة لأبعاد المثلث **45 + 80 = 125** فتساوي **5**، لأن طول الضلع **45** يساوي ثلاثة أطوال المسافة **5**، وطول الضلع **80** يساوي أربعة أطوالها، وطول الوتر **125** يساوي خمسة أطوالها، أي نسبة الوتر إلى الضلعين يساوي **3 + 4 = 5** لأن:

$$45 = 9 \times 5$$

$$80 = 16 \times 5$$

$$125 = 25 \times 5$$

أهمية المقولة الأساس

ذكرنا أن الموازين الأربعة التي تبنى عليها البنية الرياضية يجب أن تمثل الأعداد الأربعة **(1، 2، 3، 4)** بأوجهها المختلفة من حيث تباين مواقع أعدادها، ذلك لأن هذه الموازين أو المقولات تكون متماثلة مع الأجزاء من حيث القاطع التي تتألف منها، مع اختلاف موقع الحركة الصامتة منها وهي الحركة **(د)**، ولا يمكن أن تستخرج كحد أدنى لهذا التمثيل البنيوي إلّا من المقولة الأساس **د دن**
دن دن
حيث تتألف منها الموازين الرباعية المقاطع، والموازين الثلاثية المقاطع الناجمة عنها بحذف مقطع واحد منها. وحيث أنها محددة العدد، وتمثل أوجه الأعداد الأربعة **(1، 2، 3، 4)** كحد أدنى دون غيرها من الأعداد كما في الشكل التالي على سبيل المثال:

	2	**3**	**1**	**4**	
3	**دن**	**دن**	**د**	**دن**	**2**
1	**د**	**دن**	**دن**	**دن**	**4**
2	**دن**	**د**	**دن**	**دن**	**3**
4	**دن**	**دن**	**دن**	**د**	**1**
	3	**2**	**4**	**1**	

فهذه الموازين متماثلة المقاطع إلّا من حيث موقع النقرة الصامتة منها، وهي متمثلة بحرف **(د).** وترجع من حيث التضاد إلى مقولتين هما:

(د دن دن دن) مفاعيلن

(دن دن دن د) مفعولات

و

(دن دن د دن) مستفعلن

(دن د دن دن) فاعلاتن

فالأولى والثانية واحدة من حيث التضاد، والثالثة والرابعة واحدة من حيث التضاد. لذلك تكون المقولة الأساس التي تتولد عنها هذه الموازين هي الواجب الأخذ بها عند تشكيل المجموعات التي تتألف منها البنية الرياضية، وذلك باستخراج هذه النسب بين الموازين منها على وجه الاستدارة المكانية لهذه المقاطع باتجاه أو بعكس اتجاه عقرب الساعة، لتمثل الأوجه المتولدة عن الأعداد الأربعة **(1، 2، 3، 4)** دون غيرها من الأعداد، بالنظر لتماثل المقولات الناجمة عنها من حيث الأجزاء، وتناظرها من حيث الترتيب من جهتها من (الأعلى إلى الأسفل) حيث تمثل البنية الأساس.

وعليه لو أخذنا على سبيل المثال الأعداد المتكاملة التالية **7 5 3 1** **1 3 5 7** ورسمنا أوضاع هذه الأعداد بمقاطع الدندنة كما يلي:

	1	**3**	**5**	**7**
1	**د**	**دن**	**دن**	**دن**
0	**دن**	**دن**	**دن**	**دن**
2	**دن**	**د**	**دن**	**دن**
0	**دن**	**دن**	**دن**	**دن**
3	**دن**	**دن**	**د**	**دن**
0	**دن**	**دن**	**دن**	**دن**
4	**دن**	**دن**	**دن**	**د**
	7	**5**	**3**	**1**

نجد أن المقولات الأفقية سوف تكون مختلفة التراكيب من حيث عدم تماثل بعض الموازين منها من حيث أجزائها، عن الموازين الأخرى [11].

وعليه فإن العدد **5** هو العدد الأساس لتشكيل البنية الرياضية بقسمته إلى عددين، زوجي وفردي، على وجه التكامل من حيث التقابل وهي **(1، 4)** و **(2، 3)** ، وعليه تكون أهمية المقولة الأساس الرباعية المقاطع، والمقولة الثلاثية المقاطع الناجمة عنها، لن تقبل الزيادة أو النقصان في الأجزاء التي تتألف منها نظرية المجموعات، وبالتالي تكون الأعداد الأربعة **(1، 2، 3، 4)** بأوجهها المختلفة هي أصل تكوين البنية الرياضية أو ما يسمى بالمكان المتعدد الأبعاد على وجه الانسجام فيما بينها، وتكون مستخرجة من مقولة أو كلمة واحدة هي المقولة الأساس. وبذلك نفسر القول القائل بأهمية الأعداد الأربعة بل وبأهمية الأبعاد الأربعة من حيث الأساس. وإن العدد **1** هو الأصل فيها، أي رمز الحرف **(د)**. فنفرق بين المقولات والمقدمات، ونساوي بين الأنغام والأعداد، ونحقق نظرية المجموعات [12] عن طريق معرفة سر الأعداد الأخرى من حيث المساحات والأبعاد والأشكال...الخ. على أن ما نلاحظه من خلال البنية الرياضية التي تضم نظرية المجموعات هو أن مجموع أعداد الفرق بين وجهي الأعداد الأربعة المتكاملة كما مرّ بنا يساوي **18.** فالفرق بين **3142 – 2413 = 729** ومجموع **9 + 2 + 7 = 18** وكذلك الأمر بين وجهي المجاميع الأخرى.

كما أن مجموع أعداد الفرق بين كل مجموعتين من هذه الأعداد يساوي **9** أو مضاعفاته.

---

11 راجع البنى الإيضاحية في كتاب النسبية العددية.

12 راجع السلالة العددية في كتاب النسبية العددية.

فالفرق بين **4213 – 1234 = 2979** ومجموع **9 + 7 +9 + 2 = 27.**

ومن ذلك يتضح لنا أن ذلك ينطبق على الأعداد الأربعة ذات الفئة المتماثلة بين أعداد الوجهين المتكاملين كالأعداد **5137** حيث يكون مجموع أعداد حاصل الفرق
3751
بينهما يساوي **18.** ولا يتوافر ذلك في الأعداد المختلفة بين الوجهين المتكاملين والمتقابلين كما في الأعداد **5321** أو **9751** على سبيل المثال.
1354 **1359**

ومما يلاحظ من العلاقات بين فروق الأضداد لأوجه المجموعات، أن الفرق بين وجهي المثلث المتضادين **4123 – 3214 = 909.**

والفرق بين وجهي المنحرف المتناقض المتضادين **3241 – 1423 = 1818** أي ضعف الناتج الأول.

وإن الفرق بين وجهي المنحرف المتعاكس المتضادين **4213 – 3124 = 1089.**

والفرق بين وجهي المنشور المتضادين **3421 – 1243 = 2178** أي ضعف الناتج السابق.

وإن حاصل جمع فرق المثلث مع فرق المنشور **2178 + 909 = 3087** وهو فرق وجهي الخط، والفرق بينهما **2178 - 909 = 1269** وهو فرق وجهي المستطيل.

وإن حاصل جمع فرقي المنحرفين **1818 + 1089 = 2907** وهو فرق وجهي المعين، والفرق بينهما **1818 - 1089 = 729** وهو فرق وجهي المربع، وكل ناتج يتألف من مضاعفات العدد **9.**

ومن هذا يتضح بأن التفاضل والتكامل بين الجهات الأربعة من المجموعات لا يحصل إلّا في الأعداد المتماثلة كالأعداد **(1، 2، 3، 4)** حيث ينقسم العدد **5** في كل منها إلى **(2، 3)** و **(1، 4)** ويكون مجموع أعداد كل وجه يساوي **10** والمجموع **20.** وتجتمع فيها أوجه الأعداد الثلاثية أجمع.

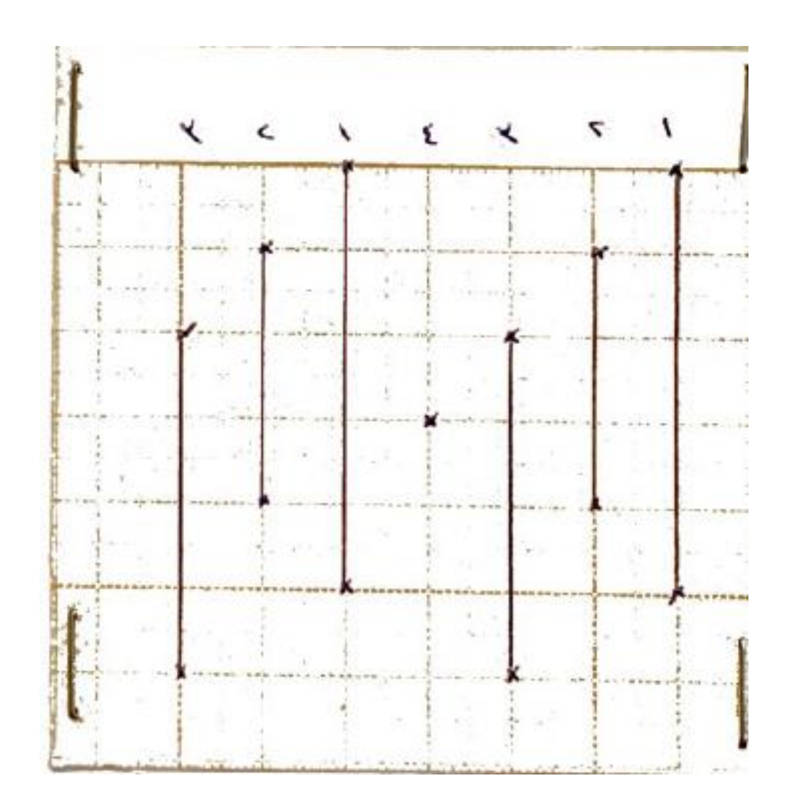
وتجمعها الوحدة الكلية المؤلفة من ثلاث مقاطع كل منها ذات حركة وسكون، ومقطع تمثله الحركة الصامتة التي لا يعقبها سكون وهي المقولة الواحدة الدائرية

دن دن
د دن

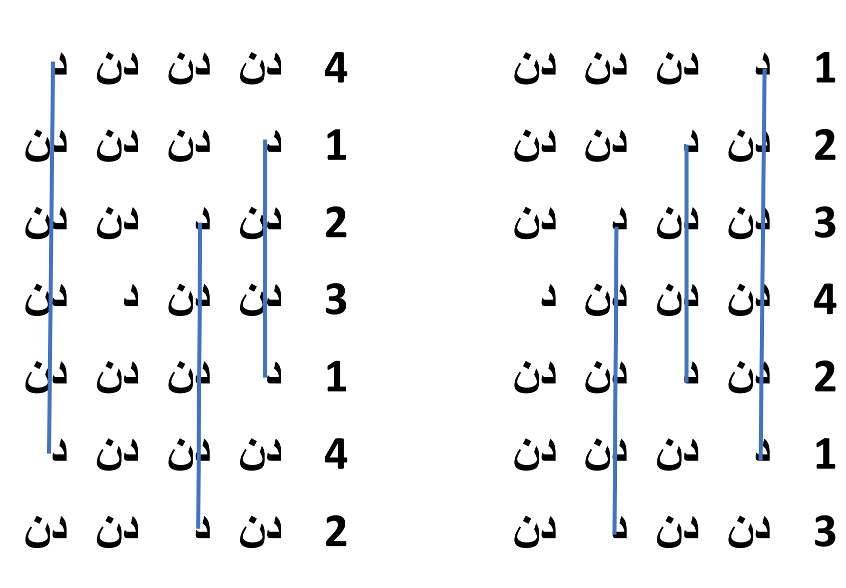
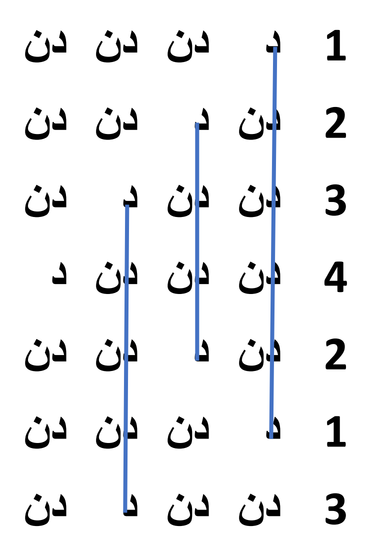
والتي تنهي نظرية المجموعات إلى حدها الأدنى المتمثل في الأشكال المتشابهة الأجزاء، المختلفة الأشكال باختلاف مواضع المقولات المتولدة عن المقولة الكلية من حيث التضاد والتعاكس والتناقض.

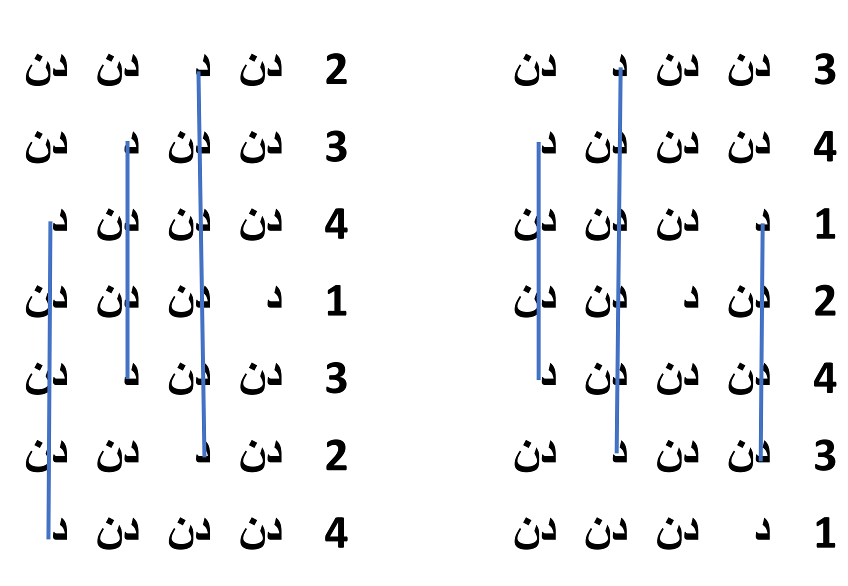
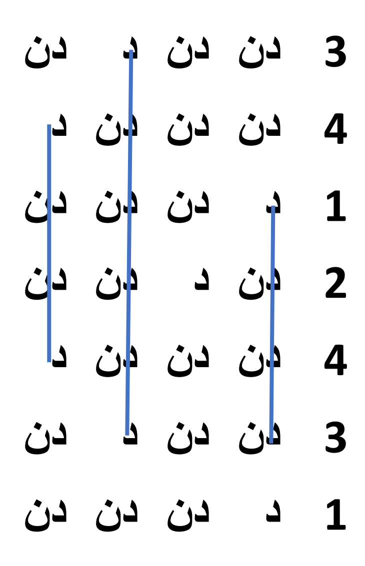
البنية بين النقطة والخط والمستقيم

إذا رسمنا من نقطة ما خطاً عمودياً طوله يساوي خمس وحدات ثم وازيناه من النقطة الثانية بخطٍ طوله ثلاث وحدات، ثم وازيناه من النقطة الثالثة بخطٍ طوله أربع وحدات، ثم وضعنا النقطة الرابعة إزاء هذه الخطوط الثلاثة، ثم كررنا رسم الخطوط الثلاثة كما بدأناها وذلك كما يلي:



فإننا نكون قد حصلنا على ستة خطوط أفقية، طول كل منها يساوي أربع وحدات، وبقيت النقطة المركزية المتمثلة بالعدد **4** من جهاتها الأربع وسط هذا المجموع الذي يمثل البنية الرياضية للمكان المتعدد الأبعاد. وبذلك تكون النقطة والخط والمستقيم أساس نظرية المجموعات العددية منها والهندسية من حيث التواصل المتمثل في الأشكال الأربعة التالية:


1 د دن دن دن
2 دن د دن دن
3 دن دن د دن
4 دن دن دن د
2 دن د دن دن
1 د دن دن دن
3 دن دن د دن
4 دن دن دن د
1 د دن دن دن
2 دن د دن دن
3 دن دن د دن
1 د دن دن دن
4 دن دن دن د
2 دن د دن دن



3 دن دن د دن
4 دن دن دن د
1 د دن دن دن
2 دن د دن دن
4 دن دن دن د
3 دن دن د دن
1 د دن دن دن
2 دن د دن دن
3 دن دن د دن
4 دن دن دن د
1 د دن دن دن
3 دن دن د دن
2 دن د دن دن
4 دن دن دن د


أو في الأشكال الثلاثة التالية:

3	دن	دن	د	دن
1	د	دن	دن	دن
4	دن	دن	دن	د
2	دن	د	دن	دن
3	دن	دن	د	دن
1	د	دن	دن	دن
4	دن	دن	دن	د

2	دن	د	دن	دن
4	دن	دن	دن	د
3	دن	دن	د	دن
1	د	دن	دن	دن
2	دن	د	دن	دن
4	دن	دن	دن	د
3	دن	دن	د	دن

4	دن	دن	دن	د
1	د	دن	دن	دن
2	دن	د	دن	دن
3	دن	دن	د	دن
4	دن	دن	دن	د
1	د	دن	دن	دن
2	دن	د	دن	دن

حيث لا يخفى تشابه المضامين في كل من الفئتين، نظراً لتشابه المضامين في كل من المجموعات السبع للأشكال الهندسية السبع.

ومن ذلك يتضح أن العلاقة المتبادلة بين رؤوس كل من هذه الخطوط العمودية والأفقية وبين النقطة المركزية من خلال البنية الرياضية، هي التي تتحكم في تمييز النسب الثابتة للأشكال الهندسية والمجموعات العددية، على نحو يتغير بتبدل دوران

الصور الأربع لحالات البنية، حيث يقل أو يزداد عدد النقاط التي تتحكم في وجود هذه الأشكال والمجموعات من حيث المرجع لتكوينها، كما مرّ بنا سابقاً، الأمر الذي يدلل على حتمية هذه التراكيب دون أن يكون لشخص ما حق التدخل في توليدها، من حيث التسلسل أو التناسب فيما بينها، لأنها تتبع المتسلسلات العددية للفئات الثلاث التي تجمع فيما بينها، وهي الموسيقية والمتتالية ثم التأليفية التي تتمركز بينهما. فالنقطة والخطوط المستقيمة لها الأثر البالغ في وجود هذه البنية، ولكن العدد هو الذي يحْكم كل هذه العلاقات تبعاً لمتناوبات أرقامه الأربعة المتكونة من **(1، 2، 3، 4)**، والتي تشكل هذه المستقيمات والنقاط التي تنتهي بانتهاء تحركات هذه المتناوبات على وجه الانسجام فيم بينها.

المرجع

بين العلة والسبب

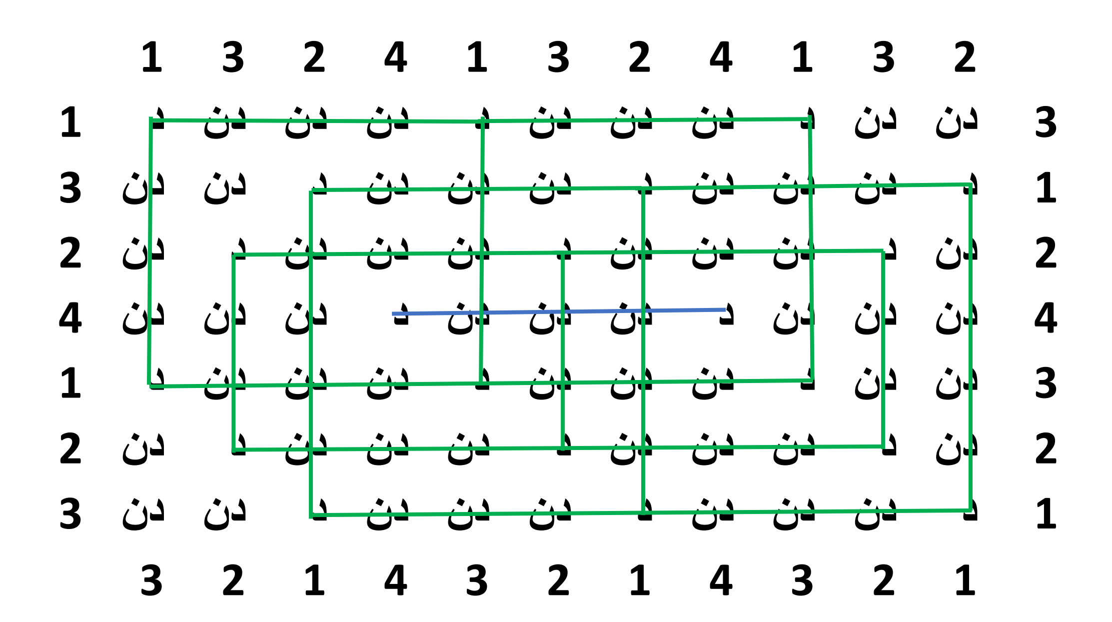
حيث أن وجود جميع الأشكال الأصلية والفرعية الناجمة عن الأعداد الرباعية المتمثلة في الصورة التالية:

	1	3	2	4	1	3	2	
1	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	3
3	دن	دن	ن	دن	دن	دن	د	1
2	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	2
4	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	4
1	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	3
2	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	2
3	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	1
	3	2	1	4	3	2	1	

يتوقف على الدال المركزية رقم **4** الكائنة وسط الصورة، فإننا نجد من الجمع بين صور البنية على النهج التالي:

	1	3	2	4	1	3	2	4	1	3	2	
1	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	3
3	دن	دن	د	دن	دن	دن	ن	دن	دن	دن	د	1
2	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	2
4	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	4
1	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	3
2	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	2
3	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	1
	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	

إن المستقيم الأفقي الأوسط يكون مرجعاً لجميع أشكال الصور الأربع، وإن على وجود الدالين الواقعين في طرفيه يتوقف وجود جميع هذه الأشكال، وعليه لو وصلنا بين المستقيمات المتوازية أفقياً وعمودياً كما يلي:



	1	3	2	4	1	3	2	4	1	3	2	
1	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	3
3	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	1
2	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	2
4	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	4
1	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	3
2	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	2
3	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	دن	دن	دن	د	1
	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	

فإننا نجد أن المستقيم الأوسط يبقى خارج هذه المتوازيات ويبقى الدالان الواقعان في طرفيه هما السبب والعلة لحدوث هذه الأشكال وانعدامها.

وعلى هذا الأساس تتغير الأوضاع، حيث يحل الخط والمعين في ركني الصورة الأولى، ثم المربع والخط في ركني الصورة الثانية، ثم المستطيل والمربع في ركني الصورة الثالثة، ثم المعين والمستطيل في ركني الصورة الرابعة، ويبقى المرجع ثابتاً لكل هذه الأوضاع كما في المعادلة التالية:

المربع المنحرف المعين المنحرف المربع المنحرف المعين

المنحرف المنشور المنحرف المنشور المنحرف المنشور المنحرف

المثلث الخط المثلث المستطيل المثلث الخط المثلث

والحقيقة أن كل ثلاثة أشكال عمودية تمثل بقية الأشكال على وجه الدوران أفقياً كما يلي من المثال التالي:

3	1	4	2	
دن	د	دن	دن	**3**
دن	دن	دن	د	**1**
د	دن	دن	دن	**4**
دن	دن	د	دن	**2**
دن	د	دن	دن	**3**
د	دن	دن	دن	**4**
دن	دن	دن	د	**1**
2	**3**	**4**	**1**	

وعلى ذلك تكون العلية والسببية ناجمة عن تبادل العلاقات، وإن الأساس الذي تبنى عليه العلاقات هو العدد الذي تتولد عنه موجات السلب والإيجاب، واختلاف الأبعاد والمساحات، إلى آخر ذلك من معلومات يتعذر علينا الحصول عليها عن طريق التجربة والتطبيق بين الأشياء.

فالعلية والسببية لن تقوم بين الأشياء والحوادث، إنما بين العلاقات التي تربط بين الأشياء والحوادث على وجه التجريد لا التعيين.

ربط الأشكال بالأرقام

حيث نجد من البنية الرياضية التالية:

4	1	2	3	1	4	2
دن	د	دن	دن	د	دن	دن
دن	دن	ن	دن	دن	دن	د
دن	دن	دن	د	دن	دن	دن
د	دن	دن	دن	دن	د	دن
دن	د	دن	دن	د	دن	دن
دن	دن	د	دن	دن	دن	د
دن	دن	دن	د	دن	دن	دن

إن الأشكال الأولى **(2413214)** تتمثل في المثلث والمنحرف والمربع.

وإن الأشكال الثانية **(1342143)** تتمثل في المستطيل والمنشور والمنحرف.

وإن الأشكال الثالثة **(4231432)** تتمثل في المثلث والمنحرف والمعين.

وإن الأشكال الرابعة **(3124321)** تتمثل في الخط والمنشور والمنحرف.

لذا لو قمنا بتوليد هذه الأعداد كما يلي:

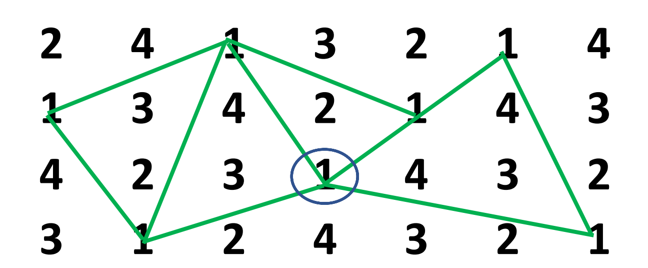
2413214

1342143

4231432

3124321

نجد أن الأشكال الأولى تتمثل بالرقم **1** الذي يؤلف فيما بينها كما يلي:



وإن الأشكال الثانية تتمثل بالرقم **2** الذي يؤلف فيما بينها كما يلي:

2	4	1	3	2	1	4
1	3	4	2	1	4	3
4	2	3	1	4	3	2
3	1	2	4	3	2	1

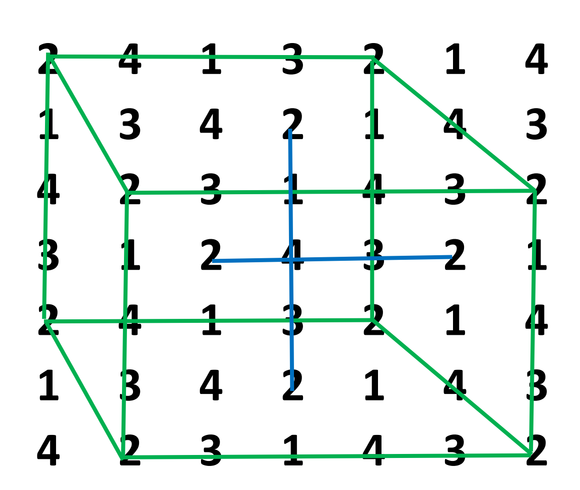
وإن الأشكال الثالثة تتمثل بالرقم **3** الذي يؤلف فيما بينها كما يلي:

2	4	1	3	2	1	4
1	3	4	2	1	4	3
4	2	3	1	4	3	2
3	1	2	4	3	2	1

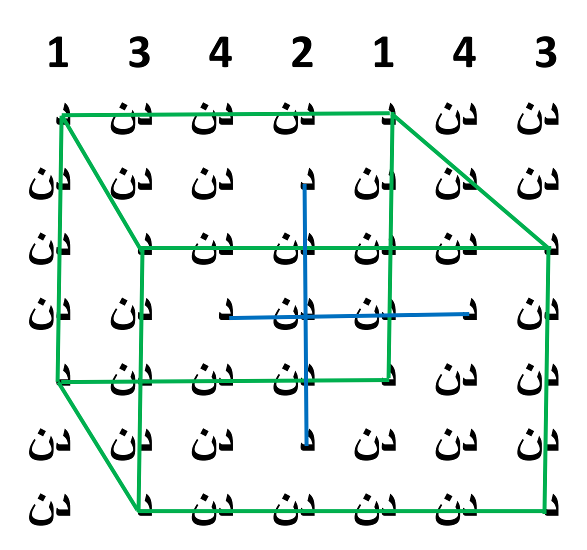
وإن الأشكال الرابعة تتمثل بالرقم **4** الذي يؤلف فيما بينها كما يلي:

2	4	1	3	2	1	4
1	3	4	2	1	4	3
4	2	3	1	4	3	2
3	1	2	4	3	2	1

وإن الرقم **2** يمثل البنية الثانية:

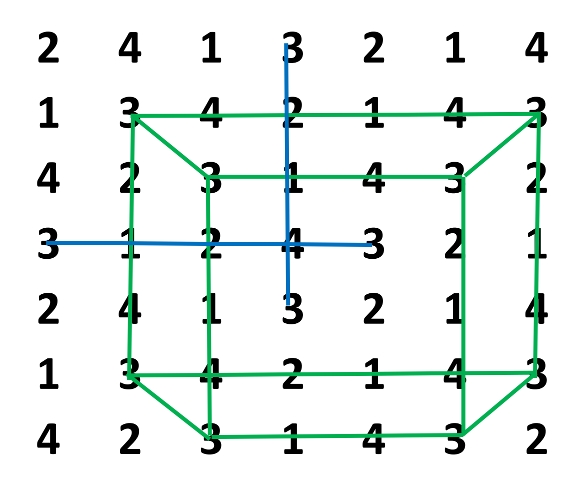


بصورتها التالية:

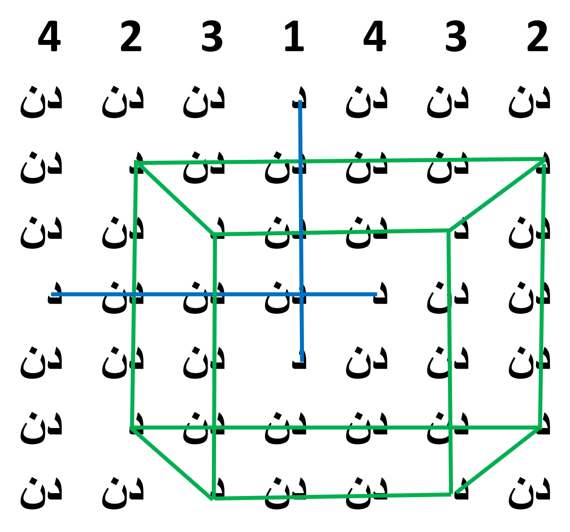


التي تجمع بين المربع والمستطيل الأكبر. ويمثل الخطان المتضادان ضلعي المستطيل الأصغر.

وإن الرقم **3** يمثل البنية الثالثة كما يلي:

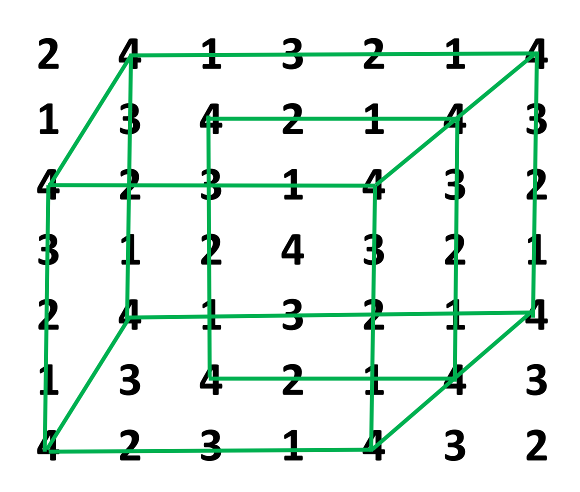


بصورتها التالية:

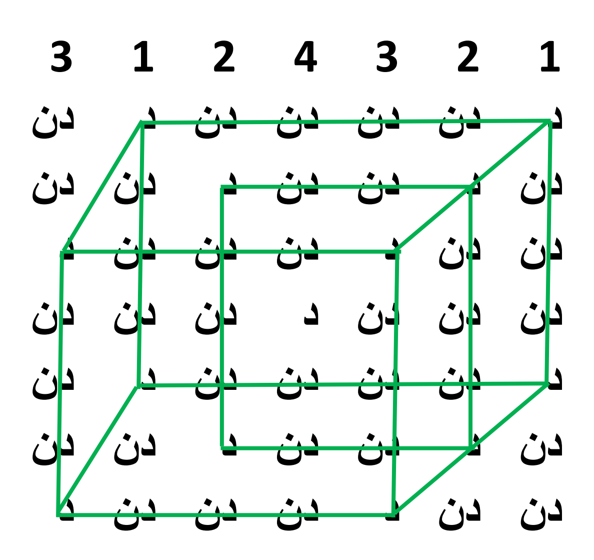


التي تجمع بين المستطيلين، ويمثل الخطان المتعامدان ضلعي المربع.

وإن الرقم **4** يمثل البنية الرابعة:



بصورتها التالية:



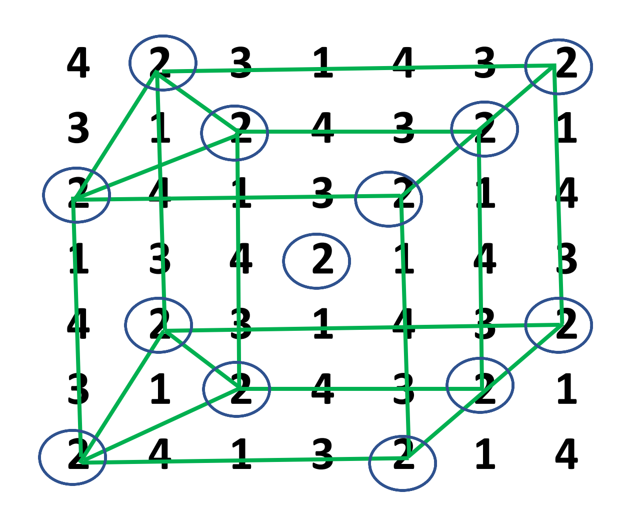
التي تجمع بين الصور الثلاث السابقة حيث تختفي الخطوط المتعامدة، ويكون العدد **4** ممثلاً للدال الوسطى من هذه البنية.

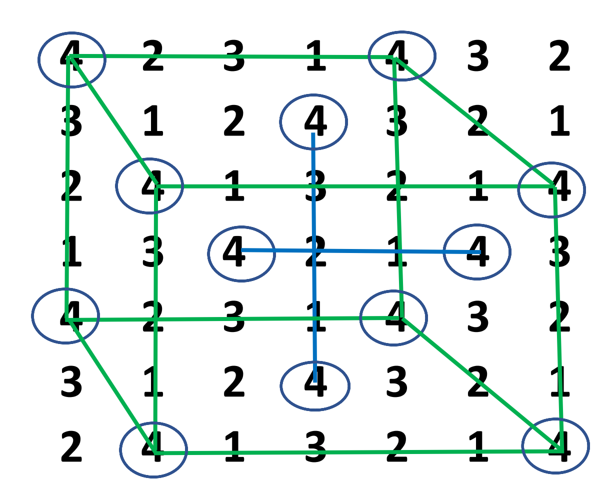
ولا يخفى تغير هذه الأرقام بتغير تناوب الأشكال حيث نجد من الشكل التالي:

2	4	1	3	2	1	4
1	3	4	2	1	4	3
4	2	3	1	4	3	2
3	1	2	4	3	2	1
2	4	1	3	2	1	4
1	3	4	2	1	4	3
4	2	3	1	4	3	2

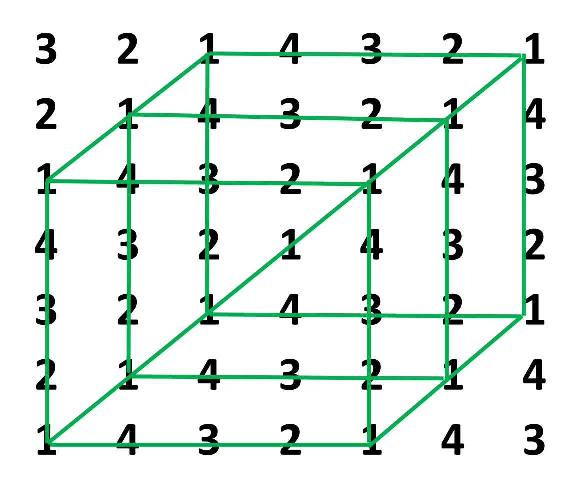
إن الخط على سبيل المثال يتمثل بأحد الأرقام الأربعة على مراحل أربع وكذلك بقية الأشكال.

وحيث نجد من الصورتين التاليتين:



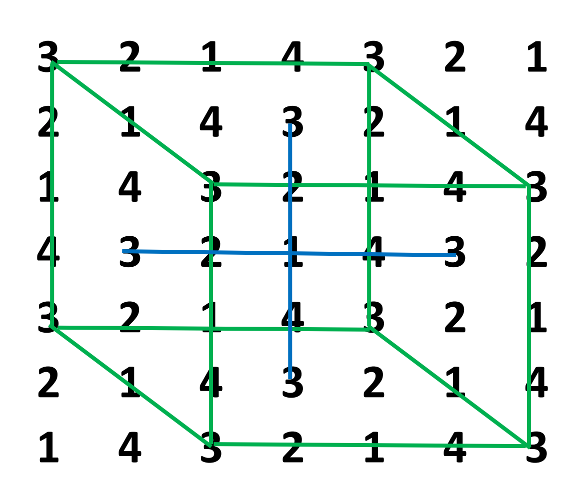


إن العدد **2** قد أصبح مكعباً، والعدد **4** قد أصبح مكعباً. ولو قلبنا إحداهما لأنطبق على الآخر وأصبحا مكعباً واحداً. ولو ولدنا المتسلسلة الترتيبية كما يلي:

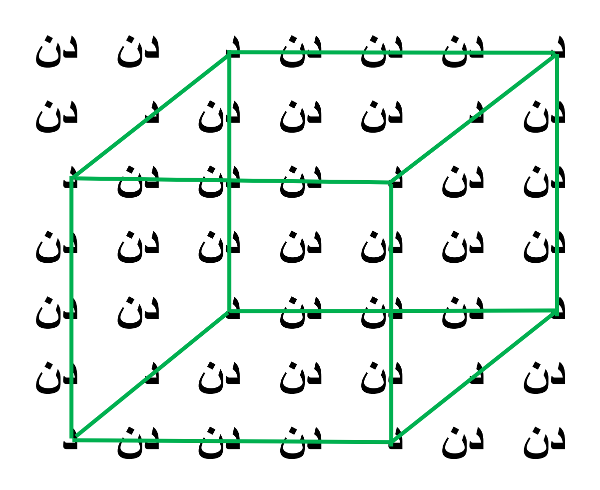


فإن المكعب يتمثل بالعدد **1** ويتألف من ثلاث مربعات.

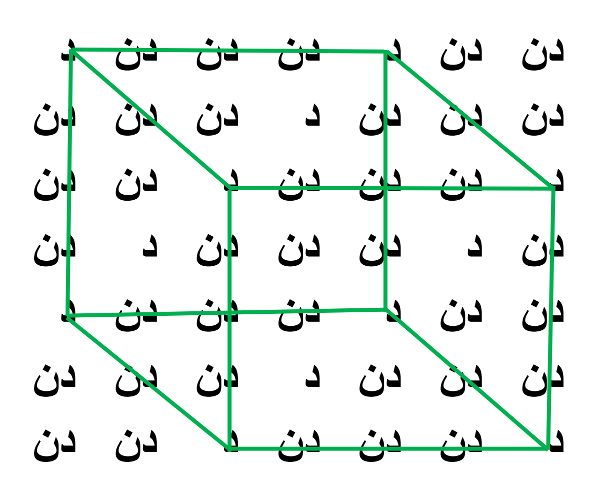
وإن العدد **3** يتمثل في المكعب التالي ويتألف من مربعين:



فشكل الأولى يكون كما يلي:



وشكل الثاني يكون كما يلي:



وهو نفس المكعب الأول إذا قلبناه عليه من حيث الحجم.

الكتب ذات العلاقة

1. الطبيعة، أرسطوطاليس، ترجمة اسحق بن حنين، تحقيق عبد الرحمن بدوي.
2. جمهورية افلاطون، تعريب حنا خباز.
3. المونادولوجيا، ليبتنز، ترجمة البير نصري نادر.
4. البرمنيدس، افلاطون، ترجمة الأب فؤاد جرجي.
5. الثئيتس، افلاطون، ترجمة الأب فؤاد جرجي.
6. ثياتيتوس، افلاطون، ترجمة أميرة حلمي.
7. مختارات هيكل، ترجمة ألياس مرقص.
8. فلسفتي كيف تطورت، برتراند رسل، ترجمة عبد الرشيد صادق.
9. مقدمة لكل ميتافيزيقيا مقبلة، إيمانويل كانت، ترجمة الدكتورة نازلي إسماعيل حسين.
10. سبينوزا، ترجمة عقيل حسين.
11. انتي دوهرنغ، فردريك انجلز، ترجمة الدكتور فؤاد أيوب.
12. غرامشي، جاك تكسيه، ترجمة ميخائيل إبراهيم مخول.
13. كانت، أوفي شولتز، ترجمة الدكتور أسعد رزق.
14. كانت، الدكتور زكريا إبراهيم.
15. كنط وفلسفته النظرية، الدكتور محمود زيدان.
16. فلسفة كانت، أميل بوترو، ترجمة الدكتور عثمان أمين.
17. افلاطون، الدكتور عبد الرحمن بدوي.
18. أرسطو عند العرب، الدكتور عبد الرحمن بدوي.
19. ديكارت والعقلانية، جنفياف روديس لويس، ترجمة عبدة الحلو.
20. المنهج الجدلي عند هيكل، إمام عبد الفتاح إمام.
21. نظرية القياس الأرسطية، يان لوكاشنيفتش، ترجمة د. عبد الحميد صبرة.

22. المادية الديالكتيكية، لأساتذة سوفيت، ترجمة فؤاد مرعي، بدر الدين السباعي.
23. عصر الأيديولوجيا، هنري أيكن، ترجمة محي الدين صبحي.
24. الطاقة الروحية، هنري برجسون، الدكتور سامي الدوري.
25. طبيعة الميتافيزيقا، الدكتور كريم متي.
26. من افلاطون إلى ابن سينا، جميل صليبا.
27. النقد الفني، جيروم ستولينيتز، ترجمة د. فؤاد زكريا.
28. تكوين العقل الحديث، جون هرمان راندال، ترجمة د. جورج طعمة.
29. معايير الفكر العلمي، جان فوراسيه، ترجمة فايزكم نقش.
30. منهج البحث العلمي عند العرب، جلال محمد عبد الحميد موسى.
31. المنطق وفلسفة العلوم، بول موي، ترجمة د. فؤاد زكريا.
32. مناهج البحث العلمي، د. عبد الرحمن بدوي.
33. حكمة الغرب، برتراند رسل، ترجمة د. فؤاد زكريا.
34. الحقيقة، د. نظمي لوقا.
35. ربيع الفكر اليوناني، عبد الرحمن بدوي.
36. مدخل إلى الفلسفة، جون لويس، ترجمة أنور عبد الملك.
37. تطور الفكر الفلسفي، أويزرمان، ترجمة سمير كريم.
38. الفلسفة وأنواعها ومشكلاتها، هنترميد، ترجمة د. فؤاد زكريا.
40. أعلام الفلاسفة، هنري توماس، د. متري أمين.
41. الفلسفة الفرنسية، جان فال، الأب مارون خوري.
42. طريق الفيلسوف، جان فال، ترجمة أحمد حميدي محمود.
43. الفلسفة القديمة، جان بيير ديمون، ترجمة ديمتري سعادة.
44. الفيلسوف والعلم، جون كيمني، ترجمة د. أمين الشريف.
45. الفلسفة والتقنيات، جان ماري أوزياس، د. عادل العوا.
46. مدخل جديد إلى الفلسفة، د. عبد الرحمن بدوي.
47. دراسات في الفلسفة المعاصرة، د. زكريا إبراهيم.

48. الفلسفة الماركسية، ف. أفاسينيف، ترجمة عزيز سباهي.
49. أسس الفلسفة، د. توفيق الطويل.
50. تاريخ الفلسفة اليونانية، يوسف كرم.
51. الفلسفة العربية عبر التاريخ، رمزي نجار.
52. مشكلة الفلسفة، د. إبراهيم زكريا.
53. الفلسفة اليونانية، د. كريم متي.
54. ابن سبعين وفلسفته الصوفية، د. أبو الوفا الغنيمي التفتازاني.
55. فلاسفة وجوديون، فؤاد كامل عبد العزيز.
56. تاريخ الوجودية في الفكر البشري، محمد سعيد العشماوي.
57. رواد المثالية في الفلسفة الغربية، د. عثمان أمين.
58. فلاسفة يونانيون، د. جعفر آل ياسين.
59. فيلسوفان رائدان الكندي والفارابي، د. جعفر آل ياسين.
60. دراسات في الفلسفة الغربية الحديثة، د. صادق جلال العظم.
61. تاريخ الفلسفة الإسلامية، هنري كوريان، ترجمة نصير مروة، حسن قبسي.
62. فلسفة الإمام الصادق، الشيخ محمد الجواد الجزائري.
63. تهافت الفلاسفة، السيد محمود أبو الغيض المنوفي.
64. دراسات في الفلسفة اليونانية والعربية، إنعام الجندي.
65. الفلسفة الطبيعية عند ابن سينا، د. محمد عاطف العراقي.
66. كتاب التعريفات، الجرجاني.
67. معجم الفلسفة، وزارة التربية القومية (تونس).
68. الموسوعة الفلسفية، إشراف روزنثال يودين، ترجمة سمير كريم.
69. الوجودية مذهب انساني، جان بول سارتر.
70. علوم البابليين، مارغريت روثن، ترجمة د. يوسف حبي.
71. اصول الرياضيات، برتراند رسل، ترجمة محمد موسى وأحمد فؤاد.
72. مدخل إلى الرياضيات، وبسوير، ترجمة د. أديب عبد الله.

73. تطور الفكر الرياضي والعقلانية المعاصرة ج1، د. محمد عابد الجابري.
74. المنهاج التجريبي وتطور الفكر العلمي ج2، د. محمد عابد الجابري.
75. الرياضيات في اللهو والجد، ناثان التشيلر كورت، ترجمة عبد الحميد لطفي.
76. الرياضيات المعاصرة، د. عادل سودان و د. موفق دعبول.
77. العدد لغة العلم، توبياز دانزج، ترجمة د. أحمد أبو العباس.
78. تكنولوجيا تشغيل الألواح، محمد علي المليجي.
79. مدهش الألباب في أسرار الحروف وعجائب الحساب، عبد الفتاح السيد الطوخي.
80. كتاب الشفاء في الرياضيات، ابن سينا، تحقيق عبد الحميد لطفي مظهر.
81. الجبر والمقابلة للخوارزمي، تقديم وتعليق د. علي مصطفى مشرفة و د. محمد مرسي أحمد.
82. تراث العرب في الميكانيك، د. جلال شوقي.
83. المبادئ الأساسية في الحاسبات الالكترونية، السيد محمد السيد.
84. المنطق الرياضي، د. كريم متي.
85. المنطق الرمزي، د. محمود فهمي زيدان.
86. معجم المصطلحات العلمية والفنية والهندسية، أحمد شفيق الخطيب.
87. نظرية الحركة الجوهرية عند الشيرازي، هادي العلوي.
88. الفيزياء المعاصرة، ب إيفانوف، ترجمة د. رمسيس شحاتة.
89. تاريخ علوم الطبيعة، د. محمد عبد اللطيف مطلب.
90. المشاكل الفلسفية للعلوم النووية، ف. رتز هايزنبرج، ترجمة د. أحمد مستجير.
91. فلسفة الفيزياء، د. محمد عبد اللطيف مطلب.
92. قصة الزمن، حمدي مصطفى حرب.
93. الزمان، حسام الألوسي.
94. الزمان الوجودي، د. عبد الرحمن بدوي.
95. الكون الأحدب، د. عبد الرحيم بدر.
96. إلف باء النسبية، برتراند رسل، ترجمة فؤاد كامل.

97. النسبية، بول كوديرك، ترجمة مصطفى الرقي.
98. أنشتاين والنظرية النسبية، د. عبد الرحمن مرحبا.
99. ماهي نظرية النسبية، لاندوا وروما.
100. أينشتاين والنسبية، د. مصطفى محمود.
101. مدخل إلى النظرية النسبية، محمد باسل جاسم الطائي.
102. النسبية من نيوتن إلى أينشتاين.
103. حول مفهوم السببية عند الغزالي، أبو يعرب المرزوقي.
104. المقولات العشر، محمد الحسني اللبيدي.
105. قصة الإيمان، الشيخ نديم الجسر.
106. إحصاء العلوم للفارابي، تحقيق د. عثمان أمين.
107. فصوص الحكم، ابن عربي، أبو العلاء عفيفي.
108. عباقرة الفكر في الإسلام، عمر أبو النصر.
109. الدين والإسلام، الشيخ محمد حسين كاشف الغطاء.
110. الفتوحات المكية لابن عربي.
111. رسائل إخوان الصفا.
112. راحة العقل، الكرماني، تحقيق مصطفى غالب.
113. حي ابن يقظان، ابن طفيل، تحقيق فاروق سعد.
114. المنطق الإسلامي، محمد تقي المدرس.
115. معيار العلم في فن المنطق، الإمام الغزالي.
116. كتاب في المنطق، الفارابي، تحقيق د. محمد سليم سالم.
117. المنطق، الشيخ محمد رضا المظفر.
118. الفارابي والحضارة الإنسانية، وزارة الإعلام العراقية.
119. تراثنا الفلسفي، الشيخ محمد رضا الشبيبي.
120. عبقرية العرب، عمر فرّوخ.
121. آفاق المعرفة، ألن وايت، ترجمة عبد الهادي المختار.

122. وحدة المعرفة، محمد كامل حسين.

123. القدرات العقلية، د. فؤاد أبو حطب.

124. دراسات في علم النفس، د. موفق الحمداني.

125. الإنسان ذلك المجهول، الكسيس كارل، تعريب شفيق أسعد فريد.

126. العقل البشري، جون فايعز، ترجمة د. م. عيسى.

127. الفكر طبيعته وتطوره، د. نوري جعفر.

128. التفكير العلمي، د. فؤاد زكريا.

129. في فلسفة التربية، ج. ف. نيللر، ترجمة د. محمد منير مرسي ود. محد عزت عبد الموجود ويوسف ميخائيل أسعد.

130. أصول التربية الفنية، د. محمد البسيوني.

131. الأصالة في مجال العلم والفن، د. نوري جعفر.

132. التقدم العلمي والتكنولوجيا، د. نوري جعفر.

133. دراسات في تاريخ الفكر التربوي، د. سيد إبراهيم الجيار.

134. الإنسان العربي، د. حسن صعب.

135. قصة الفن التشكيلي، محمد مصطفى عزت.

136. أضواء على الدراسات اللغوية المعاصرة، د. نايف خرما.

137. فلسفة اللغة، كمال يوسف الحاج.

138. البنيوية، جان ماري أوزياس وآخرون، ترجمة ميخائيل إبراهيم مخول.

139. نظرية الدلالة وتطبيقاتها، مجلة الفكر العربي المعاصر عدد 18، 19 لسنة 1982.

140. مشكلة البنية، د. زكريا إبراهيم.

141. في فلسفة علم المنطق، الفلسفة الوضعية المنطقية في الميزان، د. يحيى هويدي.

142. الشعر بين الفنون الجميلة، د. نعيم حسن اليافي.

143. في النقد والأدب، د. محمد مندور.

144. الموسيقى وعلم النفس، د. ضياء أبو الحب.

145. الفيلسوف وفن الموسيقى، جوليوس بورتنوي، ترجمة د. فؤاد زكريا.

146. الرمز الشعري عند الصوفية، د. عاطف جودت نصر.

147. الأصوات والإشارات، أ. كيندراتوف، ترجمة شوقي جلال.

148. مع الموسيقى، د. فؤاد زكريا.

149. تاريخ الموسيقى والغناء، د. محمود سامي حافظ.

150. كمال أدب الغناء، الحسن ابن أحمد بن علي الكاتب، تحقيق غطاس عبد الملك خشبة.

151. لغة الهمس، د. مصطفى أحمد شحاتة.

152. الكافي في الموسيقى، ابي منصور الحسين بن زيلة، تحقيق زكريا يوسف.

153. جمالية الرسم الإسلامي، الكسندر بابا دو بولو، ترجمة علي اللواتي.

154. الكندي، راجي عنايات.

155. البحث العلمي، فلاديمير كوركانوف، ترجمة يوسف أبي فاضل وميشال أبي فاضل.

156. الفلسفة والفيزياء ج2، د. محمد عبد اللطيف مطلب.

157. المفاهيم والألفاظ في الفلسفة الحديثة، يوسف الصديق.

158. ميزان العمل للإمام الغزالي، حققه وقدم له د. سليمان دينا.

159. الدين والإسلام ج 1، محمد الحسين آل كاشف الغطاء.

160. الفيزياء والفلسفة، جيمس جينز، ترجمة جعفر رجب.

161. فلسفة العلم، د. صلاح قنصوة.

162. موسوعة العلوم الفلسفية، هيكل، ترجمة د. إمام عبد الفتاح إمام.

163. نظرية الشعر عند الفلاسفة المسلمين (من الكندي حتى ابن رشد)، د. الفت كمال الروبي.

164. الحوار الفلسفي بين حضارات الشرق القديمة وحضارة اليونان، علي حسين الجابري.

165. منطق العرب من وجهة نظر المنطق الحديث، د. عادل فاخوري.

166. منطق المشرقيين، تصنيف الرئيس ابي علي ابن سينا.

167. شرح السماع الطبيعي لأرسطوطاليس، ابن باجة، تحقيق ماجد فخري.

168. نحن والتراث، د. محمد عابد الجابري.

169. نظرية البنائية في النقد الأدبي، د. صلاح فضل.

170. الكون المرآة، جون ب. بريجز، ترجمة نهاد العبيدي.

171. الموسوعة الفلسفية المختصرة، نقلها عن الإنكليزية فؤاد كامل، جلال العشري، عبد الرشيد الصادق.

172. تطور النظريات والأفكار التربوية، د. عمر محمود النومي الشيباني.

173. نقد العقل الوصفي، د. عاطف أحمد.

174. الفلسفة الوسيطية، إدوار جونو، ترجمة د. علي زيعور.

175. فلاسفة يونانيون من طاليس إلى سقراط، د. جعفر آل ياسين.

176. روح الفلسفة في العصر الوسيط، أيتن جلسون.

177. فلسفة العصور الوسطى، د. عبد الرحمن بدوي.

178. درس الأبستمولوجيا أو نظرية المعرفة، عبد السلام بنعبد العالي/ سالم يغوث.

179. البنيوية وعلم الإشارة، ترنس هوكنز.

180. دراسات فلسفية – العلم في الفلسفة، حمادي بن جارالله.

181. محاولة في أصل اللغات، جان جاك روسو، تعريب محمد محجوب.

182. الثورة التكنولوجية واللغة، د. محمد صالح بن عمر.

183. التعريفات، أبو الحسن علي بن محمد بن علي الجرجاني.

184. الفكر العربي والعالم الغربي، يوجين أ. مايرز، ترجمة كاظم سعد الدين.

185. مبادئ في علم الأدلة، رولان بارت، تعريب محمود البكري.

186. مفاهيم نقدية، رينيه ويلبك، ترجمة د. محمد عصفور.

187. أحاديث عن العلم والعلماء، د. محمد فياض.

188. علم اللغة العام، فردينان دي سوسور، ترجمة د. يوئيل يوسف عزيز.

189. الألسنية، تأليف د. ميشال زكريا.

190. عصر البنيوية، أديث كيرزويل، ترجمة جابر عصفور.

191. فن الشعر، د. إحسان عباس.

192. في اللغة العربية وبعض مشكلاتها، أنيس فريحة.

193. العلوم البحتة في الحضارة العربية الإسلامية، د. علي عبد الله الدفاع.
194. فلسفة المعرفة عند غاستون باشلار، محمد وقيدي.
195. التحليل النقدي والجمالي للأدب، د. عناد غزوان.
196. تحليل أرسطو للعلم البرهاني، محمد جلوب فرحان.
197. تأملات في اللغو واللغة، تأليف محمد عزيز الجنابي.
198. الاسلوب والاسلوبية، كراهام هان، ترجمة كاظم سعد الدين.
199. مشكلة الصراع بين الفلسفة والدين، د. رضا سعادة.
200. مباحث في علم الكلام والفلسفة، د. علي الشابي.
201. نحو وعي لغوي، د. مازن المبارك.
202. التوجيه الأدبي، تأليف طه حسين بك، محمد أمين بك، د. عبد الوهاب عزام، د. محمد عوض محمد.
203. فلسفة العلم والعقلانية المعاصرة، د. سالم يغوث.
204. اينشتاين، د. محمد عبد الرحمن مرحبا.
205. الوحدة المطلقة عند ابن سبعين، محمد ياسر شرف.
206. موسوعة العلم الفلسفية – المجلد الأول، هيكل، ترجمة د. إمام عبد الفتاح إمام.
207. فكرة القانون الطبيعي عند المسلمين، د. محمد شريف أحمد.
208. ظاهرة العلم الحديث، د. عبد الله العمر.
209. المشكلات الميتافيزيقية الكبرى، فرانسوا غريغوار، ترجمة نهاد رضا.
210. فلسفة برتراند رسل، د. محمد مهران.
211. المنطق الرياضي، د. كريم متي.
212. الفلسفة ومباحثها، د. محمد على أبو ريان.
213. فصل المقال فيما بين الحكمة والشريعة من الاتصال، أبو الوليد بن رشد، تحقيق د. محمد عمارة.
214. المنطق وتاريخه من أرسطو إلى رسل، روبير بلانشي، ترجمة خليل أحمد خليل.
215. مفهوم الشعر، د. جابر أحمد عصفور.
216. علم الجمال في الفلسفة المعاصرة، مجاهد عبد المنعم مجاهد.

217. الدراسات اللغوية عند العرب، محمد حسين أل ياسين.

218. جمال الدين الأفغاني، الأعمال الكاملة، الجزء الأول، د. محمد عمارة.

219. الملل والنحل للشهرستاني، تحقيق محمد سيد كيلاني.

220. الكتابات والخطوط القديمة، تركي عطية الجبوري.

221. الإنسان من هو، قاسم حسين صالح.

222. التزامنية، تأليف نخبة من الأساتذة، ترجمة سعد هادي سلمان، مراجعة د. عقيلة الهاشمي.

تمّ بعون الله تعالى وفضله كتاب البنية الرياضية

وهو الجزء الأول من بحث في الرياضيات البحتة

ويليه إن شاء الله وبعونه الكتاب الثاني من

الرياضيات البحتة بعنوان النسبية العددية،

والله الموفق



عبد الصاحب المختار

في سطور

ولد عبد الصاحب المختار سنة 1923 وتخرج من كلية الحقوق عام 1947، درس التسجيل العقاري في الولايات المتحدة والادارة العامة في الجامعة الأمريكية في واشنطن ودرس في جامعتي بوسطن وهوارد سنة 1966 .

مارس المحاماة وشغل مناصب في الدولة كان اخرها منصب مستشار مساعد في مجلس شورى الدولة اوفد بزمالة الى مصر لدراسة حقوق الانسان في التشريعات القضائية .

هوى الخطابة والكتابة الادبية ونظم الشعر فنشر ديوانه الاول (الق الجوى) ،

وله مؤلفات مخطوطه منها ديوان (نغم الهوى) وديوان (عبق اللمى) وديوان (اصداء الحياة) .

انصرف منذ مدة طويلة تزيد على الثلاثين سنة الى دراساته الادبية والعلمية في ميادين مختلفة اتخذها مصادر لنظرية (دائرة الوحدة) التي اعد منها (البنية الرياضية) و(النسبية العددية) وذلك بالاستناد الى موازين الشعر .

قام بسفرات علمية واعلامية حول نتاجاته لاسيما (دائرة الوحدة في اوزان الشعر العربي) في مختلف البلدان العربية والاوربية والامريكية .

له دراسات قانونية وادبية مختلفة في ميادين اختصاصاته و هواياته الادبية .

توفي عبد الصاحب المختار في 22/1/2007 ميلادية المصادف 4 محرم 1428 هجرية .